COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. J. JAMIN,

Ancien Élève de l'École Normale, Professeur de Physique à l'École Polytechnique

TOME DEUXIÈME,

ILLUSTRÉ DE 191 FIGURES DANS LE TEXTE ET DE 3 PLANCHES SUR ACIER.

CHALEUR.—ACOUSTIQUE.

PARIS,

MALLET-BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,

Quai des Augustins, 55.

1859

COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Paris. — Imprimerie de MALLET-BACHELIER, rue du Jardinet, 12.

COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. J. JAMIN,

Ancien Élève de l'École Normale, Professeur de Physique à l'École Polytechnique

TOME DEUXIÈME,

ILLUSTRÉ DE 191 FIGURES DANS LE TEXTE

ET DE TROIS PLANCHES SUR ACIER

PARIS,

MALLET-BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,

Quai des Augustins, 55.

1859

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME DEUXIÈME.

Pages.

TRENTE ET UNIÈME LEÇON. — De la dilatation.......... 1

Notions préliminaires.. 1
Dilatation des solides.. 7
Appareil de Laplace et Lavoisier.......................... 9
Appareil de Ramsden.. 10
Tableau de la dilatation des solides........................ 13
Dilatation absolue des liquides............................. 14
Dilatation absolue du mercure.............................. 15
Expériences de Dulong et Petit............................ 15
Expériences de M. Regnault.................................. 19
Tableau des dilatations du mercure....................... 28

TRENTE-DEUXIÈME LEÇON. — Dilatation. (Suite.)......... 29

Dilatation apparente des liquides.......................... 29
Thermomètre à poids.. 30
Dilatation des vases de terre................................ 32
Dilatation cubique des solides............................... 33
Dilatation absolue des liquides.............................. 36
Dilatation de l'eau.. 39
Expériences d'Hällström....................................... 39
Expériences de M. Despretz.................................. 43

TRENTE-TROISIÈME LEÇON. — Dilatation des gaz......... 51

Historique... 51
Formules générales... 55
Expériences de M. Regnault.................................. 56
Dilatation des différents gaz.................................. 67
Dilatation sous des pressions différentes................ 69

TRENTE-QUATRIÈME LEÇON. — De la mesure des températures......... 73

Observations générales.. 73
Thermomètre à air.. 78
Comparaison des thermomètres à gaz..................... 80
Comparaison des thermomètres à air et à mercure...... 81
Comparaison des thermomètres à poids et à tige....... 83

Pages.

Construction du thermomètre à mercure........................ 85
Diverses échelles.. 92
Thermomètre métastatique.................................. 92
Pyromètres.. 93
Thermomètres métalliques.................................. 95
Thermomètres à maximum et à minimum...................... 95
Thermomètre différentiel.................................. 98

TRENTE-CINQUIÈME LEÇON. — De la fusion et de la solidification.. 100

Fusion.. 100
Lois de la fusion.. 100
Solidification.. 101
Lois de la solidification.................................. 102
Variations des points de fusion et de solidification............. 102
Surfusion.. 105
Changements de volume pendant la fusion.................... 107
Fusion des alliages....................................... 110
Allotropie.. 112

TRENTE-SIXIÈME LEÇON. — De la formation et des propriétés des vapeurs.. 114

Ébullition... 114
Ébullition dans l'atmosphère............................... 114
Ébullition sous des pressions faibles........................ 115
Ébullition sous des pressions élevées........................ 118
Marmite de Papin... 118
Variations anomales du point d'ébullition.................... 120
Phénomènes produits dans les vases très-chauds.............. 121
Propriétés des vapeurs.................................... 125
Vapeurs non saturées..................................... 126
Vapeurs saturées... 128
Loi de l'ébullition.. 130

TRENTE-SEPTIÈME LEÇON. — De la mesure des tensions de la vapeur d'eau.. 133

Mesure de la tension entre 0 et 100 degrés................... 133
Mesure de la tension au-dessous de zéro..................... 137
Mesure de la tension au-dessus de 100 degrés. — Travail de Dulong et Arago.. 138
Expériences de M. Regnault................................ 140
Construction graphique.................................... 144
Formules empiriques...................................... 145

Pages.
Tableau des forces élastiques de la vapeur d'eau 148
Détermination du point 100 degrés 150
Thermomètre hypsométrique 150

TRENTE-HUITIÈME LEÇON. — De la mesure des poids, des densités et des volumes 151

Correction des poids marqués 151
Correction des pesées 153
Poids de l'eau 155
Mesure des densités 155
Densité des solides 156
Densité des liquides 158
Mesure de la capacité d'un vase 162

TRENTE-NEUVIÈME LEÇON. — De la densité des gaz 165

Méthode de MM. Biot et Arago 165
Méthode de M. Regnault 169
Variation de la densité avec la pression et la température 172
Mesure de la dilatation des gaz 174
Poids d'un volume de gaz à t degrés et à H millimètres 175
Variation du poids des gaz avec l'altitude et la latitude 178

QUARANTIÈME LEÇON. — De la densité des vapeurs 180

Procédé de Gay-Lussac 180
Appareil de M. Regnault 182
Procédé de M. Dumas 183
Étude des propriétés des vapeurs d'après leur densité 185
Densité théorique des gaz et des vapeurs 191
Tableau des densités de plusieurs gaz ou vapeurs 194

QUARANTE ET UNIÈME LEÇON. — Lois du mélange des gaz et des vapeurs 195

Tension maximum de la vapeur dans les gaz 195
Loi du mélange des gaz et des vapeurs 199
Loi de Mariotte appliquée au mélange des gaz et des vapeurs 202
Évaporation 203
Froid produit par l'évaporation 205

QUARANTE-DEUXIÈME LEÇON. — Hygrométrie 206

But de l'hygrométrie 206
Hygromètre de Saussure 208
Méthode chimique 212
Psychromètre 214
Hygromètres à condensation 219

Pages.

QUARANTE-TROISIÈME LEÇON. — Décomposition de la chaleur rayonnante.... 224

Notions préliminaires.... 224
Appareil de Melloni.... 226
Graduation du galvanomètre.... 229
De la décomposition de la chaleur.... 232

QUARANTE-QUATRIÈME LEÇON. — Transmission de la chaleur rayonnante.... 235

Transmission des chaleurs lumineuses.... 235
Transmission des chaleurs obscures.... 238
Lois de la transmission.... 239
Transmission d'un faisceau multiple.... 240
Identité probable de la chaleur et de la lumière.... 247

QUARANTE-CINQUIÈME LEÇON. — De la réflexion de la chaleur.... 250

Direction du faisceau réfléchi.... 250
Intensité du faisceau réfléchi.... 252
Substances transparentes.... 254
Substances métalliques.... 255
Diffusion de la chaleur.... 256

QUARANTE-SIXIÈME LEÇON. — De l'émission de la chalenr. 261

Lois hypothétiques du rayonnement.... 262
Cas de l'émission oblique.... 263
Loi des distances.... 265
Comparaison des pouvoirs émissifs.... 268
Discussion de la théorie précédente.... 271
Variations des pouvoirs émissifs.... 271
Loi du cosinus.... 272
Loi de Newton.... 275

QUARANTE-SEPTIÈME LEÇON. — De l'absorption de la chaleur.... 278

Pouvoir absorbant.... 279
Sous l'incidence normale.... 280
Sous une incidence oblique.... 282
Pouvoir absorbant total.... 283
Comparaison des pouvoirs absorbants.... 283
Relation entre les pouvoirs émissif et absorbant.... 287
Variations des pouvoirs émissifs et absorbants.... 289
Équilibre mobile de température.... 290

Pages.

QUARANTE-HUITIÈME LEÇON. — Des lois du refroidissement. 295

Expériences préliminaires.... 298
Influence de la masse.... 299
Influence de la nature du liquide et de la forme du vase.... 300
Influence de la nature de la surface.... 301
Expériences dans le vide.... 301
Loi relative à la température de l'enceinte.... 304
Influence des excès *t*.... 304
Expériences dans les gaz.... 306
Influence de la nature de la surface.... 307
Influence de la température de l'enceinte.... 308
Influence de la pression.... 308
Influence de l'excès de température.... 310
Influence de la nature du gaz.... 311
Discussion.... 311
Loi de Newton comme approximation.... 313
Expériences de MM. de la Provostaye et Desains.... 314

QUARANTE-NEUVIÈME LEÇON. — De la conductibilité..... 316

Théorie de la conductibilité.... 316
Cas d'un mur homogène indéfini.... 318
Conductibilité extérieure.... 320
Mesure des coefficients de conductibilité.... 321
Cas d'une barre allongée.... 325
Expériences de vérification.... 328
Conductibilité des liquides.... 333
Conductibilité des gaz.... 335
Conductibilité dans les cristaux.... 336

CINQUANTIÈME LEÇON. — Mesure des chaleurs spécifiques. 338

Notions préliminaires.... 338
Mesure des chaleurs spécifiques.... 340
Méthode du calorimètre à glace.... 340
Méthode du refroidissement.... 342
Méthode des mélanges.... 345
Appareil de M. Regnault.... 349

CINQUANTE ET UNIÈME LEÇON. — Chaleurs spécifiques des gaz et des vapeurs.... 354

Expériences de Delaroche et Bérard.... 356
Méthode des températures stationnaires.... 358
Méthode des températures variables.... 360

Pages.
Capacités des gaz rapportées à l'eau........................ 360
Expériences de M. Regnault.............................. 363
Courant de gaz.. 363
Échauffement du gaz..................................... 365
Calorimètre... 366
Mode d'expérimentation.................................. 367
Capacité des vapeurs.................................... 369

CINQUANTE-DEUXIÈME LEÇON. — Des lois que suivent les chaleurs spécifiques.................................. 372

Influence des changements de densité.................... 372
Solides... 372
Gaz et vapeurs.. 373
Influence de la température............................. 373
Loi empirique des chaleurs absorbées.................... 375
Influence de l'état physique............................ 380
Lois des capacités atomiques............................ 381
Loi de Dulong et Petit.................................. 382
Loi de Newmann.. 384
Relation entre les chaleurs atomiques du composé et de ses éléments.. 389
Lois des capacités des gaz.............................. 390

CINQUANTE-TROISIÈME LEÇON. — Des chaleurs latentes... 394

Mesure de la chaleur latente de fusion.................. 394
Cas des liquides.. 394
Chaleur latente de la glace............................. 395
Cas des solides... 398
Résultats généraux...................................... 399
Chaleur latente de vaporisation......................... 402
Procédé général... 402
Appareil de MM. Favre et Silbermann..................... 403
Chaleur latente de la vapeur d'eau...................... 406
Résultats... 409

CINQUANTE-QUATRIÈME LEÇON. — Sources de chaleur..... 412

Chaleur solaire... 412
Expériences de M. Pouillet.............................. 412
Expériences de MM. Forbes et Kaemtz..................... 415
Chaleur dégagée dans les actions chimiques.............. 416
Expériences de Lavoisier et de Rumford.................. 416
Expériences de M. Despretz et de Dulong................. 417
Expériences de MM. Favre et Silbermann.................. 418

Pages.
Résultats.. 419
Conséquences générales................................. 421
Combinaisons par voie humide........................... 425

CINQUANTE-CINQUIÈME LEÇON. — Sources de chaleur..... 427

Chaleur animale.. 427
Étude chimique de la respiration....................... 428
Siège des combustions.................................. 429
Nature des actions chimiques........................... 429
Mesure de la chaleur animale........................... 430
Rôle de la chaleur dans les actions mécaniques......... 432
Chaleur créée par le travail détruit................... 432
Travail créé par la chaleur détruite................... 434
La chaleur se transforme en travail, et réciproquement. 436
Mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur......... 437
Conséquences... 439

CINQUANTE-SIXIÈME LEÇON. — De l'évaluation numérique des sons....... 441

Qualités du son.. 444
Mesure du nombre des vibrations........................ 445
Sirène... 445
Roue dentée.. 447
Méthode graphique...................................... 447
Accords musicaux....................................... 450
Accords simples.. 450
Accords multiples...................................... 453
Gamme.. 453
Dièses et bémols....................................... 457
Tempérament.. 458
Diapason... 460
Limites des sons perceptibles.......................... 461

CINQUANTE-SEPTIÈME LEÇON. — De la propagation du son dans un cylindre....... 463

Cylindre indéfini...................................... 463
Cylindre limité.. 465
Réflexion avec changement de signe..................... 466
Réflexion sans changement de signe..................... 469
Tuyaux sonores... 471
Cas des tuyaux fermés.................................. 472
Cas des tuyaux ouverts................................. 475
Instruments à vent..................................... 476

Pages.
Vibrations longitudinales des liquides et des solides............ 478
Liquides... 478
Solides... 478

CINQUANTE-HUITIÈME LEÇON. — Vitesse du son.......... 481

Propagation dans un milieu indéfini........................ 481
Réflexion du son.. 483
Échos... 484
Porte-voix... 484
Vitesse du son.. 485
Mesure directe.. 485
Vitesse théorique du son................................ 488
Gaz... 488
Liquides... 491
Solides... 492
Mesure indirecte de la vitesse du son....................... 493
Cas des gaz.. 494
Cas des liquides.. 497
Cas des solides.. 499

CINQUANTE-NEUVIÈME LEÇON. — Des vibrations transversales des solides.. 501

Vibrations transversales des cordes.......................... 501
Influence de la rigidité.................................... 504
Harmoniques des cordes.................................... 505
Rapport des nombres des vibrations longitudinales et transversales. 507
Vibrations transversales des verges.......................... 508
Vibrations transversales des plaques......................... 512

SOIXANTIÈME LEÇON. — De la composition des mouvements vibratoires.. 515

Formule générale du mouvement vibratoire................. 515
Interférence des vibrations de même période................. 516
Interférence des vibrations de périodes inégales 520
Vibrations composées.................................... 522
Vibrations longitudinales et transversales superposées.......... 524
Étude optique des mouvements vibratoires................... 526
Communication des vibrations.............................. 529

PLANCHES I, II, III.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PHÉNOMÈNES CALORIFIQUES.

TRENTE ET UNIÈME LEÇON.

DE LA DILATATION.

Notions préliminaires. — Dilatation des solides. — Appareil de Laplace et Lavoisier. — Appareil de Ramsden. — Tableau de la dilatation des solides. — Dilatation absolue du mercure. — Expériences de Dulong et Petit. — Expériences de M. Regnault. — Tableau de la dilatation du mercure.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES. — Les sensations que nous éprouvons nous font voir que les corps, sans changer de nature, peuvent devenir chauds ou froids. Ils se modifient par conséquent sous l'influence d'une cause spéciale. Cette cause nous est inconnue. Il se peut qu'elle consiste en un agent impondérable particulier, comme on le supposait autrefois, ou bien qu'elle réside dans un mouvement vibratoire intestin, ainsi qu'on le soupçonne aujourd'hui. Sans nous préoccuper maintenant de ces hypothèses plus ou moins possibles et sans rien préjuger sur l'essence même de cette cause, nous lui donnons

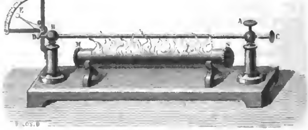
un nom; nous l'appelons *chaleur*, et pour nous conformer au langage adopté, nous dirons qu'elle s'accumule dans les corps quand ils s'échauffent, et qu'elle les abandonne quand on les refroidit.

Puisque les corps reçoivent ou perdent de la chaleur suivant les circonstances et que leurs conditions thermiques changent d'un moment à l'autre, on désigne en général par le mot *température* l'état calorifique essentiellement variable avec le temps, mais déterminé à un moment donné, dans lequel se trouvent ces corps.

Si l'on veut arriver un jour à découvrir la nature intime de la chaleur, il faut commencer par étudier les lois de ses actions; et pour le faire avec quelque précision, on a senti impérieusement le besoin de mesurer par un procédé physique et avec des unités conventionnellement choisies les variations de température qui surviennent dans un corps ou dans un lieu déterminé. On a été conduit dès lors à rechercher si les changements de température ne sont point accompagnés d'un changement physique correspondant qui pût servir à les définir, et l'on a trouvé qu'en effet tous les corps augmentent ou diminuent de volume quand on les chauffe ou qu'on les refroidit. Nous allons commencer par constater ce fait général par les exemples suivants :

Sur une base solide en bois sont fixées deux colonnes métalliques verticales A et B (*fig.* 271); leurs parties supérieures sont percées de deux trous cylindriques horizontaux dirigés

Fig. 271.

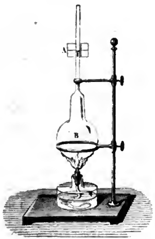


l'un vers l'autre, et dans lesquels on introduit une tige métal-

lique CD. Une vis de pression A, qui peut serrer la tige, fixe l'une de ses extrémités, pendant que l'autre bout D reste libre d'avancer ou de reculer dans la deuxième colonne B, qui ne fait que le soutenir. On amplifie le mouvement au moyen d'un levier coudé DOE, dont la branche verticale très-courte OD est chassée par l'extrémité D et dont la branche horizontale très-longue OE parcourt un limbe divisé. Sur la base et sous la tige se trouve dans une auge en cuivre MN une mèche imbibée d'alcool qu'on allume; alors la tige s'échauffe. Tant que la température croît, le levier indicateur s'élève; quand elle devient constante, il demeure fixe, et si elle diminue, il s'abaisse. Tous les métaux que l'on place dans cet appareil éprouvent la même action, à des différences de grandeur près, et par conséquent tous se dilatent.

Pour constater la dilatation des liquides, il suffit d'enfermer ceux que l'on veut essayer dans un ballon B terminé par un tube étroit (*fig.* 272), de marquer avec un index de papier A le sommet du liquide dans le tube à la température initiale et de plonger ensuite le ballon dans l'eau chaude; on voit bientôt le niveau dépasser l'index.

Fig. 272.



Les liquides sont en général plus dilatables que les solides; à leur tour les gaz se dilatent plus que les liquides. Pour le montrer, on peut garder l'appareil précédent, le laisser rempli d'air et introduire dans le tube capillaire qui le termine un index liquide A. Toutes les fois que l'on touchera le ballon avec la main, on verra l'index monter vivement, et il s'abaissera aussitôt que l'on remettra l'appareil dans ses conditions primitives.

Cette loi générale de la dilatation une fois démontrée, on peut construire des appareils analogues aux précédents et les disposer de manière à mesurer à chaque instant le volume d'un corps convenablement choisi. Suivant que ce volume

augmentera, restera constant ou diminuera, on saura que la température du corps s'élève, reste stationnaire ou s'abaisse; et l'état calorifique étant ainsi lié à l'état du volume, on conçoit que l'on puisse mesurer les changements de température par l'effet mécanique qu'ils produisent, c'est-à-dire par la dilatation; il n'y aura pour cela qu'à choisir des unités conventionnelles. Les instruments construits sur ce principe sont des *thermomètres*.

Celui de ces appareils que l'on emploie le plus habituellement est connu de tout le monde. C'est un vase en verre composé d'un réservoir que surmonte un tube étroit, bien calibré et fermé à son extrémité. Le réservoir et une partie du tube contiennent du mercure, et le niveau de ce liquide s'élève ou s'abaisse dans la tige suivant que la température de l'instrument augmente ou diminue. Pour graduer d'une manière identique tous les instruments construits par divers expérimentateurs, il a fallu choisir pour points de repère des températures reconnues invariables. Or on a remarqué que le mercure d'un thermomètre que l'on plonge dans la glace fondante se fixe en un point déterminé et invariable pendant tout le temps que dure la fusion; on a constaté de plus que ce point reste le même, quels que soient la température de l'air environnant, la pression de l'atmosphère et le lieu du globe où l'on opère. La température de fusion de la glace est donc parfaitement constante; on est convenu de la prendre comme point de départ, de l'appeler température de *zéro*, et l'on marque zéro sur la tige du thermomètre à l'endroit où le mercure s'est fixé.

On remarque en second lieu et de la même manière que l'eau distillée commence à bouillir à une température fixe qui persiste sans variation pendant tout le temps que l'ébullition dure et qui est la même partout pourvu que la pression atmosphérique soit constante. On est convenu dès lors de prendre pour deuxième point de repère la température de l'eau bouillant sous la pression de 760 millimètres, de représenter cette température par 100, et l'on marque 100 au point où se maintient le mercure du thermomètre plongé dans cette eau. On peut être assuré maintenant que tous les instruments préparés ainsi s'accorderont à ces points fixes.

On divise ensuite en 100 parties égales la capacité intérieure

de la tige comprise entre les points zéro et 100 et l'on prolonge ces divisions au-dessous et au-dessus de ces points. Toutes les fois que le mercure s'élève ou s'abaisse d'une de ces divisions, on dit que la température croît ou décroît de 1 degré, et en général on exprime cette température en degrés par le numéro d'ordre de la division où se trouve le sommet du mercure à un moment donné. On voit que tout revient à représenter conventionnellement par zéro et 100 deux températures invariables, à prendre pour unité toute variation thermométrique qui produit un changement de volume égal au centième de la dilatation entre ces limites fixes, et quand on dit ensuite, par exemple, que la température est de 15 degrés, cela exprime que le thermomètre est arrivé à un état calorifique défini par cette condition que son volume s'est accru, depuis zéro, des 15 centièmes de sa dilatation totale entre zéro et 100 degrés.

Cette manière d'exprimer la température, outre qu'elle se présente tout naturellement, est parfaitement logique; car, puisqu'un même état calorifique correspond toujours à un même volume et que toutes les fois qu'il change il entraîne un changement correspondant dans ce volume, il est légitime de définir l'état calorifique par l'état de volume du thermomètre. Mais ce qu'il faut remarquer avec soin, c'est que cette mesure ne suppose ou n'apprend absolument rien sur la quantité de chaleur absorbée ou rejetée par le thermomètre qui s'échauffe ou se refroidit. Nous ne pouvons connaître à priori la loi qui lie la chaleur à la dilatation qu'elle occasionne, c'est-à-dire la cause à l'effet; nous ne pouvons conséquemment savoir si à des augmentations égales de volume correspondent des absorptions de chaleur égales, ou si les degrés de température sont proportionnels aux quantités de chaleur. Ce que l'on sait, c'est que la chaleur dilate les corps; ce que l'on observe, c'est cette dilatation; ce que l'on nomme température, c'est l'état calorifique, et ce qui la mesure, c'est le volume du thermomètre.

Le thermomètre ne fait connaître que sa propre température; mais quand il est plongé dans un liquide ou dans un gaz ou placé dans le même lieu que des solides soumis aux mêmes influences que lui, il se met en équilibre calorifique avec ce liquide, ce gaz ou ces solides, et il exprime à la fois sa tempé-

rature et la leur : en général, il donne la température du lieu où il est.

A priori, on peut employer indifféremment des substances quelconques pour faire des thermomètres, puisque toutes se dilatent. Il existe, en effet, des thermomètres fondés sur la dilatation du mercure, de l'alcool, des gaz ou des métaux ; tous sont gradués de manière à marquer zéro et 100 quand ils sont plongés dans la glace fondante et l'eau bouillante, et l'intervalle compris entre ces deux indications est divisé en 100 degrés pour chacun d'eux. Il est clair que ces divers appareils s'accordent aux points fixes, puisqu'ils sont construits pour satisfaire à cette condition ; mais il n'est point évident qu'ils demeurent d'accord à toute température ; car pour que, placés dans une même enceinte, ils pussent tous à la fois marquer 15 degrés, par exemple, il faudrait qu'ils se fussent tous également dilatés des $\frac{15}{100}$ de la dilatation totale entre 0 et 100 degrés ; en d'autres termes, il faudrait que les lois de leurs dilatations fussent identiques. Nous verrons bientôt que cela n'est pas rigoureusement vrai, et par conséquent que ces divers thermomètres ne seront point rigoureusement concordants.

Or, comme il est de toute nécessité que les divers observateurs aient une échelle de température identique, il est de toute évidence qu'il faut adopter une substance thermométrique à l'exclusion de toutes les autres. La question est de choisir celle qui réunit en sa faveur le plus de raisons de commodité pratique ou de convenance théorique ; et comme nous ne pourrons rien décider sans avoir comparé les corps entre eux, voici la seule marche logique que nous puissions suivre. Nous emploierons empiriquement les thermomètres à mercure et à air ; ce choix provisoire nous permettra d'étudier la dilatation des diverses substances, et quand nous aurons résumé les conséquences générales de cette étude, nous aurons réuni tous les éléments nécessaires pour discuter cette importante question de la mesure des températures et pour nous fixer sur le choix du thermomètre définitif.

DILATATION DES SOLIDES.

I. Je suppose d'abord que l'on veuille connaître l'allongement que des règles éprouvent dans le sens de leur longueur; c'est ce que l'on nomme leur *dilatation linéaire*. Si la règle est égale à l sous la température de zéro, et qu'on la chauffe depuis zéro jusqu'à 1 degré, elle éprouve un allongement lk qui est proportionnel à sa longueur primitive l et à un coefficient k qui est très-petit, qui est variable avec la matière étudiée et que l'on définit le *coefficient de dilatation linéaire*. Quand la règle est ensuite portée de 1 degré à 2 degrés et successivement d'une température initiale à une autre qui lui est supérieure de 1 degré, elle éprouve à chaque fois un nouvel allongement, et l'expérience montre qu'il est sensiblement constant et égal à lk; de sorte que si la barre est portée de 0 degré à t degrés, son augmentation totale de longueur est exprimée par lkt, et sa nouvelle longueur l_t est $l + lkt$:

$$l_t = l(1 + kt).$$

A une autre température t' on aura

$$l_{t'} = l(1 + kt'),$$

et si l'on veut exprimer $l_{t'}$ en fonction de l_t,

$$l_{t'} = l_t \frac{1 + kt'}{1 + kt} = l_t[1 + k(t' - t) - k^2 t(t' - t)\ldots].$$

En se rappelant que k est une quantité très-petite, on pourra négliger les termes en k^2, k^3,..., et écrire approximativement

$$l_{t'} = l_t[1 + k(t' - t)].$$

Il faut faire au sujet de cette formule une observation importante. Nous venons de supposer que k est constant, c'est-à-dire que, pour chaque augmentation de température égale à 1 degré, de 0° à 1°, de 100° à 101°, de 200° à 201°, la barre éprouve un même allongement. Des expériences ultérieures plus précises montreront que cette constance n'est pas absolue; par suite, la formule précédente n'est qu'une approximation, suffisante il est vrai dans la plupart des cas, mais que nous devrons compléter dans la suite.

II. Le deuxième cas de la dilatation des solides est celui où il faut chercher l'augmentation superficielle éprouvée par les surfaces des corps qu'on chauffe : c'est ce que l'on nomme la *dilatation superficielle*. On la calcule en remarquant qu'une surface doit rester semblable à elle-même à toute température, si elle est homogène, et que son étendue à o degré et t degrés doit être proportionnelle aux carrés de ses dimensions homologues : on aura donc

$$\frac{s_t}{s}=\frac{l_t^2}{l^2}=(1+kt)^2=1+2kt+k^2t^2,$$

et, en admettant comme précédemment que l'on puisse négliger sans erreur sensible les puissances de k supérieures à l'unité, on trouve

$$s_t=s(1+2kt),$$

formule analogue à celle qui exprime la longueur à t degrés, avec cette différence que k est remplacé par $2k$, ce qu'on exprime en disant que le coefficient de la dilatation superficielle est double du coefficient de la dilatation linéaire.

III. En troisième lieu, on peut avoir à considérer la *dilatation cubique*, c'est-à-dire l'augmentation du volume total des corps échauffés. On admet encore ici que les volumes à t degrés et à o degré demeurent semblables et sont par suite proportionnels aux cubes de leurs dimensions homologues, ce qui donne

$$\frac{v_t}{v}=\frac{l_t^3}{l^3}=(1+kt)^3,$$

et par approximation

$$v_t=v(1+3kt).$$

En comparant cette formule à celle de la dilatation linéaire, on voit qu'elle s'en déduit en y remplaçant k par $3k$, ce qui permet de dire que le coefficient de la dilatation cubique est trois fois égal à celui de la dilatation linéaire.

Ces diverses relations montrent que toutes les questions relatives à la dilatation des solides pourront être résolues quand on connaîtra k; dès lors l'étude expérimentale se réduit à la mesure des dilatations linéaires.

Un grand nombre d'observateurs ont à plusieurs reprises

déterminé les coefficients de dilatation des substances les plus usuelles, au moyen d'appareils qui avaient tous cela de commun, que les règles étaient plongées dans une auge et mesurées aux températures de zéro et de t degrés et qui ne différaient que par la disposition des micromètres employés pour mesurer les longueurs. Nous allons décrire les plus connus.

APPAREIL DE LAPLACE ET LAVOISIER. — Laplace et Lavoisier avaient fait établir sur un massif de maçonnerie quatre bornes solides en pierre de taille (*fig.* 273); les deux premières C, D, séparées par un intervalle de quelques décimètres seulement,

Fig. 273.



étaient reliées par des tiges de fer scellées, et les deux autres, disposées de la même manière, étaient placées à 2 mètres de distance et en face des précédentes. Il est évident qu'un pareil système ne pouvait s'échauffer que partiellement et qu'il n'éprouvait aucun changement sensible dans sa forme pendant une expérience. Dans l'espace laissé libre entre les quatre piliers, on avait construit un long fourneau qui servait à échauffer une auge métallique FH. C'est dans cette auge que l'on couchait horizontalement la barre que l'on voulait étudier. Elle y était supportée par des rouleaux de verre qui lui permettaient de se déplacer longitudinalement sans éprouver de résistance, et ses deux extrémités butaient, l'une contre la

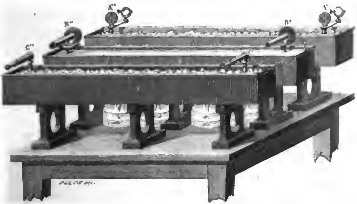
règle de verre EF fixée invariablement aux liens d'attache des piliers, l'autre contre une deuxième règle GH semblable à la première, mais qui était mobile autour d'un axe CD. Par cette disposition, la barre métallique était fixée par un bout, et quand elle se dilatait, elle chassait devant elle par l'autre extrémité la règle mobile de verre, elle faisait tourner l'axe CD, et par un bras de levier extérieur le mouvement se transmettait à une lunette astronomique L qui visait sur une mire verticale divisée, établie à une distance de 200 mètres. La longueur des leviers qui mettaient la lunette en mouvement était telle, que l'axe optique parcourait 744 millimètres sur la mire quand la barre se dilatait de 1 millimètre. Par conséquent, il n'y avait pour faire une observation qu'à mettre d'abord de la glace dans l'auge, ensuite à remplacer la glace par de l'eau chauffée à une température t, à noter le nombre de millimètres parcourus sur la mire par l'axe de la lunette et à diviser ce nombre par 744. On obtenait ainsi la dilatation lkt, d'où l'on déduisait k.

Cette méthode est fondée, comme on peut le voir, sur un artifice qui est très-fréquemment employé et qui consiste à amplifier dans une proportion connue des mouvements très-petits pour les mesurer plus facilement. Malheureusement cet artifice est souvent plus illusoire que profitable, car il faut déterminer avant tout le rapport du mouvement qu'on mesure à celui que l'on veut conclure; ainsi, dans le cas qui nous occupe, il fallait avoir mesuré les longueurs des bras de levier de l'appareil. Or cette opération préliminaire toujours très-délicate, peut comporter des erreurs assez graves pour annuler en partie le bénéfice qu'on attend d'une grande sensibilité. La méthode suivante, qui est due à Ramsden, est fondée sur un principe opposé : elle mesure directement les allongements sans les amplifier; mais elle les mesure par un micromètre capable d'apprécier de fort petits déplacements. Nous allons décrire cet appareil de Ramsden tel qu'il a été construit par M. Froment pour l'École Polytechnique.

APPAREIL DE RAMSDEN. — Trois auges métalliques A, B, C (*fig.* 274) sont placées parallèlement sur des supports en fer; les deux extrêmes A et C sont remplies de glace, et la moyenne B, qui contient de l'eau, peut être échauffée par des lampes pla-

cées au-dessous d'elle. Chacune de ces auges contient une barre métallique de 2 mètres de longueur, et l'on voit que les

Fig. 274.



barres extrêmes, qui sont à la température de zéro, ont une longueur fixe et constituent un système invariable, tandis que celle du milieu, que l'on veut étudier, étant successivement portée à des températures différentes, s'allonge ou se raccourcit. On a fixé à chaque extrémité de ces trois règles des colonnes métalliques verticales qui s'élèvent au-dessus des auges et qui portent à leur sommet : 1° en A′ et A″, deux réticules de fils croisés qui servent de mire et sont éclairés chacun par un petit miroir; 2° en B′ et B″, deux lentilles enfermées dans des tubes, lesquelles reçoivent la lumière partant des fils croisés; 3° enfin, en C′ et C″, des loupes au foyer desquelles sont disposés deux autres réticules de fils croisés que l'œil voit distinctement quand il est placé derrière.

Fig. 275.

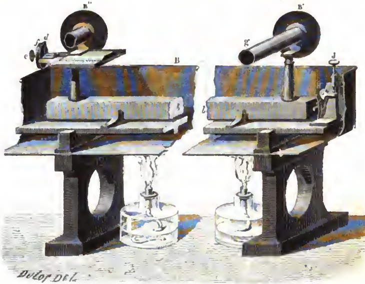


Il est évident, d'après cette construction, que l'un de ces systèmes, qui est représenté en ABC (*fig.* 275), constitue une lunette astronomique avec sa mire, que les rayons partis de A forment une image réelle en *a*, et que la loupe vise à la fois et cette image et le second réticule placé en son foyer *a*. On pourra donc, en réglant convenablement la lentille moyenne, superposer avec une précision par-

faite les images des deux réticules, et le moindre allongement de la barre moyenne, en déplaçant les lentilles qu'elle porte, détruira la coïncidence.

On amène les trois auges à la même température de zéro, puis on règle la barre moyenne à l'aide de pièces spéciales représentées en détail (*fig.* 276); l'extrémité B′ vient buter contre un levier H que l'on pousse par une vis extérieure J,

Fig. 276.



jusqu'au moment où la coïncidence des images est établie dans le premier système A′ B′ C′. A l'autre extrémité se trouve une vis micrométrique qui apprécie $\frac{1}{500}$ de millimètre et qui permet en déplaçant la lentille B″, de superposer également les images des réticules dans la deuxième lunette A″B″C″. Cela fait, on chauffe l'auge B, et quand elle est arrivée à une température stationnaire que l'on mesure, on s'assure que l'extrémité B′ ne s'est pas déplacée ou, si elle a varié, on la ramène à sa position première. Quant à la lentille B″, elle s'est éloignée par l'effet de la dilatation; mais on la ramène par la vis micrométrique, et le nombre de tours et de fractions de tour qu'il faut faire mesure l'allongement de la règle.

Depuis cette époque on a mesuré à diverses reprises les dilatations linéaires des solides en employant des appareils plus ou moins analogues aux précédents et que nous ne décrirons pas. Nous résumerons ces recherches par un tableau des dilatations des substances les plus usuelles.

NOMS DES SUBSTANCES.	COEFFICIENTS.	NOMS DES SUBSTANCES.	COEFFICIENTS.
	SUIVANT LAVOISIER ET LAPLACE.		
Flint-glass anglais.	0,000008116	Or recuit (titre de Paris).	0,000015135
Verre de France avec plomb.	0,000008719	Or non recuit.	0,000015515
Tube de verre sans plomb.	0,000008969	Cuivre.	n,000017173
Verre de Saint-Gobain.	0,000008908	Laiton.	0,000018782
Acier non trempé.	0,000010792	Argent (titre de Paris).	0,000019086
Acier trempe jaune, recuit à 65 degres.	0,000012395	Argent de coupelle.	0,000019097
		Étain de Malaca.	0,000019376
Fer doux forgé.	0,000012204	Étain de Falmouth.	0,000021729
Fer rond passé à la filière.	0,000012350	Plomb.	0,000028483
Or de départ.	0,000014660		
	SUIVANT SMEATON.		
Verre blanc.	0,000008333	Fil de laiton.	0,000019333
Regule martiale d'antimoine.	0,000010833	Metal des miroirs.	0,000019333
Acier poule.	0,000011500	Soudure (2 cuivre, 1 zinc).	0,000020583
Acier trempé.	0,000012250	Étain fin.	0,000022833
Fer.	0,000012583	Étain en grains.	0,000024833
Bismuth.	0,000013916	Soudure blanche, (1 ét., 2 pl.)	0,000025053
Cuivre rouge battu.	0,000017000	Zinc 8, étain 1, un peu forgé.	0,000026916
Cuivre rouge, $\frac{1}{8}$ d'étain.	0,000018166	Plomb.	0,000028666
Cuivre jaune fondu.	0,000018750	Zinc.	0,000029416
Cuivre jaune, $\frac{1}{17}$ d'etain.	0,000019083	Zinc, allongé de $\frac{1}{16}$ au mart.	0,000031083
	SUIVANT DIVERS OBSERVATEURS.		
Fer fondu (prisme de), suivant Roy).	0,000011100	Platine (Borda).	0,000008565
		Acier (suivant Troughton).	0,000011918
Acier en verge (Roy).	0,000011445	Fer tiré à la filière (id.).	0,000014401
Cuivre jaune de Hambourg (Roy).	0,000018555	Cuivre (id.).	0,000019188
		Argent (id.).	0,000020826
Platine (Troughton).	0,000009918	Palladium (Wollaston).	0,000010000

DILATATION ABSOLUE DES LIQUIDES.

Les liquides n'affectant aucune forme qui leur soit propre, nous n'avons à étudier que leur dilatation cubique. Il faut faire remarquer tout d'abord que si l'on se contentait d'observer les augmentations apparentes que leurs volumes éprouvent dans des enveloppes quelconques, on mesurerait un effet complexe, dépendant à la fois de leur dilatation absolue et de celle des vases, car la capacité de ces vases augmente quand la température s'élève, comme il est facile de le voir.

Concevons, en effet, un vase de forme et de matière quelconques. Si nous imaginons qu'il soit rempli par un noyau formé de la même substance, nous aurons un solide continu; et si nous le chauffons, toute la masse se dilatera sans que le noyau cesse de remplir exactement l'enveloppe. La capacité intérieure du vase éprouvera donc la même dilatation que le volume extérieur du noyau; et si v est cette capacité à zéro, elle sera $v(1 + 3kt)$ à t degrés. On voit maintenant que la dilatation apparente d'un liquide dans un vase est la différence entre la dilatation absolue de ce liquide et la dilatation cubique d'un volume égal de la matière de l'enveloppe.

On peut rendre sensible la dilatation des vases en observant attentivement ce qui se passe dans l'expérience que nous avons faite pour prouver la dilatabilité des liquides. Nous avions rempli d'eau un ballon de verre terminé par un tube capillaire (*fig.* 272), et le niveau s'élevant jusqu'en A à la température ordinaire, nous avions plongé le vase dans une enceinte échauffée. Or, au moment même où l'immersion se fait, le verre du ballon se met en équilibre de température avec l'enceinte avant que la chaleur ait pu se communiquer au liquide intérieur; l'effet doit donc être le même que si le vase était échauffé sans que le liquide le fût, et s'il est vrai que sa capacité augmente, on doit voir baisser le niveau A : c'est aussi ce que l'on remarque. Mais cet effet doit durer et dure très-peu de temps; car bientôt le liquide s'échauffe. Alors il se dilate plus que l'enveloppe et le niveau remonte.

Il est maintenant évident que si l'on veut déterminer la dilatation absolue des liquides, il faudra, ou bien employer un procédé de mesure indépendant de la dilatation du vase, ou

bien observer la dilatation apparente et y ajouter l'agrandissement de l'enveloppe : de là deux méthodes que nous étudierons successivement. La première a été pratiquée avec succès pour le mercure ; c'est par elle que nous commencerons.

DILATATION ABSOLUE DU MERCURE. — Si l'on prend un poids P de mercure, il occupe à zéro et à t degrés des volumes v_0, v_t, il prend des densités différentes D_0, D_t, et l'on a

$$P = v_0 D_0 = v_t D_t$$

ou

$$\frac{D_0}{D_t} = \frac{v_t}{v_0} = (1 + \delta_t).$$

Il suffirait donc de mesurer les densités du mercure à o degré et à t degrés pour en conclure sa dilatation absolue δ_t entre ces deux températures.

Or on se rappelle que si les deux branches d'un vase communiquant contiennent des liquides inégalement denses, les hauteurs des niveaux sont en raison inverse des densités. Par conséquent, si l'on verse du mercure dans les deux branches, que l'on refroidisse l'une jusqu'à zéro et que l'on échauffe l'autre jusqu'à t, les densités deviendront D_0 et D_t, les hauteurs des niveaux seront h_0 et h_t, et l'on aura la relation

$$\frac{h_t}{h_0} = \frac{D_0}{D_t} = 1 + \delta_t,$$

d'où l'on tire

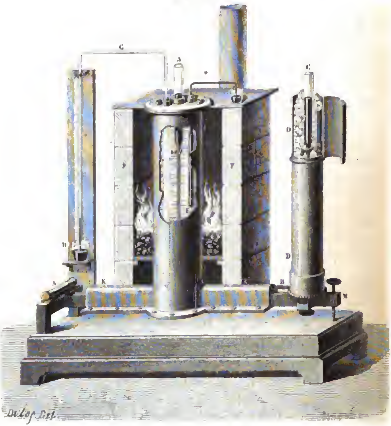
$$\frac{h_t - h_0}{h_0} = \delta_t.$$

La détermination de δ_t se trouve ainsi ramenée à la mesure des hauteurs h_0 et h_t, et puisque ces hauteurs ne varient pas avec la forme du vase communiquant, elles ne dépendent pas de sa dilatation. Ce principe des expériences une fois accepté, il fallait construire un appareil pour les réaliser. Voici comment Dulong et Petit ont opéré.

EXPÉRIENCES DE DULONG ET PETIT. — Sur une forte table de chêne est placée une barre de fer MN ayant la forme d'un T (*fig.* 277) ; elle est rendue horizontale par des vis calantes et

au moyen de niveaux. C'est sur elle que l'on a fixé le tube communiquant ABC en le soutenant par des tiges verticales

Fig. 277.



implantées sur MN. La partie horizontale du tube est presque capillaire; ses branches verticales sont étroites dans le bas, mais elles sont larges à leur sommet, où elles atteignent un diamètre de 2 centimètres. Par cette disposition, on peut prendre pour hauteur des deux colonnes de mercure qui se font équilibre dans les deux branches la distance verticale de leurs sommets à l'axe du tube horizontal B; on évite en outre l'influence de la capillarité, qui eût été considérable

en A et C si les tubes avaient été étroits et inégale aux deux sommets, puisqu'ils doivent être inégalement échauffés.

Pour faire varier la température des deux branches, on les avait entourées de manchons cylindriques. L'un DD, que l'on emplissait de glace fondante, était en laiton mince; on avait réservé à sa base une ouverture qui laissait écouler l'eau de fusion et ménagé à son sommet une porte que l'on ouvrait à la fin de l'expérience, afin de pouvoir enlever un peu de glace et découvrir le niveau du mercure. L'autre manchon JJ, qui devait être porté à une température élevée, était fabriqué en cuivre battu, épais et boulonné. Il y avait à la base deux prolongements K, K qui enveloppaient le tube et le T, et un fond en cuivre fixé par des boulons à vis. Avant de placer ce fond, on remplissait avec du mastic de vitrier l'intervalle compris entre le T et les prolongements du manchon, puis on serrait les boulons, ce qui comprimait le mastic et rendait la fermeture hermétique. Le couvercle, également boulonné, était percé de trois trous, l'un central pour laisser passer le tube A, et les deux autres latéraux pour introduire des thermomètres à l'intérieur. Enfin ce manchon était rempli d'huile, et pour la chauffer, on avait maçonné tout autour un fourneau que la figure représente en coupe verticale.

Quand on voulait faire une observation, on emplissait de glace pilée le cylindre D, et l'on chauffait le manchon J. On avait soin, pendant tout le temps que la température montait, de maintenir le niveau du liquide au-dessous du couvercle dans la branche A. Quand on approchait du point où l'on voulait observer, on fermait les issues du fourneau et la température atteignait un maximum qui se maintenait pendant quelques instants. A ce moment, qu'il fallait savoir saisir, on ajoutait dans le tube C assez de mercure, préalablement refroidi à zéro, pour soulever le sommet de la colonne chaude A jusqu'au-dessus du couvercle; on ouvrait la porte du manchon D, on enlevait la glace qui cachait le mercure, et alors on observait, d'une part les hauteurs, et de l'autre la température.

Les hauteurs se mesuraient au moyen du cathétomètre qui avait été précisément inventé à cette occasion. On visait les sommets du mercure, d'abord dans le tube chaud, ensuite dans la branche refroidie, et la course de l'instrument donnait $h_t - h_0$.

Ensuite on mesurait la distance de ce dernier sommet à l'axe du tube B, ce qui faisait connaître h_0, et l'on pouvait calculer le quotient $\frac{h_t - h_0}{h_0}$, qui est égal à la dilatation δ_t.

La température était donnée par deux thermomètres, qui seront décrits en détail dans la suite de ces Leçons : l'un E est le thermomètre à poids; l'autre CH, le thermomètre à air. Bornons-nous à faire remarquer que les réservoirs occupant presque toute la hauteur du manchon, ces instruments indiquaient la température moyenne de l'huile.

Telle fut, dans ses principaux détails, la méthode employée par Dulong et Petit. Ils ont d'abord fait plusieurs expériences dans le voisinage de 100 degrés, et ils ont obtenu, en divisant la dilatation totale par le nombre de degrés du thermomètre à air, le coefficient moyen k de la dilatation entre 0 et 100 degrés. Ils ont opéré ensuite à des températures voisines de 200, puis enfin de 300 degrés, et ils ont calculé de même le coefficient moyen entre zéro et ces températures. Voici les résultats qu'ils ont trouvés :

Thermomètre à air.	Thermomètre à poids.	Coefficient moyen k.
0	0	»
100	100	$\frac{1}{5550}$
200	202,95	$\frac{1}{5425}$
300	307,62	$\frac{1}{5300}$

On peut remarquer que les coefficients moyens, déduits d'expériences faites à des températures croissantes, augmentent d'une manière sensible : ce résultat est capital et nous nous y arrêterons un instant.

Nous avions précédemment admis que la dilatation est proportionnelle à la température et qu'elle peut se représenter généralement par kt. Si cela était vrai, on devrait, en divisant cette dilatation par t, obtenir un quotient constant et égal à k. Or nous voyons qu'en divisant les dilatations totales entre 0 et

100 degrés, 0 et 200 degrés et 0 et 300 degrés, par 100, 200, 300, on trouve un coefficient progressivement croissant. Cela nous apprend que la dilatation du mercure ne peut se représenter par kt, et que la formule $v_t = v(1 + kt)$ n'est pas rigoureusement applicable à ce métal. Mais nous voyons aussi que la variation de k étant très-faible entre des limites de température très-étendues, on pourra continuer à employer cette formule dans tous les cas où les températures du mercure ne subiront pas de grandes variations, pourvu que l'on donne à k la valeur moyenne qui convient entre les limites extrêmes de ces températures.

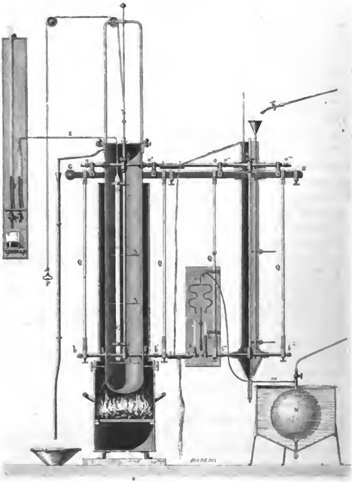
Une autre conséquence découle de ces résultats. Dulong et Petit mesuraient la température avec deux thermomètres différents, et ces deux appareils, bien que placés dans les mêmes conditions d'échauffement, ont marqué des nombres de degrés inégaux. Ainsi, comme nous l'avions annoncé, deux thermomètres ne coïncident qu'à la condition d'être identiquement construits, et il est nécessaire de faire choix d'un étalon unique. C'est ce qui a obligé Dulong et Petit à ne conserver que les indications du thermomètre à air et à calculer le coefficient moyen du mercure en divisant la dilatation totale observée par la température que marquait cet instrument.

Les expériences précédentes suffisent pour nous montrer que la valeur de k augmente avec la température; mais elles ne sont ni assez nombreuses ni assez rapprochées pour nous faire découvrir la loi continue de sa variation. Il était donc à désirer qu'on pût les reprendre et les multiplier. C'est ce qu'a fait M. Regnault. Il a conservé le principe de la méthode, mais il a modifié considérablement les appareils et évité quelques causes d'erreur, à la vérité peu graves, qui pouvaient entacher les résultats de Dulong et Petit.

Expériences de M. Regnault. — L'appareil de M. Regnault se compose de tubes en fer forés (*fig.* 278). Deux d'entre eux AA', BB' sont verticaux; ils ont $1^m,50$ de longueur et sont terminés par des godets de même métal qui sont eux-mêmes forés et se vissent sur les extrémités A, A', B, B'. Deux autres tubes horizontaux AB, A'B' réunissant les godets supérieurs et inférieurs, complètent un cadre rectangulaire de canaux en com-

munication. Les deux tubes verticaux sont continués par deux autres qui s'élèvent un peu au-dessus des godets supérieurs,

Fig. 278.



restent toujours ouverts et servent à introduire le mercure. Les deux conduits horizontaux sont prolongés eux-mêmes à l'extérieur du cadre par des tiges de fer pleines Aa, Ba''', $A'b$, $B'b'''$.

Un manchon de tôle galvanisée enveloppait BB′ et servait à le maintenir à une température basse et constante; il recevait à cet effet un filet d'eau qui descendait jusqu'à son extrémité inférieure et s'écoulait en débordant par le haut après avoir remonté dans l'intérieur; une portion de cette eau coulant sur des cordes venait refroidir également les deux tubes horizontaux supérieur et inférieur, et des thermomètres accusaient la température du manchon. L'autre tube AA′ était entouré lui-même d'une longue chaudière percée de trous qui laissaient passer les branches horizontales à travers des écrous lutés au minium. Cette chaudière était tout entière contenue dans la cheminée du fourneau qui servait à l'échauffer; elle était pleine d'huile dont on rendait la température uniforme par des agitateurs N, N, et cette température se mesurait par un thermomètre à air CDE dont le long réservoir prenait exactement la température moyenne de l'huile.

Il fallait soutenir cet appareil et faire en sorte que les tubes AB, A′B′, fussent toujours horizontaux, et, pour y parvenir, M. Regnault fit supporter le tout, manchons et tubes, par une barre de fer horizontale GL, mobile autour d'une charnière G et appuyée sur des vis qui étaient placées l'une en son milieu, l'autre à son extrémité L. Le tube AB reposait sur elle par quatre étriers; il portait quatre repères a, a', a'', a''', constitués par des lignes croisées tracées sur l'axe même du tube; on les observait au cathétomètre et on les plaçait horizontalement en réglant convenablement la grosse barre. En outre, quatre tirants de fer Q, Q, Q, Q, descendant verticalement de la barre GL, venaient embrasser dans des étriers inférieurs le tube $b\,b'\,b''\,b'''$, et des vis d'appui, qu'on pouvait soulever ou abaisser, permettaient de placer horizontalement deux repères b, b' d'une part et deux autres b'', b''' de l'autre. Ces repères indiquaient l'axe des tubes inférieurs comme les précédents marquaient celui du tube supérieur.

Il nous reste à dire comment on peut mesurer les hauteurs des deux colonnes de mercure dont les pressions se font équilibre, et ici M. Regnault emploie deux méthodes différentes destinées à se contrôler mutuellement. Dans la première, le tube inférieur A′B′ est interrompu vers son milieu et les deux parties séparées par cette interruption se raccordent avec

deux tubes de verre K et L, ouverts à leur sommet, réunis dans un conduit unique *mm* et mis en communication avec un ballon M rempli d'air que l'on comprime et enveloppé d'eau afin de conserver la même température et la même pression. Il y a de plus au milieu du tube supérieur AB un petit trou *o* par lequel la pression atmosphérique s'exerce dans l'appareil. Alors, en comprimant peu à peu l'air dans le ballon M, le mercure s'abaisse dans les tubes K et L, il monte dans les colonnes verticales AA', BB' et vient affleurer à l'ouverture *o*. Aussitôt qu'il est arrivé à ce point, on cesse d'augmenter la pression, qui alors fait équilibre à l'atmosphère et aux deux colonnes de mercure soulevées au-dessus des niveaux K et L.

Supposons maintenant que l'on ait atteint la température à laquelle on veut faire une observation; on la maintient constante en fermant les issues du fourneau. Alors un aide agite l'huile, un second vise les repères au cathétomètre et un troisième les règle horizontalement. Puis, ces opérations préliminaires terminées, chaque observateur enregistre, le premier l'état du thermomètre à air, le second la température du manchon froid, le troisième les hauteurs h' et h des sommets K et L au-dessus des repères bb' et $b''b'''$, le quatrième les hauteurs totales H' et H des colonnes de mercure chaudes et froides depuis les repères bb' et $b''b'''$ jusqu'aux repères aa'''. On peut ensuite calculer la dilatation de la manière suivante.

La pression exercée par le mercure en K est égale à la différence des pressions transmises par les colonnes H' et h' qui sont à T et à t degrés. En réduisant à zéro les longueurs des deux colonnes, cette pression s'exprime par

$$\frac{H'}{1+\delta_T} - \frac{h'}{1+\delta_t}.$$

La pression exercée en L se représente de même par

$$\frac{H}{1+\delta_t} - \frac{h}{1+\delta_t};$$

et comme ces deux pressions sont égales entre elles, puisqu'elles font équilibre à l'élasticité de l'air du vase M, on écrit

$$\frac{H'}{1+\delta_T} - \frac{h'}{1+\delta_t} = \frac{H}{1+\delta_t} - \frac{h}{1+\delta_t},$$

d'où

$$1+\delta_T = (1+\delta_t)\frac{H'}{H+h'-h}.$$

On ne connaît pas δ_t; mais comme t est une température peu élevée et que le terme $1+\delta_t$ est très-voisin de l'unité, on peut calculer δ_T par la méthode des approximations successives, ou prendre pour δ_t la valeur déjà trouvée par les expériences de Dulong et Petit.

Après ces premières expériences, M. Regnault modifia son appareil pour le transformer en un vase communiquant analogue à celui qu'avaient adopté Dulong et Petit. Il réunit par un tube de fer flexible les deux parties du canal A'B'; il coupa le conduit supérieur AB en deux; il adapta aux deux tronçons deux tubes de verre verticaux semblables à ceux qui étaient précédemment en K et L au bas de l'appareil et il les laissa ouverts dans l'atmosphère. Alors le mercure montait dans ces tubes jusqu'à des hauteurs h' et h au-dessus de la ligne aa''' des repères, et les deux colonnes qui se faisaient équilibre se composaient : 1° dans le tube AA', de H' à T degrés et de h' à t degrés; 2° dans le tube BB', de H et de h à la température de t degrés. En réduisant ces longueurs à zéro et faisant la somme, on a :

1°. Dans le tube AA',

$$\frac{H'}{1+\delta_T}+\frac{h'}{1+\delta_t};$$

2°. Dans le tube BB',

$$\frac{H}{1+\delta_t}+\frac{h}{1+\delta_t}.$$

On écrit que ces pressions sont égales, et l'on obtient

$$1+\delta_T = (1+\delta_t)\frac{H'}{H+h-h'}.$$

Quatre séries d'expériences comprenant environ cent trente observations furent exécutées à des températures comprises entre 25 et 350 degrés par l'une ou l'autre des méthodes que nous venons d'exposer. Comme il fallait ensuite grouper tous ces résultats et chercher la loi de progression continue que

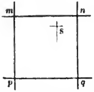
suivent les valeurs de la dilatation, on les a figurées par les ordonnées d'une courbe en prenant pour abscisses les températures correspondantes; et pour donner à cette image graphique autant de précision qu'en avaient les mesures expérimentales, M. Regnault l'a gravée sur une planche de cuivre avec les minutieuses précautions que nous allons décrire.

La planche, préparée comme pour les gravures en taille-douce, était carrée et avait 85 centimètres de côté. On traça d'abord sur deux bords contigus deux des côtés d'un cadre rigoureusement perpendiculaires entre eux; ensuite, au moyen d'une machine à diviser, on marqua 100 divisions équidistantes sur chaque côté. A partir des deux points 100, on exécuta une division semblable sur les deux autres bords de la planche, et les centièmes divisions se sont rencontrées en un point qu'il a suffi de joindre aux deux extrémités des lignes déjà tracées pour avoir un carré exact. On joignit ensuite les divisions homologues opposées par des droites, ce qui décomposa le carré total en 10000 petits carrés égaux entre eux. Cet espèce de canevas fut vérifié après coup et trouvé très-régulier.

On construisit ensuite la courbe des dilatations. Chaque unité de température fut représentée par une division de l'abscisse; et comme les dilatations sont des fractions décimales toujours très-petites, les millièmes furent figurés par une division des ordonnées.

Supposons, par exemple, qu'une observation ait été faite à 60°,53 et que l'on ait trouvé la dilatation 0,01091; le point que l'on veut construire sera compris entre la 60e et la 61e ligne verticale, et entre la 10e et la 11e ligne horizontale. Il tombera dans l'un des carrés de la planche que nous figurons en *mnpq*

Fig. 279.



(*fig.* 279); il sera en S à $\frac{53}{100} pq$ de distance au delà de *mp*, et à $\frac{91}{100} mp$ au-dessus de *pq*. Pour tracer ce point, on emploie une petite machine à diviser qui repose sur une base en plomb et que l'on peut placer sur la planche. On met la vis parallèle à *pq* et le burin en coïncidence avec *mp*; puis, en tournant la vis micromé-

trique, on fait marcher ce burin de $\frac{53}{100}pq$ et l'on trace une ligne verticale sur laquelle sera le point S. Ensuite on place la petite machine parallèlement à mp et le burin en contact avec la ligne pq; on le fait avancer de $\frac{91}{100}pm$, et l'on trace une ligne horizontale qui doit aussi contenir S. L'intersection des deux traits détermine le point que l'on voulait construire.

On marque d'abord tous les points correspondant à des températures comprises entre 0 et 100, ce qui occupe toute l'étendue des abscisses. Pour construire la courbe entre 100 et 200, on revient à l'origine des abscisses que l'on suppose égale à 100; alors les divisions marquées 20, 30,... représentent les températures 120, 130,..., et l'on obtient une seconde courbe qui continuerait la première si le canevas était prolongé. On fait de même entre 200 et 300, entre 300 et 350 et l'on construit séparément ainsi chacune des parties de la courbe.

En examinant ensuite la série des points tracés avec tous ces soins, on reconnaît, comme on devait aisément s'y attendre, qu'ils ne forment pas une ligne absolument continue. Ils sont disposés en une espèce de constellation dessinant la forme générale d'une ligne dont ils s'écartent très-peu, et dont on peut dessiner la trace moyenne en se laissant guider par le sentiment de la continuité. M. Regnault marqua lui-même cette courbe et fit ensuite achever la gravure par un artiste qui donna au trait l'épaisseur et la profondeur convenables pour le tirage des épreuves. On put ensuite remarquer que les points construits graphiquement d'après les données des expériences ne sont jamais éloignés du trait définitif, qu'ils sont placés les uns au-dessus, les autres au-dessous, et qu'en donnant à la ligne une position moyenne et une courbure parfaitement régulière, on a dû vraisemblablement corriger en partie les erreurs individuelles des observations.

Cette courbe remplace maintenant les expériences et résume toutes les observations; elle fait plus encore, car les mesures avaient été faites à des températures discontinues t, t', t'', et le tracé graphique en les liant l'une à l'autre représente la loi de leur continuité. Il suffit donc maintenant de mesurer une ordonnée quelconque pour avoir la valeur de la dilatation à la

température correspondante. Ce n'est point encore là cependant que nous allons nous arrêter; après avoir tracé cette courbe, nous devons en chercher l'équation empirique afin de n'avoir plus qu'une formule numérique pour exprimer la loi que nous cherchions.

Si le coefficient de dilatation était une quantité constante k, la dilatation s'exprimerait par kt, et l'équation de la courbe serait $\delta_t = kt$; elle représenterait une ligne droite. Mais les expériences montrent que cela n'a pas lieu, que la ligne qui vient d'être construite est courbe et qu'elle tourne sa convexité vers l'axe horizontal. Il faut dès lors en exprimer l'équation par une autre formule; on a essayé

$$\delta_t = at + bt^2.$$

On a déterminé a et b au moyen de deux points particuliers, puis on a calculé les valeurs de δt relatives à d'autres températures, et l'on a comparé les résultats de ce calcul aux ordonnées mesurées sur la courbe. On a constaté par là que la courbe est exactement représentée par l'équation précédente, et par suite que celle-ci résume toutes les valeurs de la dilatation et qu'elle en exprime la loi empirique. Les logarithmes des constantes a et b sont

$$\log a = \bar{4},2528692,$$

$$\log b = \bar{8},4019441.$$

Si l'on veut maintenant avoir les coefficients moyens de la dilatation entre zéro et une température t quelconque, il faudra calculer $\frac{\delta_t}{t}$, et l'on aura

$$\frac{\delta_t}{t} = k = b + ct.$$

On voit que le coefficient moyen k augmente avec la température. A 100, 200 et 300 degrés, les valeurs fournies par cette formule sont, pour ainsi dire, égales à celles que Dulong et Petit avaient précédemment trouvées.

Le coefficient moyen de dilatation n'est pas la seule donnée qu'il soit bon de connaître. Entre deux températures très-voisines t et $t + \Delta t$, la dilatation varie de δ_t à $\delta_t + \Delta\delta_t$; le coeffi-

cient moyen entre ces températures est $\frac{\Delta \delta_t}{\Delta t}$; à la limite, il devient $\frac{d\delta_t}{dt}$, et il est donné par la formule

$$\frac{d\delta t}{dt} = k_1 = b + 2ct.$$

Ce coefficient représente la tangente de l'angle que la courbe fait en chaque point avec l'axe horizontal; nous l'appellerons avec M. Regnault *coefficient réel de dilatation à t degrés.*

Dans le tableau qui suit on a calculé, au moyen des équations précédentes, d'abord la dilatation δ_t, ensuite le coefficient moyen k, puis le coefficient réel k_1, enfin on a inscrit dans une dernière colonne les températures que l'on obtiendrait avec un thermomètre fondé sur la dilatation absolue du mercure. Ce thermomètre devrait marquer o et 100 aux températures de la fusion de la glace et de l'ébullition de l'eau; on diviserait en 100 parties égales la dilatation totale δ_{100} et l'on conviendrait de définir *degré* tout accroissement de température produisant une augmentation de volume égale à $\frac{\delta_{100}}{100}$. Si, à une température t indiquée par le thermomètre à air, la dilatation du mercure est δ_t, le nombre de degrés indiqués par le thermomètre fondé sur la dilatation absolue du mercure sera le quotient de δ_t par $\frac{\delta_{100}}{100}$, et l'on aura

$$\theta = 100 \frac{\delta_t}{\delta_{100}}.$$

Ce sont ces températures θ que l'on a écrites dans la troisième colonne; on voit qu'elles diffèrent des températures marquées par le thermomètre à air. Nous reviendrons bientôt sur cet important résultat.

Tableau des dilatations du mercure.

TEMPÉRATURE du thermomètre à air	DILATATION de 0 à t° δ_t	COEFFICIENT moyen de 0 à t. k	COEFFICIENT réel à t° k_1	TEMPÉRATURE déduite de la dilatation du mercure. θ
0°	0,000000	0,00000000	0,00017905	0°,000
20	0,003590	0,00017951	0,00018001	19,976
40	0,007201	0,00018002	0,00018102	39,668
60	0,010831	0,00018052	0,00018203	59,615
80	0,014482	0,00018102	0,00018304	79,777
100	0,018153	0,00018153	0,00018305	100,000
120	0,021844	0,00018203	0,00018505	120,333
140	0,025555	0,00018254	0,00018606	140,776
160	0,029287	0,00018304	0,00018707	161,334
180	0,033039	0,00018355	0,00018808	182,003
200	0,036811	0,00018405	0,00018909	202,782
220	0,040603	8,00018456	0,00019010	223,671
240	0,044415	0,00018506	0,00019111	244,670
260	0,048247	0,00018557	0,00019212	265,780
280	0,052100	0,00018607	0,00019313	287,005
300	0,055973	0,00018658	0,00019413	308,340
320	0,059866	0,00018708	0,00019515	329,786
340	0,063778	0,00018758	0,00019616	351,336
350	0,065743	0,00018784	0,00019666	362,160

TRENTE-DEUXIÈME LEÇON.

DILATATION. (Suite.)

Thermomètre à poids. — Dilatation absolue des vases de verre; des solides quelconques. — Lois de ces dilatations. — Dilatation absolue des liquides: 1° par le thermomètre à poids; 2° par le thermomètre à tige. — Dilatation de l'eau. — Expériences d'Hällström. — Expériences de M. Despretz.

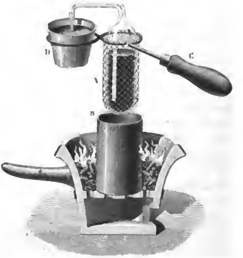
DILATATION APPARENTE DES LIQUIDES.

Quand nous nous sommes proposé de chercher la dilatation des solides, nous avons mesuré leurs allongements linéaires et nous en avons conclu par une formule théorique les coefficients de leurs dilatations superficielles ou cubiques. Cette méthode est loin d'être suffisante. On sait en effet que la dilatation d'une substance varie avec son état moléculaire, et comme un solide n'a pas toujours une élasticité égale dans des directions différentes, il est probable qu'il n'offrira pas à diverses températures des volumes de figure semblable et qu'on ne pourra, sans des erreurs notables, conclure sa dilatation cubique de son allongement linéaire. On peut avoir déterminé en outre avec beaucoup d'exactitude la dilatation d'une barre, sans pouvoir affirmer qu'elle soit la même que celle d'un autre échantillon du même corps; ce serait transporter un résultat trouvé pour une substance à une autre qui n'aurait avec elle rien de commun que le nom. Pour ces raisons, il est indispensable de chercher une méthode propre à donner directement la dilatation cubique d'un échantillon quelconque des solides dont on se servira et des vases quelconques que l'on emploiera. D'un autre côté, nous venons d'exposer dans tous leurs détails les pénibles opérations qu'a exigées la recherche de la dilatation du mercure; la même méthode pourrait certainement être appliquée à tous les liquides; mais comme sa grande complication en restreint évidemment l'usage, il est

nécessaire de savoir mesurer leur dilatation par des procédés plus simples. Heureusement on peut, en s'appuyant sur les résultats trouvés pour le mercure, aborder sans aucune difficulté cette double recherche de la dilatation cubique et absolue des solides et des liquides. On emploie dans ce but le thermomètre à poids que nous allons décrire.

THERMOMÈTRE A POIDS. — Cet instrument est un vase en verre pouvant contenir au moins 200 grammes de mercure; il est prolongé par un tube étroit deux fois recourbé et terminé en pointe. On commence par le peser; ensuite on le remplit de mercure, et pour faire aisément cette opération on peut employer la disposition représentée (*fig.* 280). Le tube est maintenu dans une grille en fer A qu'on soutient par un manche C;

Fig. 280.



sa pointe pénètre dans un godet de porcelaine D qui est plein de mercure, et on plonge la grille dans un cylindre de fer B chauffé par un fourneau. Alors l'air du tube se dilate et s'échappe à travers le godet; et si on soulève l'instrument pour le laisser refroidir, la contraction de l'air permet au mercure de pénétrer dans le vase. On redescend ensuite le tube, que

l'on chauffe de nouveau jusqu'à faire bouillir le mercure déjà introduit, afin de chasser l'air restant par les vapeurs mercurielles, et, après quelques minutes d'ébullition, on laisse lentement refroidir l'appareil, qui se remplit entièrement lorsque l'ébullition a été suffisamment prolongée. S'il restait encore quelques bulles d'air, il faudrait recommencer l'opération.

Quand le thermomètre est entièrement rempli et qu'il est revenu à la température ordinaire, on le place dans de la glace pilée en maintenant sa pointe toujours plongée dans le mercure, et, après un quart d'heure d'immersion, il est plein et à zéro. A ce moment on vide le godet D et on le remet en place. Quand l'appareil se réchauffe ensuite dans l'air jusqu'à la température ambiante, une partie du mercure se déverse dans le godet; mais en pesant le tout et en retranchant du poids total celui du tube et du godet, on obtient le poids P du mercure qui remplissait le vase à zéro.

Si l'on porte ensuite l'appareil dans une enceinte chauffée à t degrés, une nouvelle quantité de mercure tombe dans le godet, et quand l'équilibre de température est établi, on recueille tout le mercure expulsé : soit p son poids. Il est facile de trouver une relation entre P, p et t.

Désignons par v_0 le volume commun du vase et du mercure qui le remplit à zéro. A t degrés, les deux volumes ont inégalement changé : celui du mercure est devenu v', celui du verre v; leur différence $v'-v$ est l'augmentation apparente du liquide, et $\frac{v'-v}{v}$, ce que l'on est convenu d'appeler la *dilatation apparente* Δ_t du mercure. D'autre part, $v'-v$ est le volume à t degrés du poids p de mercure expulsé; v est le volume à la même température du poids $P-p$ de mercure resté dans le vase; ces volumes sont proportionnels à leurs poids et l'on a

$$\frac{v'-v}{v} = \frac{p}{P-p} = \Delta_t.$$

Cet instrument va maintenant nous servir à plusieurs usages et en premier lieu à mesurer la température d'une enceinte. Il faut se rappeler alors que, pour graduer un thermomètre quelconque, il suffit de chercher sa dilatation totale δ_{100} entre 0 et 100 degrés, de la diviser par 100 et d'appeler degré de tem-

pérature toute variation produisant un accroissement de volume égal à $\frac{\delta_{100}}{100}$. Dès lors, pour graduer le thermomètre à poids, on fera une opération préliminaire en le portant à 100 degrés, ce qui fera connaître Δ_{100} et par suite $\frac{\Delta_{100}}{100}$; et quand on voudra mesurer la température t d'une enceinte, on y placera l'instrument, on déterminera le poids de mercure sorti p, on calculera Δ_t, et le quotient de Δ_t par $\frac{\Delta_{100}}{100}$ donnera la température. On aura donc

$$t = \frac{\Delta_t}{\frac{\Delta_{100}}{100}} = \frac{p}{\text{P} - p}\,\frac{100}{\Delta_{100}}.$$

Dulong et Petit préféraient le thermomètre à poids au thermomètre à tige, à cause de la sûreté de ses indications; ils avaient trouvé que la valeur de $\frac{\Delta_{100}}{100}$ est égale à $\frac{1}{6480}$ pour le verre ordinaire qu'ils employaient; mais il est évident que cette valeur variera avec la nature du verre. On se rappelle d'ailleurs que le thermomètre à poids n'est point d'accord avec le thermomètre à air, et c'est un point sur lequel nous reviendrons.

DILATATION DES VASES DE VERRE. — On peut, en second lieu, se servir du thermomètre à poids pour déterminer la dilatation cubique du verre qui forme son enveloppe. On le portera pour cela dans une enceinte que l'on élèvera successivement à des températures t, t', t''; on mesurera ces températures avec un thermomètre étalon à air; à chaque fois on pèsera le mercure expulsé p, p', p'', on calculera les valeurs correspondantes de la dilatation apparente Δ_t, $\Delta_{t'}$, $\Delta_{t''}$. Ensuite on tirera de l'équation précédente, en ajoutant l'unité à chaque membre,

$$\frac{v'}{v} = \frac{\text{P}}{\text{P} - p} = 1 + \Delta_t.$$

v' étant le volume dilaté du mercure, ou $v_0(1 + \delta_t)$, et v le vo-

lume dilaté du verre, ou $v_0(1+k_t)$, on aura

$$\frac{1+\delta_t}{1+k_t}=1+\Delta_t.$$

On connaît δ_t, qui est la dilatation absolue du mercure, on vient de mesurer Δ_t sa dilatation apparente; on pourra donc calculer la dilatation du verre k_t pour toutes les températures t, t', t'' auxquelles on a opéré. On peut simplifier la relation précédente en écrivant

$$1+\delta_t=(1+k_t)(1+\Delta_t),$$

ou, approximativement, en remarquant que le terme $k_t\Delta_t$ est assez petit pour être négligé,

$$k_t=\delta_t-\Delta_t.$$

Ce qui veut dire que la dilatation du verre est la différence entre les dilatations absolue et apparente du mercure.

Cette manière de mesurer la dilatation du verre est très-précieuse. Nous verrons, en effet, que pour obtenir avec exactitude les dilatations des gaz ou leur densité, et en général pour traiter les diverses questions où la chaleur intervient comme cause perturbatrice, il est nécessaire de connaître à toutes les températures la capacité des vases que l'on emploie. Pour cela on commencera par en faire des thermomètres à poids et par déterminer directement leur dilatation sans la déduire d'expériences faites sur d'autres échantillons qui ne leur seraient point comparables.

DILATATION CUBIQUE DES SOLIDES. — Dulong et Petit ont essayé d'employer le même procédé pour mesurer la dilatation des autres solides; ils avaient même construit dans cette intention un thermomètre à poids dont l'enveloppe était en fer; mais ils ont abandonné cette méthode pour un moyen plus simple. Ils enfermaient les solides qu'ils voulaient étudier dans un tube en verre dont ils faisaient ensuite un thermomètre à poids

Fig. 281.



(*fig.* 281). Pour le fer et le platine, ils ne prenaient d'autres pré-

cautions que de les façonner en tiges dont ils garnissaient les extrémités avec des cales A, B, qui empêchaient tout ballottement et prévenaient les ruptures; et pour opérer avec des métaux attaquables par le mercure, ils en oxydaient la surface au feu ou la couvraient d'un vernis. Dans tous les cas ils mesuraient le poids p et la densité d à zéro des tiges métalliques avant de les enfermer dans le tube; ils remplissaient avec du mercure l'espace resté vide dans l'appareil, et, opérant en tout point comme pour le thermomètre à poids ordinaire, ils pesaient le poids p' et p'' du mercure contenu à zéro et de celui qui s'échappait par la pointe quand on portait ensuite le tube à une température t degrés. On peut maintenant exprimer qu'à zéro la capacité du verre est égale à la somme des volumes du solide et du mercure qu'il contient, et qu'à t degrés la différence entre cette somme et la capacité du vase est égale au volume du mercure expulsé; on a ainsi

$$\frac{p}{d}(1+x_t)+\frac{p'}{D}(1+\delta_t)-\left(\frac{p}{d}+\frac{p'}{D}\right)(1+h_t)=\frac{p''}{D}(1+\delta_t),$$

relation qui permet de calculer la dilatation x_t du métal, en fonction des valeurs de δ_t et de k_t qui ont été déterminées par les expériences qui précèdent. Voici quelques-uns des résultats obtenus. La première colonne contient les températures mesurées par le thermomètre à air, et on a inscrit en regard les températures correspondantes qui seraient marquées par des thermomètres fondés sur la dilatation de chacune des substances étudiées.

D'après Dulong et Petit.

THERMOMÈTRE		MERCURE.		FER.		CUIVRE.		PLATINE.		VERRE.	
à air.	à mercure.	Coefficient.	Température.	Coefficient.	Température.	Coefficient.	Température.	Coefficient.	Température.	Coefficient	Température.
100	100,00	$\frac{1}{5550}$	100,00	$\frac{1}{28200}$	100	$\frac{1}{19400}$	100	$\frac{1}{37700}$	100,00	$\frac{1}{38700}$	100,0
200	202,95	$\frac{1}{5425}$	204,00	"	"	"	"	"	"	$\frac{1}{36300}$	213,0
300	307,64	$\frac{1}{5300}$	314,15	$\frac{1}{22700}$	372	$\frac{1}{17700}$	328	$\frac{1}{36300}$	311,16	$\frac{1}{32900}$	352,9

D'après M. Regnault.

THERMOMÈTRE à air.	CRISTAL DE CHOISY.		VERRE BLANC.	
	Coefficient moyen.	Température.	Coefficient moyen.	Température
10	0,000227	"	0,00002628	"
50	0,000227	"	0,00002687	"
100	0,000228	100,0	0,00002761	100,0
150	0,000230	"	0,00002835	"
200	0,000231	202,0	0,00002908	210,9
250	0,000232	"	0,00002981	"
300	0,000233	306,0	0,00003056	332,2
350	0,000234	359,6	0,00003131	396,0

Ces nombres nous permettent de généraliser les remarques que nous avons faites à propos de la dilatation du mercure.

1°. Lorsqu'on rapporte la dilatation des solides au thermomètre à air, les coefficients moyens augmentent avec la température. Cela veut dire que les volumes à t degrés ne pourront rigoureusement se conclure du volume à 0 degré par la formule $v_t = v(1+kt)$, et qu'il faut adopter la relation suivante, qui a déjà été appliquée au mercure :

$$v_t = v\,(1 + at + bt^2 + \ldots).$$

2°. Si, d'après les termes contenus dans les tableaux précédents, on calcule les valeurs de a, b, c qui conviennent à toutes les substances étudiées et qu'on les compare, on ne trouve aucune relation qui permette de passer d'un corps à l'autre : par conséquent les lois de la dilatation sont individuelles et différentes pour chaque matière spéciale.

3°. Si l'on construisait des thermomètres avec des corps solides ou liquides différents, en les graduant comme le thermomètre à mercure, et si l'on comparait les températures qu'ils marquent à celles d'un thermomètre à air placé dans la même enceinte, on trouverait les nombres que l'on a calculés dans les tableaux qui précèdent et qui seraient tous différents. Si donc il est permis d'une part de choisir la substance thermométrique que l'on veut, il est expérimentalement démontré de l'autre

que toutes seraient discordantes, et la nécessité de bien définir l'instrument qu'on adoptera devient évidente. Les liquides dont nous allons maintenant nous occuper confirmeront ces conclusions.

DILATATION ABSOLUE DES LIQUIDES. — Ce sujet a été étudié par un très-grand nombre de physiciens; mais, comme les anciennes méthodes qu'ils ont employées étaient peu exactes et que les nombres trouvés ont été très-incorrects, nous nous dispenserons d'en parler et nous nous réduirons à l'étude de deux procédés qui sont généraux et précis.

I. On construit un thermomètre à poids que l'on remplit d'abord de mercure et que l'on porte de o à t degrés, afin de déterminer par la méthode précédente la dilatation k_t du verre spécial dont il est formé. Puis, une fois cette donnée acquise, on le vide et on le remplit avec le liquide dont on veut trouver la dilatation absolue. On opère exactement comme on l'a fait pour le mercure, c'est-à-dire que l'on pèse la quantité P de liquide contenu à zéro dans le tube, qu'on le chauffe ensuite jusqu'à t degrés dans une enceinte convenablement disposée auprès d'un thermomètre étalon mesurant la température t, que l'on recueille et qu'on pèse enfin le liquide expulsé dont le poids est p. On calcule ensuite la dilatation δ_t par la formule connue

$$\frac{P}{P-p}=\frac{1+\delta_t}{1+k_t}.$$

On répète l'opération à diverses températures t, t', t'',..., ce qui donne diverses valeurs de δ_t que l'on cherche à lier ensuite par la formule déjà adoptée pour les solides

$$1+\delta_t=1+at+bt^2+ct^3.$$

Toutefois, si le thermomètre à poids est d'un emploi facile et sûr quand on opère sur le mercure, il est loin d'offrir les mêmes garanties quand on étudie d'autres liquides. Comme leur densité est beaucoup plus faible, les poids P et p sont beaucoup plus petits, et comme ils sont plus ou moins volatils, la portion expulsée par la dilatation s'évapore en partie pendant l'opération et ne se retrouve pas en totalité dans le vase à déversement. Pour ces diverses raisons, il vaut mieux se servir du thermomètre à tige.

II. 1°. On prend un tube disposé comme ceux des thermomètres, dont la tige (*fig.* 282) est divisée en parties d'égale capacité et dont le réservoir est formé du même verre que la tige, ce que l'on obtient en le soufflant à la lampe. Il faut commencer par mesurer les capacités de ce réservoir et de chaque division. A cet effet, on y introduit du mercure qui à zéro s'arrête en A; on en cherche le poids P, et $\frac{P}{D}$ exprime le volume du réservoir AB. On ajoute ensuite une nouvelle quantité de mercure qui à zéro s'arrête en C et qui augmente le poids de p, de façon que $\frac{p}{D}$ est le volume de AC, et s'il y a n divisions dans AC, $\frac{p}{nD}$ est la capacité de chaque division. En prenant cette capacité pour unité, le réservoir équivaut à $\frac{Pn}{p}$ divisions, et l'on exprimera le volume de l'appareil jusqu'à un point quelconque D en ajoutant au réservoir $\frac{Pn}{p}$ le nombre des divisions de A à D.

Fig. 282.



2°. Cette graduation étant faite, il faut ensuite chercher la dilatation k_t du verre. Pour cela on laissera dans l'appareil une certaine quantité de mercure. Je suppose qu'à zéro il s'arrête en A et que son volume soit égal à v divisions. On échauffera ensuite l'appareil jusqu'à t degrés, ce qui fera monter le mercure jusqu'en D; il occupera alors v' divisions, et son volume réel sera $v'(1+kt)$. D'un autre côté, on connaît la dilatation δ_t du mercure, et l'on a la relation

$$v'(1+k_t) = v(1+\delta_t).$$

Cette formule fera connaître k_t. On pourra répéter l'expérience à plusieurs températures t, t', t'' et représenter la dilatation k_t par la formule connue

$$k_t = at + bt^2 + \ldots.$$

3°. On vide maintenant le thermomètre; on y introduit le liquide dont on veut trouver la dilatation x_t et l'on répète les opérations qu'on vient de faire avec le mercure, c'est-à-dire

qu'on mesure le volume à zéro v, puis le volume apparent v' à des températures t, t', t'', ..., et l'on calcule x_t par la formule

$$v'(1+k_t) = v(1+x_t).$$

Telle est la méthode la plus simple et aussi la plus précise que l'on puisse employer. Elle avait été pratiquée d'abord par Deluc, puis commentée et perfectionnée par M. Biot; elle a reçu de M. I. Pierre ses derniers perfectionnements. Ce physicien a étudié diverses substances bien définies qu'il avait préparées lui-même et qu'il analysa afin d'en constater la pureté. Voici quelques-uns de ses résultats :

Dilatation de quelques liquides,

$$\delta_t = at + bt^2 + ct^3.$$

	a	b	c
Brome.	0,001 038 186 255	0,000 001 711 380 853	0,000 000 005 447 118
Acide sulfureux.	0,001 496 377 527	0,000 022 337 479 463	0,000 000 495 759 153
Protochlor. de phosphore	0,001 128 618 932	0,000 000 872 880 045	0,000 017 923 565 000
Bromure de phosphore. . . .	0,000 847 204 934	0,000 000 436 718 628	0,000 000 002 527 555
Bichlorure d'étain.	0,001 130 800 769	0,000 000 911 710 706	0,000 000 007 579 789
Alcool.	0,001 048 630 106	0,000 001 750 960 620	0,000 000 001 345 183
Éther.	0,001 513 244 795	0,000 002 359 182 881	0,000 000 040 051 240
Esprit-de-bois	0,001 185 519 707	0,000 001 564 932 615	0,000 000 009 111 344
Sulfure de carbone.	0,001 139 803 833	0,000 001 370 651 328	0,000 000 019 122 546
Liqueur des Hollandais. . .	0,001 118 932 379	0,000 001 046 861 382	0,000 000 010 341 738
Aldéhyde.	0,001 513 244 795	0,000 002 359 182 881	0,000 000 040 051 240
Chloroforme.	0,001 107 145 896	0,000 004 664 734 417	0,000 000 017 432 753

Puisque le coefficient vrai de dilatation $\frac{d\delta_t}{dt}$ augmente avec la température pour tous les liquides connus, il prend sa plus grande valeur possible quand on atteint l'ébullition; et si on la dépasse, les corps changent brusquement d'état et ils éprouvent une dilatation subite et énorme en se transformant en vapeurs. Mais on sait qu'en augmentant la pression on empêche les corps de bouillir, et il était intéressant de chercher ce que devient la dilatation dans ces liquides forcés. Or Thilorier avait annoncé que l'acide carbonique maintenu liquide se dilate

plus que les gaz, et tout récemment M. Drion a confirmé et étendu cette observation en étudiant l'éther chlorhydrique et l'acide sulfureux comprimés. Ces corps se comportent comme tous les liquides au-dessous de leur point ordinaire d'ébullition ; mais au delà de ce terme leur dilatation de degré en degré augmente très-rapidement, égalant d'abord et dépassant ensuite de beaucoup celle des gaz. Voici les résultats de M. Drion ; ils ne sont point corrigés de la dilatation du verre :

Éther chlorhydrique.		Acide sulfureux.	
Température.	Coeffic. moyen.	Température.	Coeffic. moyen.
De 0 à 100	0,000157	De 0 à 18	0,00193
121 à 128	0,00360	91 à 98	0,00368
128 à 131	0,00421	108 à 115	0,00463
144 à 145	0,00553	116 à 122	0,00533
		122 à 127	0,00600

DILATATION DE L'EAU.

Après cette étude générale, il est un liquide que nous devons examiner en particulier : c'est l'eau ; non-seulement à cause de l'usage que nous en ferons dans la suite et du besoin constant que nous aurons de corriger les effets de sa dilatation, mais encore parce que l'eau possède des propriétés toutes spéciales. Je ferai connaître les expériences de Hällström et de M. Despretz, ce qui me fournira l'occasion de montrer comment on peut trouver la loi continue d'un phénomène en liant les expériences entre elles, soit par la méthode des interpolations, soit par celle des représentations graphiques.

EXPÉRIENCES D'HÄLLSTRÖM. — Le travail que nous allons résumer peut se diviser en trois parties. Dans la première, on cherche la dilatation d'une règle de verre ; dans la seconde, on observe les pertes de poids d'une sphère du même verre plongée dans l'eau ; la troisième discute et coordonne les résultats des expériences.

I. Hällström mesure au moyen d'un appareil analogue à celui de Ramsden la longueur d'une règle de verre qu'il porte successivement à des températures croissantes depuis 0 jusqu'à 30 degrés. Il cherche ensuite à lier par une formule les résul-

tats qu'il a trouvés, et comme il reconnaît que la relation $l' = l(1 + kt)$ n'est pas suffisamment exacte, il adopte la forme de fonction

$$(\alpha) \qquad \frac{l'}{l} = 1 + kt + k't^2.$$

Pour déterminer k et k', on prend dans la série des expériences deux observations faites à t_1 et t_2 degrés, et l'on écrit

$$\frac{l_1}{l} = 1 + kt_1 + k't_1^2, \quad \frac{l_2}{l} = 1 + kt_2 + k't_2^2.$$

Ce sont deux équations dans lesquelles on connaît les longueurs l, l_1, l_2 qui ont été mesurées aux températures également connues 0, t_1, t_2; en les résolvant par rapport à k et k', on a trouvé les valeurs suivantes de ces coefficients :

$$k = 0{,}000\,001\,960, \quad k' = 0{,}000\,000\,105.$$

Pour être bien assuré que la formule adoptée est exacte, Hällström a remplacé k et k' par les valeurs précédentes dans l'équation (α); il a comparé les valeurs de l' qu'elle donne à toutes celles qu'il avait trouvées par l'expérience, et dans cette vérification à posteriori, il a constaté une concordance parfaite entre la formule et les mesures.

La loi de la dilatation linéaire de ce verre étant ainsi déterminée, on en déduit sa dilatation cubique en admettant que la règle est homogène et qu'elle reste semblable à elle-même à toute température, ce qui donne

$$(\beta) \qquad \frac{V_t}{V_0} = \frac{l'^3}{l^3} = (1 + kt + k't^2)^3.$$

Hällström va ensuite plus loin : il accepte cette formule avec les mêmes valeurs de k et de k' pour représenter non-seulement la dilatation de la règle qu'il vient d'étudier, mais encore celle d'une sphère creuse qui était formée avec le même verre. Cette extension n'est pas absolument légitime, car on sait aujourd'hui que deux échantillons provenant d'une même coulée de verre ne sont point entièrement identiques. Il eût donc mieux valu que Hällström mesurât directement la dilatation du vase qu'il devait employer; mais cette cause d'erreur ne saurait être très-grave. C'est d'ailleurs la seule qu'on puisse

signaler dans ce travail, et tout ce qui va suivre sera parfaitement rigoureux.

II. On emploie maintenant une sphère formée du même verre que celui qui vient d'être étudié. On verse dans son intérieur, qui est creux, assez de sable pour la rendre un peu plus lourde qu'un égal volume d'eau, on la ferme à la lampe, on la suspend par un fil métallique très-fin au plateau d'une balance sensible et on l'équilibre dans l'air avec de la grenaille de plomb. On dispose ensuite au-dessous de la sphère un vase plein d'eau que l'on peut chauffer ou refroidir, que l'on agite pour la rendre homogène et dont on mesure la température à chaque instant par un thermomètre à mercure bien vérifié et très-sensible. Alors on plonge la sphère dans le liquide; elle y perd de son poids; mais on rétablit l'équilibre en mettant dans le plateau qui la supporte des poids notés qui mesurent le poids d'un volume d'eau égal à celui de la sphère plongée. On dresse le tableau de tous les résultats obtenus à des températures variant depuis zéro jusqu'à 30 degrés.

Naturellement cette perte de poids varie quand la température de l'eau augmente ou diminue, ce qui provient à la fois du changement de volume que la sphère éprouve et du changement de densité que l'eau subit; mais ces variations sont une fonction de la température, et comme on peut toujours développer cette fonction en série, on peut écrire, en désignant par P_t et P_0 les poids perdus à t degrés et à 0 degré,

$$P_t = P_0(1 + at + bt^2 + ct^3 + \ldots). \tag{7}$$

Comme d'ailleurs P_t varie très-peu quand la température t change beaucoup, il faut que cette série soit très-convergente, et l'on peut se contenter de calculer les coefficients a, b, c. On les détermine comme on a précédemment déterminé k et k' au moyen de trois expériences faites à trois températures t_1, t_2, t_3. Hällström a trouvé :

$$a = +0{,}000\,058\,815,$$
$$b = -0{,}000\,006\,2168,$$
$$c = +0{,}000\,000\,01443.$$

Il a ensuite comparé les résultats donnés par la formule (7)

aux nombres trouvés par expérience, et il a constaté entre eux une concordance parfaite.

III. On peut maintenant laisser de côté les expériences qui ont été faites, ne conserver que les deux formules qui les résument et trouver par le calcul la dilatation de l'eau que l'on cherche. On a en effet pour représenter les volumes de la sphère à t degrés et à zéro d'une part, et les poids qu'elle perd dans l'eau de l'autre, les deux formules suivantes :

$$(\beta) \qquad V_t = V_0(1 + kt + k't^2)^3,$$

$$(\gamma) \qquad P_t = P_0(1 + at + bt^2 + ct^3).$$

En les divisant l'une par l'autre,

$$(\delta) \qquad \frac{P_t}{V_t} = \frac{P_0}{V_0}\frac{1 + at + bt^2 + ct^3}{(1 + kt + k't^2)^3} = \frac{P_0}{V_0}(1 + mt - nt^2 + pt^3).$$

Les coefficients m, n, p se calculent en fonction des valeurs connues de a, b, c, k et k' et ont été trouvés égaux aux nombres suivants :

$$m = 0{,}000\,052\,939,$$
$$n = 0{,}000\,006\,532\,2,$$
$$p = 0{,}000\,000\,014\,45.$$

$\frac{P_t}{V_t}$ et $\frac{P_0}{V_0}$ sont les densités d_t et d_0 de l'eau à t degrés et à o degré, et comme ces densités sont en raison inverse des volumes v_t et v_0 que prend un même poids d'eau à ces deux températures, on a

$$(\delta) \qquad \frac{d_t}{d_0} = \frac{v_0}{v_t} = 1 + mt - nt^2 + pt^3.$$

Telle est la formule définitive qui exprime la dilatation de l'eau : il n'y a plus qu'à la discuter.

En supposant $v_0 = 1$ et calculant de degré en degré les valeurs de v_t, on trouve les nombres écrits dans le tableau qui suit, et l'on arrive à ce résultat remarquable et tout exceptionnel, que le volume commence par diminuer quand la température s'élève jusqu'à 4 degrés environ, qu'alors il reste un moment stationnaire et qu'il prend ensuite une marche croissant avec la température et qui ne s'arrête plus. A 4 degrés, l'eau

occupe donc le plus petit volume qu'elle puisse prendre et atteint par suite sa plus grande densité possible.

Comme il est de la dernière importance de déterminer avec précision cette température du maximum de densité, on différentie l'équation (δ) et l'on égale la différentielle à zéro, ce qui donne

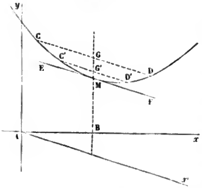
$$m - 2mt + 3pt^2 = 0.$$

De là on tire deux valeurs de t, l'une très-élevée, qui sort des limites des températures où la formule est applicable, l'autre qui répond à la question et qui est égale à $4°,108$.

EXPÉRIENCES DE M. DESPRETZ. — Pour étudier le même sujet, M. Despretz procède tout autrement. Il se sert d'un thermomètre à tige dont il a par avance gradué la capacité et cherché le coefficient moyen de dilatation k, comme nous l'avons indiqué page 32; puis il remplit le tube avec de l'eau bien pure et bien purgée d'air, et il mesure en prenant pour unité la capacité d'une division, d'abord le volume à zéro v, ensuite le volume apparent v' à des températures successives et croissant depuis zéro jusqu'à 30 degrés.

M. Despretz construisit ensuite graphiquement tous ces résultats en prenant les températures pour abscisses et les valeurs de $\frac{v'}{v}$ pour ordonnées, ce qui détermina autant de points qu'il y avait d'expériences; puis il traça une ligne continue CMD (*fig.* 283) assujettie non pas à passer par tous les points, mais à s'en écarter très-peu; à laisser les uns au-dessus, les autres au-dessous, et à suivre une direction moyenne qui corrigeait par la régularité de sa courbure les erreurs inévitables des observations. Ainsi dessinée, la courbe offrit sensiblement la

Fig. 283.



forme d'une parabole dont le sommet correspondait environ à 5 degrés et qui se relevait à partir de ce point, soit vers zéro, soit vers les températures plus élevées. Par une particularité remarquable et inexpliquée, l'eau perd la propriété de se congeler à zéro quand elle est enfermée dans un tube thermométrique purgé et persiste à l'état liquide jusqu'à -20 degrés. L'expérience put donc être continuée et la courbe prolongée jusqu'à ces basses températures, et l'on vit que l'eau continuait à se dilater régulièrement en se refroidissant.

On sait maintenant que v' étant le volume apparent, le volume réel est $v'(1+kt)$, et qu'en appelant x_t la dilatation de l'eau à partir de zéro, on a

$$v'(1+kt) = v(1+x_t),$$

d'où

$$1+x_t = \frac{v'}{v} + \frac{v'}{v}kt.$$

On peut donc obtenir $1+x_t$ en ajoutant la quantité $\frac{v'}{v}kt$ aux ordonnées $\frac{v'}{v}$ de la courbe qu'on vient de construire. Pour cela, on trace la ligne Ax' dont l'équation est $y = -\frac{v'}{v}kt$, ligne qui est sensiblement droite entre les limites de l'expérience et les ordonnées de la courbe prolongées jusqu'à Ax' mesurent $\frac{v'}{v} + \frac{v'}{v}kt$ ou $1+x_t$.

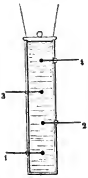
Le point pour lequel le volume est minimum correspond à la plus courte de ces lignes, et l'on voit aisément qu'il sera en M où la tangente est parallèle à Ax'. Comme la forme de la courbe rappelle celle de la parabole, on construira aisément cette tangente en menant des sécantes parallèles à Ax', en faisant passer par leurs milieux une ligne verticale qui déterminera le point M et dont la distance à l'origine A sera la température du maximum de densité. La moyenne de tous les résultats a fixé cette température à 4°,001, un peu plus bas que dans les expériences d'Hällström. On trouvera dans la table les nombres de M. Despretz : le volume à 4 degrés y est représenté par l'unité.

Volumes de l'eau à diverses températures.

D'après Hallström.		D'après M. Despretz.	
°		°	
0	1,000000	— 9	1,001631
1	0,999950	— 8	1,001373
2	0,999916	— 5	1,000698
3	0,999894	— 2	1,000307
3,9	0,999882	0	1,000126
4	0,999888	2	1,000023
5	0,999897	3	1,000008
8	0,999996	4	1,000000
9	1,000069	5	1,000008
15	1,000910	8	1,000121
20	1,001594	9	1,000187
25	1,002741	15	1,000875
30	1,004216		

Une ancienne expérience imaginée autrefois par Trallès et par Hope offre ce genre d'intérêt de démontrer l'existence du maximum de densité par l'ordre dans lequel se superposent des couches d'eau inégalement chaudes. A l'origine, elle n'était guère qu'un moyen de démonstration; mais elle est devenue précise entre les mains de M. Despretz qui l'exécuta de la manière suivante. Un vase fermé, plein d'eau à 10 degrés, et muni de quatre thermomètres alternes (*fig.* 284), est suspendu dans l'air pendant une journée froide. Les molécules d'eau qui se refroidissent contre les parois deviennent plus lourdes et tombent au fond, pendant que les plus chaudes remontent au sommet. Par suite les thermomètres vont baisser, le n° 1 rapidement, le n° 2 moins vite, et les n°s 3 et 4 très-lentement. Bientôt le premier atteindra 4 degrés, et il s'y maintiendra, puisque les molécules qui l'entourent seront arrivées alors à leur densité maxima; puis l'effet qui s'était fait sentir sur le thermomètre n° 1 se transportera au n° 2, et successivement au n° 3 et au n° 4; ils arriveront l'un après l'autre à 4 degrés,

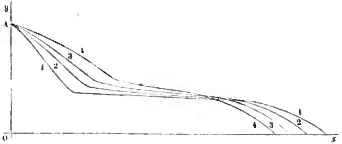
Fig. 284.



et ils y demeureront tant que cette température ne sera pas uniformément établie de bas en haut dans la masse entière. Une fois cet état atteint et le refroidissement continuant toujours, certaines parties du liquide deviennent plus froides; mais, devenant en même temps plus légères, elles se meuvent de bas en haut. Le thermomètre n° 4, qui avait été primitivement le dernier à atteindre 4 degrés, est maintenant le premier à baisser au-dessous de ce point et à se refroidir jusqu'à zéro. Ensuite les abaissements de température se transmettent du thermomètre supérieur à l'inférieur, comme ils se propageaient précédemment de l'inférieur au supérieur.

Pour tirer parti de ces expériences et les traduire en nombres exacts, M. Despretz eut l'heureuse idée de représenter la marche des thermomètres par des courbes dont les abscisses sont les temps et les ordonnées les températures. S'il n'y avait aucune cause de perturbation dans l'expérience, les thermomètres 1, 2, 3, 4 devraient baisser l'un après l'autre, atteindre ensuite la température commune du maximum de densité, y rester stationnaires pendant quelque temps et enfin baisser de nouveau et dans un ordre inverse. Conséquemment les courbes correspondantes 1, 2, 3, 4 devraient d'abord s'abaisser vers l'axe des x, puis se recourber brusquement pour se confondre en une ligne horizontale commune et enfin se continuer en descendant brusquement. Les courbes tracées par M. Despretz réalisent à peu près ces conditions (*fig.* 285). Elles offrent un premier changement brusque et deviennent sensiblement ho-

Fig. 285.



rizontales, mais sans se confondre complétement; elles se cou-

pent ensuite et présentent un deuxième changement brusque au-dessous de 4 degrés. La moyenne des températures à ces points de rencontre et de changements brusques fixe le maximum cherché. Les mêmes expériences ont été recommencées ensuite en suspendant le même vase plein d'eau froide dans une atmosphère chaude, et la moyenne générale des résultats a donné 3°,98.

On a pendant longtemps discuté pour savoir si d'autres liquides, et notamment les dissolutions salines, offraient comme l'eau un maximum de densité. M. Despretz a montré qu'il en est réellement ainsi. Il enfermait les liquides dans un thermomètre et, d'après ce que nous avons dit, il pouvait les conduire, en les maintenant à l'état liquide, jusqu'à des températures où ils auraient été congelés dans l'air; alors toutes les dissolutions des sels dans l'eau ont montré une densité maximum, mais toujours à une température inférieure à celle de leur congélation dans l'air. Voici quelques résultats.

SUBSTANCES.	POIDS de la substance sur 997,45 d'eau.	MAXIMUM.	TEMPÉRATURE de la congélation du liquide agité.
Eau de mer	"	− 3°,67	− 1,88
Chlorure de sodium	12,346	+ 1,19	− 0,71
Id.	24,692	− 1,69	− 1,41
Id.	37,039	− 4,75	− 2,12
Id.	74,078	− 16,00	− 4,30
Chlorure de calcium	6,173	+ 3,24	− 0,22
Id.	12,346	+ 2,05	− 0,53
Id.	24,692	+ 0,06	− 1,03
Id.	37,039	− 2,43	− 3,92
Id.	74,078	− 10,43	− 5,28
Sulfate de potasse	6,173	+ 2,92	− 0,15
Id.	12,346	+ 1,91	− 0,27
Id.	24,692	− 0,11	− 0,55
Id.	37,039	− 2,28	− 2,09
Id.	74,078	− 8,37	− 4,08
Sulfate de soude	6,173	+ 2,52	− 0,17
Id.	12,346	+ 1,15	− 0,30
Id.	24,692	− 1,51	− 0,68
Id.	37,039	− 4,33	− 1,30
Carbonate de potasse	37,039	− 3,95	− 3,21
Id.	74,078	− 12,41	− 2,25
Carbonate de soude	37,039	− 7,01	− 2,85
Id.	74,078	− 17,30	− 2,20
Sulfate de cuivre	57,996	− 0,62	− 1,32
Potasse pure	37,39	− 5,64	− 2,10
Id.	74,078	− 15,95	− 4,33
Alcool	74,078	+ 2,30	− 2,83
Acide sulfurique	12,346	+ 0,60	− 0,44
Id.	24,692	− 1,92	− 1,09
Id.	37,039	− 5,02	− 1,34

Nous ferons en terminant quelques observations générales sur les méthodes qui viennent d'être exposées en détail. Il s'agissait de trouver la loi empirique de la dilatation de divers solides ou liquides, c'est-à-dire de représenter le rapport des volumes à t degrés et à o degré par une fonction de la température,

$$\frac{v_t}{v} = f(t).$$

On a fait alors avec des appareils très-divers des expériences nombreuses sur chaque substance. Elles consistaient à mesurer $\frac{v_t}{v}$ à des températures différentes t, t', t'',...; elles ont donné un grand nombre de solutions particulières de la fonction cherchée. Il fallait aller plus loin, lier les mesures entre elles par une relation continue, c'est-à-dire trouver la fonction elle-même. On a suivi pour cela deux méthodes, celle des constructions graphiques et celle des interpolations algébriques.

Dans la première, on construit sur un canevas préparé les solutions particulières que l'on a trouvées et on les relie ensuite par une courbe continue. Cette marche offre des avantages nombreux. A la seule inspection de la figure, on reconnaît que les expériences sont régulières ou non si les points dessinent une courbe continue ou une ligne brisée; on découvre les expériences accidentellement fautives quand elles s'écartent accidentellement de la trace des autres; si l'on a fait plusieurs séries de mesures en changeant, soit les thermomètres employés, soit l'échantillon de la substance, soit l'appareil mesureur, soit enfin une circonstance quelconque des expériences, on voit, en comparant les courbes correspondantes, se dessiner les erreurs constantes dépendant de ces thermomètres, de cette substance, de ces appareils et en général de ces circonstances qui ont été modifiées. La construction graphique est donc éminemment propre à faciliter la discussion des résultats, puisqu'elle les offre tous à l'œil en même temps, dans leur ordre et leur grandeur. La courbe moyenne que l'on mène ensuite, que l'on dirige par les points les mieux alignés et qui sont le plus probablement exacts, représente la loi continue du phénomène. En mesurant ensuite des ordonnées équidistantes assez rapprochées pour que les portions de courbe qu'elles comprennent puissent se confondre avec leur corde, on peut dresser un tableau de nombres qui suffisent à toutes les applications.

Dans la deuxième méthode qui a été suivie par Hällström, on cherche par tâtonnement une forme de fonction qui paraisse propre à représenter les expériences; on en détermine les paramètres au moyen de plusieurs solutions particulières trouvées expérimentalement, et l'on s'assure à posteriori que

les autres expériences sont fidèlement représentées par la formule. Cette marche n'offre plus les mêmes facilités de discussion; elle est incomparablement plus pénible; et comme c'est par une espèce de divination qu'il faut choisir la fonction que l'on essaye, il n'y a point de marche régulière qu'on puisse ni indiquer ni suivre.

Mais on peut adopter une méthode de discussion mixte, qui est la réunion des deux précédentes et dont nous avons trouvé un exemple dans le travail de M. Regnault sur la dilatation du mercure. On commence par construire la courbe, et quand elle est tracée on voit par sa forme à quelle classe on peut la rapporter; ainsi on reconnaît si elle est une ligne droite, si elle ressemble à une branche de parabole ou d'hyperbole, si elle est fermée, si elle a ou non des asymptotes. Après avoir fait ces observations, on est naturellement conduit à certaines formes de fonctions qui pourront la représenter, et pour les essayer il suffira de les construire et de comparer leurs courbes avec la courbe expérimentale. Alors on verra si les deux lignes se superposent ou non, entre quelles limites elles concordent et à partir de quels points elles se séparent.

Bien que ces réflexions nous soient inspirées par les procédés que l'on a suivis dans l'étude spéciale des dilatations, elles s'appliquent néanmoins à la plupart des questions de la physique. Toute loi est une relation mathématique entre des variables; pour la trouver, il n'y a pas d'autre moyen que de déterminer par l'expérience le plus grand nombre de solutions particulières que l'on peut; il faut ensuite découvrir la fonction continue qui les résume toutes, et il n'y a d'autres méthodes de coordination que celles dont nous venons de résumer la marche.

TRENTE-TROISIÈME LEÇON.

DILATATION DES GAZ.

Historique. — Expériences de Gay-Lussac; de Dulong et Petit; de M. Pouillet; de Rudberg. — Expériences de M. Regnault. Première méthode. — Deuxième méthode. — Troisième méthode. — Dilatation des divers gaz. — Dilatation à diverses pressions.

HISTORIQUE. — Un très-grand nombre de physiciens, parmi lesquels il faut citer Hauksbee, Amontons, Lambert, Deluc et Dalton, ont mesuré la dilatation de l'air entre 0 et 100 degrés. Les résultats qu'ils ont obtenus ne sont ni assez concordants ni assez exacts pour qu'on doive s'y arrêter. A l'époque où ces expériences étaient faites on ignorait complétement l'art de dessécher les gaz, et nous ne devons pas nous étonner de l'imperfection de ces premiers essais.

Gay-Lussac reprit ensuite la question; et comme il fit autorité pendant longtemps, nous croyons utile de décrire et de discuter ses expériences. Il exécuta un premier travail, en opérant comme ses devanciers sur des gaz qu'il ne desséchait pas; il trouva les dilatations suivantes entre 0 et 100 degrés :

Air.	Oxygène.	Azote.	Hydrogène.
0,375	0,3748	0,3749	0,3752

Bientôt après, craignant avec raison que l'humidité qu'ils contenaient n'eût altéré la dilatation de ces gaz, Gay-Lussac fit une étude spéciale de l'air sec par le procédé suivant. Il prépara un tube thermométrique en verre composé d'un réservoir sphérique et d'une tige longue, fine, bien calibrée et divisée en parties égales dans toute son étendue; il l'emplit de mercure qu'il fit bouillir, ce qui chassa l'air et l'humidité, et il pesa séparément le mercure contenu dans la tige et celui qui emplissait le réservoir, ce qui lui permit de calculer le rapport

de la capacité d'une division à celle de la boule, comme nous l'avons fait page 37.

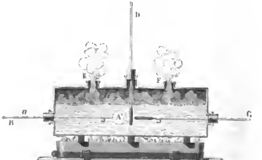
Fig. 286.



Pour introduire ensuite de l'air sec dans cet appareil (*fig.* 286), on ajustait à l'extrémité B un tube C plein de chlorure de calcium, on renversait le tout et l'on faisait tomber le mercure en introduisant et en agitant un fil de platine dans la tige AB. A mesure que le mercure sortait, il était remplacé par de l'air, et comme ce gaz avait séjourné dans le tube C, on admit qu'il s'y était entièrement desséché. A la fin de l'opération on laissait dans la tige une petite colonne de mercure qui devait servir d'index et de bouchon mobile pour séparer de l'atmosphère le gaz emprisonné dans l'appareil.

Ainsi préparé, le tube AB fut introduit horizontalement dans une caisse en fer-blanc qui reposait sur un fourneau (*fig.* 287); on la remplissait d'abord de glace et on l'échauffait ensuite. Des thermomètres C et D faisaient connaître la température, et des agitateurs la rendaient uniforme; à mesure qu'elle s'élevait, le gaz se dilatait, l'index a s'avançait, et en notant ses positions, d'abord à zéro, ensuite à des températures de plus

Fig. 287.



en plus élevées, on connaissait les volumes apparents de l'air. On fit ensuite une série de mesures en laissant la caisse se refroidir, et tous les résultats étant corrigés de la dilatation du verre et des variations de pression, Gay-Lussac retrouva pour la dilatation de l'air sec le nombre 0,375 qu'il avait déjà obtenu pour l'air humide. Il admit alors que la présence de la vapeur d'eau n'avait point d'influence et que ses premières expériences étaient exactes aussi bien pour les autres gaz que pour l'air.

D'autre part, et avant Gay-Lussac, Davy avait fait quelques expériences sur l'air comprimé et raréfié, et il avait annoncé que la dilatation reste constante entre les mêmes limites de température, quelle que soit la pression du gaz. Dès lors, pour résumer les expériences de Davy et les siennes, Gay-Lussac énonça les trois lois suivantes, qui portent son nom :

1°. Tous les gaz se dilatent également;

2°. Leur dilatation est indépendante de la pression;

3°. La dilatation commune de tous les gaz est de 0,375 entre 0 et 100 degrés.

Depuis ces travaux, plusieurs physiciens furent ramenés à la même étude. Dulong et Petit d'abord s'en occupèrent indirectement par une méthode nouvelle. Voulant comparer à de hautes températures la marche des thermomètres à air et à mercure, ils mesuraient la dilatation totale δ, et la divisaient par 0,00375. Le quotient obtenu exprimait la température du thermomètre à air et ils la comparaient à celle que le thermomètre à mercure marquait dans la même enceinte. On voit que ces physiciens n'avaient pas l'intention, comme ils le disent eux-mêmes, de mesurer de nouveau le coefficient de l'air sur la valeur duquel ils ne conservaient aucun doute; ils admettaient le nombre 0,375, mais tout en l'admettant ils disent formellement qu'ils l'ont vérifié et retrouvé. Cependant comme ils ne citent aucun nombre qui leur soit propre, on peut penser que cette vérification, qui ne leur inspirait aucun intérêt, puisqu'ils étaient convaincus d'avance, leur parut sans importance et ne les arrêta pas longtemps.

Enfin M. Pouillet revint au même sujet et imagina sous le *nom de pyromètre à air* un appareil propre à mesurer la dilatation de l'air. Les expériences qu'il exécuta lui donnèrent

un coefficient moindre que 0,375; mais il n'en fit connaître le résultat que longtemps après, et ses travaux ne parurent point d'abord avoir contredit les recherches précédentes.

Après de si nombreux travaux, les lois de Gay-Lussac purent être et furent en effet considérées comme irrévocablement établies, et les physiciens croyant en même temps à l'exactitude parfaite de la loi de Mariotte furent conduits à penser que tous les gaz ont des propriétés physiques identiques. Cette croyance, qui était trop absolue, comme nous le verrons bientôt, fut partagée par tout le monde, adoptée en principe et considérée comme le fondement de toutes les conceptions théoriques que l'on imagina sur la constitution des gaz. Mais pendant que ces idées régnaient, Rudberg fit entrer tout à coup la question dans une phase nouvelle en contestant l'exactitude des expériences précédentes.

Si, en effet, on discute attentivement l'appareil de Gay-Lussac, on y découvre plusieurs causes d'erreur. Il est probable d'abord que l'air dont on le remplissait n'était pas absolument desséché, et il est certain d'un autre côté que l'index de mercure n'adhérant point au tube, puisque ce métal ne mouille pas le verre, il y avait entre sa surface et celle du tube une gaîne d'air interposée à travers laquelle un peu de gaz devait s'échapper de l'appareil ou y rentrer, suivant qu'il y avait un excès de pression à l'intérieur ou à l'extérieur. C'est ce que M. Regnault a directement prouvé. Ces causes d'erreur ayant dû nécessairement avoir leur effet, il devenait indispensable de recommencer les expériences de Gay-Lussac en mettant à profit les appareils plus précis que l'on avait inventés, en utilisant surtout les procédés de dessiccation nouveaux que l'on avait découverts, procédés qui ont joué leur rôle dans l'étude des gaz. C'est là ce que fit Rudberg.

Le grand progrès que l'on doit à Rudberg ne vient pas des appareils dont il se servit; c'étaient ceux de Dulong et de M. Pouillet : il résulte presque exclusivement du soin minutieux avec lequel l'appareil thermométrique était desséché. En général, Rudberg le mettait en rapport avec une machine pneumatique, le chauffait à 100 degrés, le vidait, y laissait entrer de l'air sec et recommençait cette opération cinquante à soixante fois avant d'admettre que le gaz fût suffisamment

desséché; après cela il mesurait la dilatation, et il la trouva égale à 0,3646.

Pour expliquer une aussi grande différence entre ses mesures et celles de Gay-Lussac, Rudberg étudia l'air sans le dessécher, et sa dilatation fut égale à 0,384 dans une première épreuve et à 0,390 dans une seconde expérience. On vit alors clairement qu'il y avait dans tous les travaux précédents une cause d'erreur commune et très-grave. On reconnut que l'intérieur du vase était recouvert à zéro d'une couche d'humidité qui passait à l'état de vapeur quand on chauffait à 100 degrés, et que la dilatation du gaz s'augmentait de l'expansion de cette vapeur. Cela étant démontré, M. Magnus en Allemagne et M. Regnault en France continuèrent en 1841 la révision commencée par Rudberg. Nous allons résumer les travaux de M. Regnault, qui sont les plus complets.

FORMULES GÉNÉRALES. — Représentons par v et v' les volumes d'un même poids de gaz à t et t' degrés, aux pressions H et H', et désignons par a le coefficient moyen de ce gaz. $\frac{v}{1+at}$, $\frac{v'}{1+at'}$ exprimeront les volumes ramenés à zéro sous les pressions H et H', et, en vertu de la loi de Mariotte, on aura

$$\frac{vH}{1+at} = \frac{v'H'}{1+at'}, \tag{2}$$

ou bien, en remarquant que les volumes v et v' sont en raison inverse des densités dans les mêmes circonstances,

$$\frac{H}{d(1+at)} = \frac{H'}{d'(1+at')}.$$

La première de ces équations exprime que le volume d'un gaz à t degrés, divisé par le binôme de dilatation $(1+at)$ et multiplié par la pression H est une quantité constante; elle sera employée à l'avenir dans tous nos calculs. Il faut faire remarquer toutefois : 1° qu'elle suppose la loi de Mariotte exacte, ce qui ne sera sensiblement vrai que dans les cas où les variations de pression seront peu considérables et les gaz peu compressibles; 2° que a représente le coefficient moyen du gaz

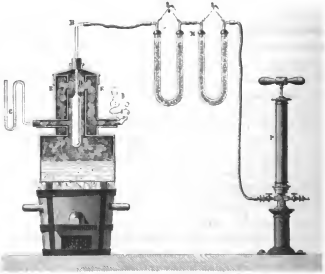
entre o et t et entre o et t'. Ce nombre n'est pas absolument constant, il varie avec les températures, si on les mesure par le thermomètre à mercure; il change aussi avec la nature de gaz et avec sa pression.

EXPÉRIENCES DE M. RÉGNAULT. — *Première méthode.* Nous passons maintenant aux recherches expérimentales, et nous commencerons par une méthode imaginée autrefois par Dulong et Petit, employée avec quelques modifications par Rudberg et perfectionnée enfin par M. Regnault.

L'expérience se compose de trois opérations distinctes que nous allons décrire successivement.

I. On dispose un vase en verre ADB (*fig.* 288) qui a la

Fig. 288.



forme d'un thermomètre à poids et l'on détermine: 1° sa capacité $\frac{P}{D}$ en pesant le poids P de mercure qu'il contient à zéro; 2° son coefficient de dilatation k par la méthode générale décrite page 32.

II. On introduit le tube dans une étuve en laiton, qui se

compose, d'une chaudière cylindrique contenant de l'eau, d'un tube vertical qui s'élève en son milieu et d'un autre tube plus large E enveloppant le premier et formant autour de lui un manchon qui empêche son refroidissement. C'est dans le tuyau intérieur que l'on fait plonger le tube AB, en le fixant par un bouchon dans le couvercle. Le tout repose sur un fourneau, et quand on chauffe jusqu'à faire bouillir l'eau, la vapeur monte autour de AB, redescend dans le manchon en passant par les ouvertures supérieures D et s'échappe ensuite par un orifice latéral.

L'extrémité B du tube thermométrique est effilée en pointe et ouverte; on la raccorde par un tuyau de caoutchouc avec une série de tubes en U remplis de pierre ponce calcinée, imbibée d'acide sulfurique concentré, et l'on fait communiquer le dernier de ces tubes avec une petite pompe à main P que nous avons décrite tome I, page 319. On fait le vide, puis on laisse rentrer l'air et on recommence vingt à trente fois l'opération en mettant un peu d'intervalle entre deux évacuations consécutives. A chaque fois il est clair que l'on enlève de l'air humide pour laisser rentrer de l'air sec, et comme la chaleur favorise l'évaporation de l'eau qui adhère au verre, on finit par enlever toute l'humidité qu'il y avait dans AB.

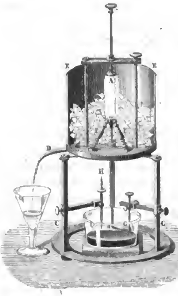
Après la dernière rentrée d'air sec, on détache le tube de caoutchouc du thermomètre à air et l'on ferme la pointe au moyen d'un chalumeau. On a emprisonné ainsi dans le tube une certaine quantité d'air sec qui est à la pression H de l'atmosphère et à la température T de l'ébullition de l'eau sous cette pression. La pression H est mesurée par le baromètre que l'on observe au moment même; la température T est donnée par des tables que nous ferons connaître, et le volume de l'air est égal à celui du tube à T degrés ou à $\frac{P}{D}(1+kT)$. En ramenant ce volume à zéro, c'est-à-dire en le divisant par $(1+aT)$ et le multipliant par H, on a le premier membre de l'équation (α), qui doit être constant,

$$\frac{P}{D}\frac{1+kT}{1+aT}H.$$

III. Il faut ensuite porter ce gaz à la température de zéro, ce

qui se fait dans l'appareil dessiné *fig.* 289. Il repose sur une base métallique d'où s'élèvent trois colonnes carrées C, C; elles soutiennent un plateau circulaire à rebord, percé d'un trou en son milieu et muni d'un tube de déversement D. Ce plateau donne appui lui-même à deux tiges verticales reliées à leur sommet par une traverse EE. Aussitôt que le tube thermométrique est refroidi, on le transporte dans ce nouvel appareil, on engage sa tige dans le trou du milieu où on le maintient avec les deux moitiés d'un bouchon percé; on le place verticalement, le réservoir A en haut et la tige B en bas; enfin, pour le fixer invariablement, on le serre en A par une vis à extrémité concave qu'on abaisse, et on le cale au-dessus du plateau par trois tiges inclinées F qui sont terminées par des têtes de vis mobiles. Ce genre de supports ne permet ni mouvements verticaux ni déplacements latéraux.

Fig. 289.



Au-dessous du plateau descend verticalement d'abord, puis se recourbe à angle droit, la tige B du vase thermométrique dont on a fermé l'extrémité. Vis-à-vis cette extrémité, on voit une petite cuiller en fer G qui est remplie de cire molle, qui se règle par des supports mobiles et peut glisser le long d'une coulisse horizontale; quand on fera avancer cette cuiller, elle rencontrera la pointe qui alors pénétrera dans la cire molle et s'y fixera.

Les choses étant ainsi disposées, on place tout ce système au-dessus et autour d'un vase plein de mercure dans lequel plongent et la cuiller et le tube BG. Alors avec des pinces

de fer on casse la pointe G, et le mercure remonte aussitôt dans la tige et jusque dans le réservoir A, puisque l'air y est refroidi. On couvre ensuite le plateau d'un manchon de verre EE que l'on remplit de glace, et, après quelques minutes d'attente, le gaz ayant pris la température de zéro, on fait avancer la cuiller vers la pointe G qui se ferme dans la cire molle et où on la laisse. Dans cette nouvelle phase de l'expérience, la même quantité d'air est encore contenue dans le vase AB; mais elle y est à zéro sous une pression et avec un volume moindres que précédemment, et il faut mesurer ce volume et cette pression. On peut d'ailleurs enlever la glace et le manchon qui la contenait, car la pointe demeurant bouchée, l'air se réchauffe sans que pour cela son volume augmente et que le mercure descende.

Pour que l'on puisse aisément mesurer la pression, l'appareil est muni d'une vis à deux pointes H que l'on fait affleurer sur le niveau extérieur du mercure et qui permet de relever au cathétomètre la hauteur totale h du mercure soulevé dans le tube. Si H' est à ce moment la hauteur barométrique, $H'-h$ est la pression de l'air à zéro. Pour avoir le volume de cet air, on commence par éloigner la cuiller avec précaution, et, comme une petite quantité de cire a pénétré dans la pointe et qu'elle la maintient bouchée, on peut sans danger enlever le tube. En le portant dans la balance, on trouve le poids p du mercure rentré; $\frac{P-p}{D}$ représente le volume occupé à zéro par l'air sous la pression $H'-h$, et le produit $\frac{P-p}{D}(H'-h)$, qui doit être constant, est le deuxième membre de l'équation (2); en l'égalant au premier que nous avons trouvé précédemment, on détermine a par la relation

$$\frac{P}{D}\frac{1+kT}{1+aT}H=\frac{P-p}{D}(H'-h).$$

Quatorze mesures très-concordantes entre elles ont donné à M. Regnault le nombre 0,36623; il ne s'en est point contenté. Il y a toujours en effet des causes d'erreur inconnues, même dans les expériences les plus soignées, et il est utile de modifier les appareils, afin de changer le sens et l'étendue de ces

erreurs; car si, malgré cette modification des instruments, les résultats restent constants, il est probable que les inexactitudes soupçonnées sont négligeables. M. Regnault changea donc le tube à air; il lui donna une capacité beaucoup plus considérable et lui adapta une tige très-longue. De cette façon, quand l'air se contractait par le refroidissement, le mercure s'élevait très-haut dans la tige et le gaz avait à zéro et à 100 degrés des volumes sensiblement égaux, mais des pressions très-différentes. Néanmoins le coefficient fut trouvé égal à 0,36633, c'est-à-dire qu'il fut sensiblement égal au précédent.

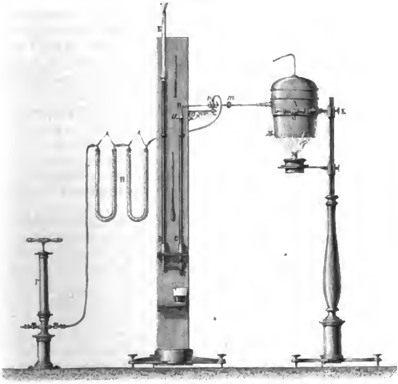
On remarquera que ces deux nombres sont plus forts que celui de Rudberg. M. Regnault explique cette différence par une observation qui avait échappé à Rudberg. Au moment où l'on casse sous le mercure la pointe effilée du tube, une certaine quantité d'air provenant de la gaîne gazeuze qui enveloppe l'extérieur de ce tube pénètre à l'intérieur par un effet de succion et souvent divise la colonne de mercure en parties discontinues. On conçoit qu'après cette rentrée anormale, le volume à zéro devient trop considérable et que la dilatation calculée se trouve trop faible. M. Regnault évita cette cause d'erreur en entourant le tube d'un anneau de laiton amalgamé qui était mouillé par le mercure ou en couvrant la surface extérieure de ce liquide avec une couche d'acide sulfurique.

Deuxième méthode. M. Regnault fit usage en second lieu d'un appareil manométrique analogue au pyromètre à air qui avait déjà servi à Rudberg. Cet appareil, tel que l'École Polytechnique le possède, se compose de deux parties distinctes, une chaudière et un manomètre (*fig.* 290).

La chaudière A est un vase de laiton dans lequel on met de l'eau ou de la glace; elle se ferme par un couvercle muni d'un tube pour donner issue à la vapeur; elle est supportée par un pied de fonte le long duquel elle peut être élevée ou abaissée et fixée par une vis K; elle peut se mouvoir en outre dans une coulisse horizontale O, ce qui permet de la faire avancer ou reculer et de l'amener à la position qu'il convient de lui donner; enfin elle est chauffée par une grosse lampe à alcool qui est supportée par le même pied, que l'on peut également faire monter ou descendre et qui sert à mettre l'eau en ébullition.

Le manomètre est disposé comme celui du voluménomètre que nous avons décrit tome I, page 300. Il est constitué par

Fig. 290.



deux tubes de verre égaux en diamètre : l'un DE droit, vertical et ouvert; l'autre BC, terminé à son sommet par un tube B*n* horizontal et fin; tous deux mastiqués à leur partie inférieure dans une pièce en fer munie d'un robinet à trois voies. On pourra, par conséquent, ou faire communiquer les deux branches entre elles, ou fermer le conduit qui les réunit, ou faire écouler le mercure de l'une et de l'autre, suivant la position qu'on donnera au robinet. On a eu soin de dessécher parfaitement ce manomètre en mastiquant les tubes après les avoir chauffés et en les remplissant aussitôt après avec du mercure sec et encore chaud. Je supposerai dans ce qui va suivre que

le mercure affleure dans la branche AB à un repère a marqué à son sommet.

Voici maintenant comment les expériences sont conduites. On prend pour réservoir de gaz un ballon A de $\frac{3}{4}$ de litre environ; on soude à son col un tube cylindrique étroit, et on commence par exécuter avec cet appareil les opérations du thermomètre à poids, ce qui fait connaître sa capacité à zéro V et le coefficient k de sa dilatation. Ensuite on le place en A au centre de la chaudière, en faisant passer sa tige par une tubulure horizontale et l'y fixant par un bouchon. Puis on dispose le manomètre vis-à-vis de la chaudière, et grâce aux pièces qui permettent de déplacer celle-ci, on amène la tige Am précisément dans le prolongement de nB. On réunit enfin ces deux tubes par un robinet ou mieux par un simple tube à trois voies mastiqué avec soin, dont la troisième tubulure communique avec des tubes à dessiccation H et par leur intermédiaire avec une pompe à main P.

On dessèche le ballon par le procédé qui a été précédemment employé, c'est-à-dire qu'après avoir fait bouillir l'eau dans la chaudière et fermé la branche BC par le robinet inférieur afin d'immobiliser la colonne de mercure, on enlève l'air humide pour le remplacer par de l'air sec. Après avoir répété l'opération un grand nombre de fois, on refroidit le ballon, d'abord en le couvrant d'eau, ensuite en l'entourant de glace, et quand il est arrivé à la température de zéro, on ferme avec du mastic ou en tournant le robinet n la communication qui existait entre l'appareil et les tubes à dessiccation. On note à ce moment la hauteur barométrique H.

L'air que l'on vient d'emprisonner ainsi est à la pression H; il se compose de deux parties : la première est contenue dans le ballon, son volume est V et sa température o degré; la deuxième remplit l'espace compris entre la paroi de la chaudière et le manomètre jusqu'en a. On a jaugé séparément chacun des tubes qui composent cet espace, et comme il est extrêmement petit, n'étant guère que la millième partie de la capacité totale, on peut admettre qu'il est constant, égal à v, qu'il a en tous ses points la température t de l'atmosphère et que le volume d'air qu'il contient réduit à o degré est égal à $\frac{v}{1+\alpha t}$. Dès lors tout

l'air enfermé dans l'appareil aurait à la température de zéro le volume $V + \frac{v}{1+at}$, et le produit de ce volume par sa pression serait

$$\left(V + \frac{v}{1+at}\right) H.$$

Pour passer à la seconde phase de l'expérience, il suffit de porter de nouveau l'eau de la chaudière à l'ébullition. L'air se dilatant fait baisser le mercure au-dessous de a; mais on ramène le niveau à ce repère en ajoutant du mercure dans la branche ouverte, et quand l'état stationnaire est établi, on mesure au cathétomètre la différence h des niveaux dans le manomètre et la hauteur barométrique H'. Alors la pression de l'air est $H' + h$, et la température T d'ébullition de l'eau sous la pression H' est donnée par les tables. La portion d'air contenue dans le ballon occupe maintenant à T degrés un volume $V(1 + kT)$ qui réduit à zéro serait $\frac{V(1+kT)}{1+aT}$. La partie contenue dans le volume v qui est à la température t' de l'atmosphère serait $\frac{v}{1+at'}$; et l'on aura, en faisant le produit du volume total ramené à zéro par sa pression et en égalant le résultat au produit que l'on a trouvé dans la première phase de l'expérience,

$$\left(V + \frac{v}{1+at}\right) H = \left[\frac{V(1+kT)}{1+aT} + \frac{v}{1+at'}\right](H'+h).$$

Pour obtenir la valeur de a d'après cette formule, on remarque que les quantités $\frac{v}{1+at}$ et $\frac{v}{1+at'}$ sont très-petites et n'interviennent que comme termes de correction; on en calcule la valeur en y remplaçant a par sa valeur trouvée dans les expériences précédentes, et l'équation donne ensuite $1 + aT$ et a. On refait ensuite le même calcul une seconde fois, mais en remplaçant a dans les termes de correction par la valeur que l'on vient d'obtenir, et l'on déduit de l'équation une seconde valeur de $1 + aT$. On peut recommencer une troisième et une quatrième fois, jusqu'à ce qu'en continuant encore, les valeurs

obtenues ne changent plus. C'est la méthode dite des *approximations successives*. M. Regnault a trouvé par cette nouvelle série d'expériences le nombre 0,36645.

En rapprochant maintenant les nombres 0,36623, 0,36633, 0,36645, qui ont été fournis par les trois séries d'expériences précédentes, on voit qu'ils ne diffèrent pas sensiblement entre eux, et si l'on se rappelle les précautions dont s'est entouré M. Regnault et la diversité des méthodes qu'il a suivies, on demeurera convaincu que le nombre 0,366 doit être substitué au coefficient 0,375 qui avait été obtenu par un procédé imparfait et sur de l'air incomplètement desséché. Nous voilà donc déjà conduits à abandonner l'un des résultats qu'avait établis Gay-Lussac.

Troisième méthode. Il est nécessaire de remarquer que dans la méthode précédente, le gaz conserve le même volume, à la dilatation du verre près, dans les deux périodes de l'expérience. A vrai dire, il ne se dilate pas; mais sa pression augmente, et le calcul se fonde sur la loi de Mariotte que l'on suppose exacte. On peut donc dire que le nombre qui vient d'être trouvé représente la dilatation *à volume constant et à pression variable.* Dans la méthode qui nous reste à étudier, c'est précisément l'inverse que nous allons faire.

Nous emploierons encore le même appareil manométrique; nous préparerons le ballon comme précédemment; nous mesurerons de la même manière les données de l'expérience à zéro, et nous aurons encore le produit constant

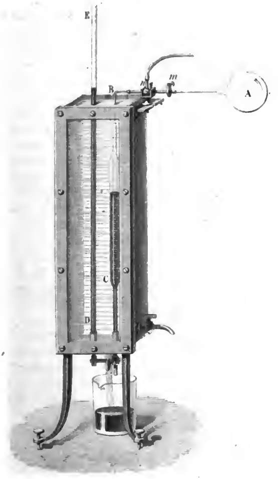
$$\left(V + \frac{v}{1+at}\right) H.$$

Mais quand nous chaufferons l'air dans l'eau bouillante, nous laisserons le niveau baisser librement au lieu de le ramener au repère constant et nous laisserons écouler du mercure jusqu'à ramener l'égalité de niveau dans les deux branches du manomètre. L'air conservera ainsi la pression atmosphérique qui est sensiblement constante et son volume s'agrandira de l'espace que le mercure abandonne, espace qu'il est facile de jauger. L'équation précédente deviendra

$$\left(V + \frac{v}{1+at}\right) H = V\left(\frac{1+kT}{1+aT} + \frac{v'}{1+at'}\right) H';$$

elle diffère de la précédente en ce que h est égal à zéro et que v' remplace v dans le second membre. v' représente d'ailleurs le volume compris entre la paroi de la chaudière et le sommet du mercure dans la deuxième période de l'expérience. On voit que cette fois tout l'effet de la dilatation est de transporter de l'air

Fig. 291.



dans le manomètre et que tout l'effort de l'observateur con-

siste à mesurer avec le plus grand soin v' et t'. Or, comme avec le manomètre précédent les températures que l'on mesurait dans l'air étaient variables et ne pouvaient se déterminer avec précision, on remplace cet instrument par un autre qui est représenté *fig.* 291. Il est maintenu dans un vase en tôle galvanisée plein d'eau, dont la face antérieure est fermée par une glace; on agite cette eau, on en mesure la température t', qui demeure constante, et on a jaugé à l'avance le tube BC, ce qui permet de mesurer le volume v'. M. Regnault a trouvé par cette méthode le nombre 0,36706.

Ce résultat exprime la dilatation quand le volume du gaz augmente librement sans que sa pression change. C'est la dilatation vraie *à pression constante et à volume variable*, et l'on voit qu'elle est supérieure à la dilatation trouvée à volume constant. Il n'est pas possible de penser qu'une différence aussi considérable doive être attribuée aux erreurs d'observation; car les deux modes d'opération sont presque les mêmes, et l'appareil n'a point changé. Il est même possible de faire à la fois les deux mesures en ramenant d'abord au repère a le volume échauffé et en diminuant ensuite la pression jusqu'à la rendre égale à celle de l'atmosphère. Les erreurs que l'on peut commettre dans cette double mesure sont évidemment les mêmes, et puisque l'on n'obtient pas le même résultat, c'est que la différence trouvée est réelle.

On s'explique et l'on aurait pu prévoir cette inégalité des deux dilatations. Quand on opère à pression constante, on mesure la dilatation par l'augmentation de volume, et on la calcule sans faire intervenir la loi de Mariotte; mais si au contraire on laisse le volume constant, c'est une augmentation de pression que l'on observe, et le calcul se fonde sur la loi de Mariotte supposée exacte. Comme elle n'est pas rigoureusement vraie, ses inexactitudes se reportent sur la dilatation. Pour confirmer ce raisonnement, soit v_t et H_t le volume et la pression d'un gaz à t degrés; on peut le ramener à zéro, soit en laissant sa pression constante H_t, et alors son volume devient $\frac{v_t}{1+at}$, soit en laissant son volume constant v_t, et alors sa pression diminue et devient $\frac{H_t}{1+a't}$. Or on sait, d'après les

expériences sur la loi de Mariotte, que

$$\frac{v_t \dfrac{H_t}{1+a't}}{\dfrac{v_t}{1+at} H_t} > 1, \quad \text{par suite} \quad 1+at > 1+a't,$$

d'où il résulte que a, le coefficient à pression constante, doit être plus grand que a' le coefficient à pression variable, et c'est justement ce que l'expérience vient de nous apprendre. On peut maintenant prévoir que plus un gaz liquéfiable s'éloignera de la loi de Mariotte, plus a diffère de a', et que l'hydrogène qui s'en écarte en sens inverse devra offrir des résultats opposés, c'est-à-dire que la dilatation à pression constante devra être plus petite qu'à pression variable. On voit combien se complique déjà une question que l'on était habitué à considérer comme élémentaire. Nous allons la voir devenir moins simple encore en suivant M. Regnault dans l'étude des autres gaz.

DILATATION DES DIFFÉRENTS GAZ. — Les divers gaz qui ont été examinés ont été purifiés avec un soin tout particulier. On les introduisait dans l'appareil à manomètre, et les observations ne différaient en rien de celles qui ont été faites sur l'air. Nous n'avons donc qu'à résumer les résultats :

Dilatation entre 0 et 100 degrés.

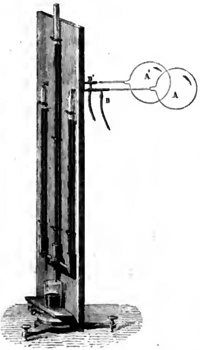
	Sous volume constant.	Sous pression constante.
Hydrogène	0,3667	0,3661
Air..................	0,3665	0,3670
Azote....	0,3668	
Oxyde de carbone.......	0,3667	0,3669
Acide carbonique	0,3688	0,3710
Protoxyde d'azote.......	0,3676	0,3719
Acide sulfureux	0,3845	0,3903
Cyanogène	0,3829	0,3877

Nous ferons remarquer d'abord que ces résultats vérifient

les prévisions que nous venons de formuler : il faut distinguer deux coefficients de dilatation, l'un à volume constant, l'autre à pression constante. Pour tous les gaz très-compressibles, le premier est plus petit que le second, et l'inverse se présente pour l'hydrogène, qui se comprime moins que la loi de Mariotte ne l'indique.

Mais le tableau précédent met en évidence un fait encore plus important : c'est que les divers gaz se dilatent inégalement et d'autant plus inégalement que leur compressibilité est plus grande. Il faut donc renoncer à la loi de dilatation égale comme on a déjà renoncé au nombre 0,375 établi par Gay-Lussac. Ce point était trop important pour que M. Regnault n'ait pas cherché à le mettre en évidence par une expérience positive. Il prit deux ballons A et A' de capacités V et V', aussi égales que possible; il les plaça dans une même chaudière et les fit communiquer tous deux avec les branches fermées d'un double manomètre (*fig.* 292). Ces branches se rendaient dans un même réservoir en fer et communiquaient avec un seul tube ouvert, destiné à mesurer la pression. Supposons qu'on ait d'abord chargé ces deux ballons avec de l'air à zéro et que le mercure soit réglé à deux repères a et a' placés au même niveau. Quand on chauffera à T degrés, il faudra, pour ramener le mercure aux mêmes repères, établir entre les deux branches une différence de hauteur h pour le premier ballon et h'

Fig. 292.



pour le second. On aura les deux équations

$$\left(V+\frac{v}{1+at}\right)H=\left[\frac{V(1+kT)}{1+aT}+\frac{v}{1+at'}\right](H'+h),$$

$$\left(V'+\frac{v'}{1+at}\right)H=\left[\frac{V'(1+kT)}{1+aT}+\frac{v'}{1+at'}\right](H'+h'),$$

ce qu'on peut écrire

$$\left(\frac{V}{v}+\frac{1}{1+at}\right)H=\left(\frac{V}{v}\,\frac{1+kT}{1+aT}+\frac{1}{1+at'}\right)(H'+h),$$

$$\left(\frac{V'}{v'}+\frac{1}{1+at}\right)H=\left(\frac{V'}{v'}\,\frac{1+kT}{1+aT}+\frac{1}{1+at'}\right)(H'+h').$$

Il est clair que, si les repères ont été choisis de telle sorte que $\frac{V}{v}=\frac{V'}{v'}$, la hauteur h sera égale à h', et que l'on ramènera à la fois les deux niveaux aux deux repères avec un même excès de pression $h=h'$. On détermina dès lors les repères par cette condition, puis on fit l'expérience et l'on vit qu'en effet les deux niveaux revenaient en même temps en a et en a'. Les repères étant ainsi réglés, on conserva de l'air dans l'un des ballons; mais on chargea l'autre avec de l'acide sulfureux, et l'on trouva que la pression nécessaire pour faire remonter le mercure en a dans l'air était moindre que celle qui le ramenait en a' dans l'acide sulfureux. Cette expérience différentielle prouve sans contestation possible que l'air est moins dilatable que l'acide sulfureux.

Dilatation sous des pressions différentes. — Après ces expériences, il ne restait plus rien des lois autrefois admises, si ce n'est celle que l'on devait à Davy. Il fallait donc savoir si elle est exacte ou non, c'est-à-dire chercher si les dilatations des gaz sont indépendantes de leur pression. Cela n'était plus probable, et nous allons voir que cela n'est pas vrai. Pour le démontrer, M. Regnault continua de suivre la deuxième et la troisième méthode; seulement il employait des manomètres plus élevés et il enfermait les gaz dans le réservoir en les prenant à zéro sous des pressions plus hautes ou plus basses que

celle de l'atmosphère. Il mesura la dilatation à volume et à pression constants, et voici les résultats qu'il a trouvés :

Dilatation à volume constant.

AIR.			ACIDE CARBONIQUE.		
PRESSIONS à 0 degré	PRESSIONS à 100 degrés	100 a.	PRESSIONS à 0 degré.	PRESSIONS à 100 degrés	100 a.
mm	mm		mm	mm	
109,72	149,31	0,36482	758,47	1034,54	0,36856
174,36	237,17	0,36513	901,09	1230,37	0,36943
266,06	395,07	0,36542	1742,93	2387,72	0,37523
374,67	510,35	0,36587	3589,07	4759,03	0,38598
375,23	510,95	0,36572			
760,00	"	0,36650			
1678,40	2286,09	0,36760			
1692,53	2306,23	0,36800			
2144,18	2924,04	0,36894			
3655,66	4992,09	0,37091			

Dilatation à pression constante.

HYDROGÈNE.		AIR.		ACIDE CARBONIQUE.		ACIDE SULFUREUX.	
mm		mm		mm		mm	
760	0,36613	760	0,36706	760	0,37099	760	0,3902
2545	0,36616	2525	0,36944	2520	0,38455	980	0,3980
		2620	0,36964				

On voit par le premier de ces tableaux que l'air a été l'objet d'expériences très-étendues; on a mesuré sa dilatation à volume constant, à des pressions initiales comprises entre 109 et 3655 millimètres, et le coefficient a varié de 0,36482 à 0,37091 en prenant la valeur connue 0,36650 à 760 millimètres. On peut donc dire que la dilatation de ce gaz augmente ou diminue en même temps que la pression. L'acide carbonique se comporte de la même manière et présente des variations encore plus grandes.

M. Regnault a mesuré ensuite la dilatation vraie à volume

variable sous des pressions constantes de plus en plus élevées. Le deuxième tableau montre qu'elle n'a pas varié pour l'hydrogène, mais qu'elle a augmenté sensiblement pour l'air, beaucoup pour l'acide carbonique et très-rapidement pour l'acide sulfureux.

Ces résultats viennent heureusement confirmer les inductions auxquelles avait été conduit M. Regnault par son travail sur la loi de Mariotte, inductions que nous avons exposées tome I, page 284. Nous disions alors que vraisemblablement les gaz liquéfiables perdraient de leur compressibilité si on les échauffait, qu'à une certaine température on les verrait suivre la loi de Mariotte, et que, plus échauffés encore, ils s'en écarteraient en sens inverse, comme le fait l'hydrogène à la température ordinaire. C'est précisément ce que démontrent les expériences précédentes.

Prenons à zéro un gaz $v_0 H_0$; comprimons-le à cette température jusqu'à $v_1 H_1$: on sait que $\frac{v_0 H_0}{v_1 H_1}$ est plus grand que l'unité. Chauffons maintenant ce gaz dans chacun de ces deux états jusqu'à la même température t, et il deviendra $v_0(1+at) H_0$ et $v_0(1+a't) H_1$, a et a' étant les coefficients de dilatation sous les pressions H_0 et H_1. Le rapport précédent deviendra $\frac{v_0 H_0}{v_1 H_1} \cdot \frac{1+at}{1+a't}$. Or, comme a' est plus grand que a, la valeur de ce rapport aura diminué depuis zéro jusqu'à t degrés; elle pourra donc se rapprocher de l'unité, lui devenir égale et être plus petite que 1, ce qui veut dire que lorsque la température augmentera, le gaz se rapprochera de la loi de Mariotte, la suivra et finira par s'en écarter inversement, comme le fait l'hydrogène.

Nous pouvons, pour terminer, résumer en quelques mots tous les résultats des expériences précédentes. Il est probable que si tous les gaz suivaient la loi de Mariotte, ils auraient une dilatation commune, égale à peu près à celle de l'hydrogène et indépendante de leur pression; mais comme ils suivent une loi de compressibilité en général plus rapide, qui est variable avec leur nature et qui décroît quand la température augmente, ils possèdent une dilatation inégale, d'autant plus grande qu'ils sont plus compressibles, qui croît avec la pression, et l'on est

obligé de distinguer deux coefficients, l'un à volume constant, l'autre à pression constante. Toutefois, si c'est là la vérité expérimentale, on a pu remarquer que les différences entre les diverses dilatations sont très-faibles, et l'on pourra, dans les applications, conserver l'usage de la loi de Mariotte et continuer l'emploi de la formule générale de dilatation (α) que nous avons fait connaître, à la condition d'y remplacer le coefficient a par la valeur qui convient à chaque gaz et aux conditions dans lesquelles il est placé.

TRENTE-QUATRIÈME LEÇON

DE LA MESURE DES TEMPÉRATURES.

Observations générales. — Thermomètre à air. — Comparaison des thermomètres à gaz entre eux. — Comparaison des thermomètres à air et à mercure. — Comparaison des thermomètres à poids et à tige. — Construction du thermomètre à mercure. — Échelles diverses. — Thermomètre métastasique. — Pyromètres. — Thermomètre de Breguet. — Thermomètre à maximum et à minimum. — Thermomètres différentiels.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES. — Dans les recherches précédentes, nous avons supposé qu'on employait un thermomètre à mercure pour la mesure des températures basses et un thermomètre fondé sur la dilatation de l'air quand on opérait à des températures supérieures à 100 degrés. Mais nous n'avons décrit ni l'un ni l'autre de ces appareils, nous ne les avons point comparés et nous n'avons donné aucune raison pour justifier le choix que nous en avons fait. Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires pour traiter ces questions et pour discuter les conditions auxquelles il faut s'assujettir dans la mesure des températures; c'est ce que nous allons faire après avoir résumé d'abord les principales conséquences des études précédentes.

1°. Tous les corps se dilatent. Nous sommes convenus de mesurer le degré d'échauffement ou la température par la dilatation.

2°. Nous avons pris comme points de repère conventionnels deux températures fixes : l'une celle de la glace fondante, que nous avons désignée par 0 degré; l'autre de l'eau bouillante, que nous avons définie 100 degrés.

3°. La dilatation d'un thermomètre quelconque étant δ_{100} entre 0 et 100 degrés, et son coefficient moyen étant $\frac{\delta_{100}}{100} = k$,

on convient de dire que la température t est

$$\begin{array}{lccc} & 1, & 2, & 3\ldots\ \text{degrés}, \\ \text{quand la dilatation est} & k, & 2k, & 3k,\ldots \end{array}$$

En général on peut écrire

$$t = \frac{\delta}{k},$$

ce qui veut dire que la température est mesurée par la dilatation du thermomètre rapportée à une unité convenue, le coefficient moyen de dilatation entre 0 et 100 degrés.

4°. Un thermomètre peut se construire avec une substance quelconque; il suffit de le disposer de manière à mesurer sa dilatation et de le graduer comme on vient de le dire; la température qu'il marquera sera toujours égale au quotient de la dilatation par le coefficient moyen. Supposons qu'on ait adopté le thermomètre à air.

5°. La dilatation des divers corps solides ou liquides à des températures marquées par le thermomètre à air s'exprime en général par une formule

$$\delta_1 = at + bt^2 + ct^3 + \ldots,$$

dans laquelle on peut remplacer t par sa valeur $\frac{\delta}{k}$, ce qui donne

$$\delta_1 = a\frac{\delta}{k} + b\left(\frac{\delta}{k}\right)^2 + c\left(\frac{\delta}{k}\right)^3 + \ldots.$$

Quand on a *mesuré* la dilatation δ_1 d'un corps, on n'a donc fait rien autre chose que de la *comparer* à la dilatation δ de l'air placé dans les mêmes conditions d'échauffement, et la formule précédente prouve que δ et δ_1 ne sont pas proportionnelles. On a trouvé de plus que chaque substance satisfait à une formule et à une loi particulière de dilatation.

6°. Si l'on construit un thermomètre avec un quelconque des corps étudiés, la température t_1 qu'il donne est exprimée par $\frac{\delta_1}{k_1}$, et l'on aura

$$t_1 = \frac{\delta_1}{k_1} = \frac{a}{k_1}t + \frac{b}{k_1}t^2 + \frac{c}{k_1}t^3 + \ldots,$$

ce qui montre que, placés dans la même enceinte, tous les

thermomètres formés de substances différentes donneront des températures inégales, excepté aux points fixes o et 100.

7°. Il faut donc faire un choix parmi ces thermomètres discordants, convenir d'accepter l'un d'eux à l'exclusion de tous les autres et le construire de façon qu'il soit toujours identique à lui-même, puisque la température ne sera définie que lorsque ce choix aura été fait. Nous n'avons plus qu'à chercher quel est celui qui mérite la préférence.

La question de choisir et de graduer les thermomètres est une de celles qui ont le plus occupé les physiciens depuis Drebbel et les académiciens de Florence. Il serait sans intérêt comme sans utilité de reproduire ici les discussions surannées auxquelles elle a donné lieu. Ce n'est qu'à partir de Dulong et Petit qu'elle fut rationnellement discutée, et c'est à partir de cette époque que nous en suivrons les progrès.

Dulong et Petit se sont demandé si le long usage qu'on en a fait justifie suffisamment l'emploi du thermomètre ordinaire, et s'il n'y a point quelque raison théorique pour préférer une autre substance au mercure. Voici comment ils ont raisonné.

Quelle que soit la cause de la chaleur, on conçoit qu'elle s'accumule dans les corps en des proportions plus ou moins considérables et qui peuvent être mesurées. Ainsi 1 gramme de charbon brûlé dans l'oxygène développe une certaine masse de chaleur qui peut s'accumuler dans un corps; $\frac{1}{2}$ gramme en donne moitié moins et $\frac{1}{4}$ de gramme en produit le quart. En général donc des quantités de chaleur peuvent être inégales et se comparer entre elles comme toutes les grandeurs, par des procédés qui nous occuperont dans la suite et dont il suffit pour le moment de concevoir la possibilité. Cela posé, la quantité de chaleur absorbée par un thermomètre qui s'échauffe n'a qu'un rapport de cause à effet avec la grandeur de la dilatation qu'elle détermine, et l'on ne peut rien savoir à priori sur la relation qui existe entre cette cause et cet effet. C'est à l'expérience qu'il faut le demander, et c'est ce qu'ont fait Dulong et Petit. Ils ont mesuré d'une part les dilatations de plusieurs corps, depuis o jusqu'à 100 et depuis o jusqu'à 300 degrés, et d'autre part les quantités de chaleur qu'absorbent des poids égaux de ces substances, en passant aussi de o à 100 et de o à 300; ils ont trouvé que les dilatations n'étaient

pas proportionnelles aux chaleurs absorbées. Nous rapportons leurs résultats dans le tableau suivant :

Température du thermomètre à air.	Verre.			Fer.			Cuivre.		
	Dilatation.	Chaleur absorbée.	Rapport.	Dilatation.	Chaleur absorbée.	Rapport.	Dilatation.	Chaleur absorbée.	Rapport.
100	$\frac{100}{38700}$	100(0,177)	6850,0	$\frac{100}{28200}$	100(0,1098)	3096,4	$\frac{100}{19400}$	100(0,0949)	1841,1
300	$\frac{300}{35300}$	300(0,190)	6251,0	$\frac{300}{22700}$	300(0,1218)	2764,8	$\frac{300}{17700}$	300(0,1013)	1793,0

Température du thermomètre à air	Platine.			Mercure.		
	Dilatation.	Chaleur absorbée.	Rapport.	Dilatation.	Chaleur absorbée.	Rapport.
100	$\frac{100}{37700}$	100(0,0355)	1338,4	$\frac{100}{5550}$	100(0,0330)	183,15
300	$\frac{300}{36300}$	300(0,0355)	1288,6	$\frac{300}{5300}$	300(0,0350)	174,90

On voit donc que la chaleur absorbée est loin d'être proportionnelle à la dilatation, et, s'il est permis d'étendre à toutes les substances les résultats des expériences précédentes, on peut dire qu'il existe entre la dilatation et la chaleur absorbée une relation compliquée et tout à fait inconnue, et que si l'on forme des thermomètres avec des corps quelconques, leur dilatation mesure conventionnellement la température sans indiquer en aucune façon la chaleur qu'ils absorbent. Les indications thermométriques sont donc entièrement empiriques et n'ont en général aucune signification théorique.

Cependant, si l'on pouvait trouver quelques substances exceptionnelles qui satisfissent à la condition de se dilater proportionnellement à la quantité de chaleur qu'elles reçoivent, ce seraient elles qu'il faudrait choisir pour le thermomètre, puisque la température marquée par cet instrument mesurerait en même temps la chaleur qu'il absorbe et qu'il aurait ainsi une raison d'être théorique dont les autres sont dépourvus. Or, à l'époque où Dulong et Petit faisaient ces recherches, ils admettaient et croyaient avoir démontré que les gaz se di-

latent et se compriment également, quelle que soit leur nature ou leur pression; ils en concluaient tout naturellement que leur dilatation est uniquement causée par la force expansive de la chaleur et que la force attractive de leurs molécules est nulle. De là à admettre une loi de proportionnalité entre la chaleur et la dilatation des gaz, il n'y avait qu'un pas, et bien qu'ils ne l'aient pas explicitement franchi, ils regardaient cette proportionnalité comme très-probable. Partant de cette pensée, ils admirent qu'il était plus simple d'exprimer les températures par la dilatation de l'air, attendu que toutes les lois doivent être fonction des quantités de chaleur ou de la dilatation des gaz qui leur est proportionnelle. C'est pour cette raison théorique qu'ils ont adopté le thermomètre à air.

Ils font remarquer cependant, et très-judicieusement, que cet instrument ne possède point tous les avantages qu'on peut s'en promettre; car s'il mesure les chaleurs qu'il absorbe, il ne mesure pas celles qu'absorbent d'autres corps solides ou liquides quand on les porte aux mêmes degrés d'échauffement; cela résulte, en effet, du tableau précédent. Cette observation diminuait déjà de beaucoup l'intérêt qu'il y a à se servir du thermomètre à air, et les recherches de M. Regnault sont venues depuis l'affaiblir encore. On sait maintenant que les gaz se dilatent et se compriment différemment; que les inégalités qui ont été signalées dans les autres corps se retrouvent chez eux, quoique à des degrés moindres; qu'il n'y a plus aucune raison pour supposer leur dilatation indépendante des actions moléculaires, ni pour croire à une relation simple entre leurs dilatations et les chaleurs absorbées; il n'y a donc plus aucun motif rationnel à invoquer pour faire admettre le thermomètre à air.

Laissant donc de côté toute considération théorique, les physiciens ont dû s'attacher exclusivement à une condition tout expérimentale et plus essentielle; c'est que les thermomètres doivent toujours être *comparables*, c'est-à-dire que deux instruments établis à diverses époques, en divers lieux, par divers observateurs doivent être absolument identiques. Nous sommes, par conséquent, conduits à ne nous préoccuper que de cette condition, à adopter les thermomètres qui la réalisent le mieux et à rejeter ceux qui n'y satisfont pas. Nous allons dès

lors étudier séparément et comparer entre eux les divers instruments que l'on a construits.

THERMOMÈTRE A AIR. — Pour réaliser un thermomètre à air, on peut employer tous les appareils qui ont servi à mesurer la dilatation des gaz, les porter de zéro à la température T que l'on veut déterminer, mesurer la pression et le volume du gaz à ces deux phases de l'expérience, écrire la formule qui servait précédemment à calculer le coefficient a de dilatation, remplacer a par sa valeur dans cette formule et la résoudre par rapport à la température T.

Dulong et Petit ont employé deux thermomètres à air : l'un d'eux est représenté en expérience dans l'appareil de la dilatation du mercure (*fig.* 277, p. 16). C'est un vase plein d'air sec dont le réservoir occupe toute la hauteur du manchon et qui se prolonge par un tube recourbé et gradué GH, jusqu'à venir affleurer à la surface d'un bain de mercure. Tant que la température s'élève, une portion de l'air est expulsée, et ce qui reste demeure à la pression atmosphérique ; quand elle est stationnaire, on soulève la cuvette pour faire plonger l'extrémité H dans le mercure, et quand elle baisse, ce mercure remonte dans l'appareil d'une hauteur que l'on mesure. Il est facile de calculer ensuite la relation qui existe entre les deux états du gaz à T degrés, où il a été porté d'abord, et à t degrés, où on le ramène par le refroidissement ; on connaît a, on en déduit T.

Le deuxième appareil de Dulong et Petit était celui que M. Regnault imita et perfectionna dans la première méthode de ses recherches sur la dilatation (*fig.* 288). C'était un tube en verre jaugé à zéro, plein d'air sec, ouvert à son extrémité et qu'on échauffait dans l'enceinte dont on voulait mesurer la température T. On le fermait à la lampe en observant la pression H ; on le refroidissait ensuite dans un appareil analogue à celui de la *fig.* 289, et en cassant la pointe sous le mercure, il remontait d'une hauteur h à la température de zéro. On voit que le procédé expérimental est celui que nous avons décrit précédemment, et l'on calcule T par la formule de la page 59 :

$$\frac{P}{D}\frac{1+kT}{1+aT}H = \frac{P-p}{D}(H+h).$$

Depuis cette époque, M. Pouillet a imaginé le pyromètre à air, qui se compose d'un réservoir en platine et qu'on peut échauffer à des températures aussi élevées qu'on le désire, et d'un manomètre qui est relié à ce réservoir. Cet appareil, sauf la forme et la disposition des pièces, est le même que celui qui a été employé ensuite par M. Regnault et dessiné *fig.* 290.

Enfin, après tous ces essais, M. Regnault a définitivement adopté pour thermomètre à gaz l'appareil représenté *fig.* 290. Nous allons résumer les opérations qu'il faut faire pour trouver la température. Le ballon qui servait de réservoir pourra prendre toutes les formes que l'on voudra, celle d'un tube allongé ou celle d'un vase sphérique, suivant la disposition particulière des enceintes au milieu desquelles on le plongera et dont on voudra obtenir la température. Dans tous les cas, il faudra préalablement déterminer le volume à zéro V de ce réservoir et son coefficient de dilatation k.

Il sera réuni ensuite avec le manomètre au moyen d'un tube à trois branches n, et le volume v compris entre l'extrémité du réservoir et le repère a sera une fois pour toutes mesuré à o degré. Enfin, après avoir séché l'appareil avec soin et l'avoir rempli de gaz à zéro, on fermera le tube à trois branches en notant à ce moment la pression du baromètre. La masse d'air enfermée sera donnée par le produit

$$\left[V + \frac{v(1+kt)}{1+at}\right] H.$$

Il sera bon de faire une expérience en portant le réservoir dans l'eau bouillante; et en ramenant le niveau du mercure au repère a, de mesurer la nouvelle pression $H'+h$ du gaz :

$$\left[V + \frac{v(1+kt)}{1+at}\right] H = \left[\frac{V(1+kT)}{1+aT} + \frac{v(1+kt')}{1+at'}\right](H'+h'),$$

cette formule servira à calculer la valeur exacte a du coefficient moyen de dilatation qui convient au gaz enfermé dans l'appareil.

Quand on voudra mesurer ensuite la température inconnue d'une enceinte dans laquelle l'appareil sera placé, on opérera comme on vient de le faire dans l'eau bouillante, et l'équation

précédente, dans laquelle le premier membre est constant, servira à calculer T. La *fig.* 278, page 20, offre en CDEF un exemple de cet appareil.

COMPARAISON DES THERMOMÈTRES A GAZ. — Nous devons maintenant rechercher si deux thermomètres à gaz construits dans des conditions dissemblables donnent des températures identiques. Pour le savoir, M. Regnault en préparait deux et il comparait les résultats accusés par l'un et par l'autre. Le premier fut d'abord chargé d'air à $\frac{1}{2}$ atmosphère, le second fut rempli du même gaz pris à 4 atmosphères; les coefficients moyens a et a' à ces deux pressions furent préalablement déterminés dans l'eau bouillante; puis les deux appareils furent plongés dans une enceinte commune dont on éleva progressivement la température. A des moments déterminés, on rendait l'échauffement stationnaire, puis on observait les deux appareils et l'on calculait par chacun d'eux la température du bain. Le premier donnait T, le deuxième T', et l'on reconnut que dans tous les cas ces températures furent égales. Les thermomètres à air sont donc comparables, lors même qu'ils sont chargés d'air à des pressions très-différentes.

M. Regnault changea ensuite le gaz de l'un des thermomètres; il le remplaça successivement par l'hydrogène, l'acide carbonique, et l'acide sulfureux; il recommença la comparaison des deux appareils et calcula T et T' en introduisant dans la formule les coefficients a et a' particuliers à chacun des gaz employés. Les températures furent encore les mêmes avec l'air et l'hydrogène, avec l'air et l'acide carbonique, mais sensiblement inégales avec l'air et l'acide sulfureux.

Enfin on modifia la substance des réservoirs; l'un étant en cristal, l'autre en verre, et tous deux étant remplis du même gaz, on ne trouva aucune différence entre les températures mesurées par chaque thermomètre. On comprendra aisément ce résultat. Il est bien vrai que les dilatations du verre et du cristal suivent des lois différentes et ne sont pas proportionnelles; mais le défaut de proportionnalité de ces deux dilatations n'intervient que comme une cause d'erreur extrêmement petite et tout à fait négligeable, car elles ne sont guère que la 160e partie de la dilatation des gaz.

On peut après ces épreuves considérer le thermomètre à air comme un instrument parfaitement comparable, puisqu'en variant successivement les éléments dont on le compose on ne cesse pas d'obtenir la même valeur de T dans des enceintes également chauffées. Sous ce rapport, ce thermomètre est irréprochable; c'est ce qui justifie l'emploi que nous en avons déjà fait, et c'est la seule raison qui le recommande; mais il a l'immense inconvénient d'exiger pour chaque mesure de T une expérience complète et délicate.

COMPARAISON DES THERMOMÈTRES A AIR ET A MERCURE. — Aux yeux de Dulong et Petit, le thermomètre à air ayant seul une importance théorique était le seul qu'il fallait garder; mais comme il était incommode, ils imaginèrent de se servir du thermomètre à mercure et de ramener les indications de celui-ci à celles du thermomètre à gaz par une table de correction. Ils furent ainsi conduits, pour construire cette table, à comparer un thermomètre à air avec un thermomètre à mercure. Ils admirent, sans avoir essayé de le démontrer, que ce dernier instrument est toujours identique et que la table une fois construite servirait pour tous les thermomètres à mercure, quels qu'ils fussent. Ils placèrent alors dans une même enceinte deux thermomètres, l'un à poids, l'autre à air, et les chauffèrent en même temps. Ils reconnurent que ces instruments marchaient d'accord entre — 36 et + 100 degrés, mais qu'au delà l'appareil à mercure était en avance sur l'instrument à gaz. Nous avons donné page 18 quelques termes de cette comparaison.

Aujourd'hui cette comparaison est encore nécessaire, mais dans un tout autre but : nous avons vu, en effet, que le thermomètre à air n'ayant aucune supériorité théorique sur l'autre, il n'y a aucune autre raison pour l'adopter que sa parfaite comparabilité. S'il arrive que le thermomètre à mercure soit aussi constant, il nous conviendra tout aussi bien et même mieux, car il est plus commode; si au contraire il n'est point comparable à lui-même quand on le construit avec des verres différents, alors il ne sera point défini et devra être abandonné. Le point qu'il nous faut étudier est donc celui qu'admettaient Dulong et Petit, à savoir si deux thermomètres à mercure quel-

conques sont toujours identiques, et c'est ce que nous allons examiner, en les comparant à un thermomètre à gaz.

M. Regnault recueillit des tubes de verre, très-différents par leur provenance, par leur composition, par leurs propriétés physiques et qui avaient évidemment des dilatations très-inégales, et il en fit des thermomètres à poids. Il reconnut alors que ces divers instruments étaient loin de marcher d'accord; certains, que l'on formait avec des enveloppes de verre, différaient peu du thermomètre à gaz, pendant que d'autres, préparés avec du cristal à base de plomb, marquaient des températures notablement plus élevées. Ceux dont la composition chimique est la même donnent sensiblement les mêmes nombres; mais, comme cette identité de composition est rarement réalisée, on obtiendra rarement des appareils concordants. Le thermomètre à mercure manque donc, dans les températures élevées, de la qualité la plus essentielle, celle d'être toujours identique, et l'on en jugera par le tableau suivant:

TEMPÉRATURE du thermomètre à air.	TEMPÉRATURE DU THERMOMÈTRE A MERCURE.			
	CRISTAL.	VERRE ORDINAIRE.	VERRE VERT.	VERRE DE SUÈDE.
100	100,00	100,00	100,00	100,00
120	120,12	119,25	120,08	120,04
140	140,29	139,85	140,21	140,11
160	160,52	159,74	160,40	160,20
180	180,80	179,63	180,60	180,33
200	201,25	199,70	200,80	200,50
220	221,82	219,80	221,20	220,75
240	242,55	239,90	241,60	241,16
260	263,44	260,20	"	"
280	284,48	280,52	"	"
300	305,72	301,08	"	"
320	327,25	321,80	"	"
350	360,50	354,00	"	"

M. Pierre a été plus explicite encore. Ayant comparé entre eux des thermomètres à tige, formés de verre ou de cristal et construits avec le même soin, il trouva que ces instruments ne sont même point rigoureusement d'accord entre 0 et 100 de-

grés. Ces résultats auraient pu se prévoir; car, dans les différents thermomètres à mercure, c'est la dilatation apparente qui est observée; elle est la différence entre les dilatations absolues du mercure et du verre, et cette dernière est le septième environ de la première. Elle doit donc influer notablement sur l'effet résultant, et changer les lois de cet effet toutes les fois qu'elle change elle-même. Il est donc bien démontré qu'à des températures élevées les thermomètres à mercure ne sont point tous comparables, et pour cette raison, mais pour cette raison seulement, ils ne doivent point être employés. Cette conclusion est aussi instructive pour l'avenir qu'elle est fâcheuse pour le passé; car, d'une part, elle nous montre combien il faut se défier de cet instrument, et, de l'autre, elle nous avertit que dans tous les travaux anciens les températures ne sont point définies, puisque la provenance, la composition et l'état du verre des thermomètres nous sont inconnus.

On pourra cependant continuer à faire usage du thermomètre à mercure, d'abord entre — 36 et + 100 degrés, puisque entre ces limites il reste sensiblement comparable; et même à des températures supérieures, mais à la condition de commencer par graduer l'instrument spécial que l'on emploie en le comparant avec le thermomètre air, et par construire une courbe ou une table qui permette de passer de ses indications à celle du thermomètre à gaz. Mais cette table ne s'appliquera qu'à cet instrument particulier et ne sera pas générale, comme l'avaient pensé Dulong et Petit.

COMPARAISON DES THERMOMÈTRES A POIDS ET A TIGE. — On se souvient que dans toutes leurs recherches, Dulong et Petit employaient exclusivement le thermomètre à poids; c'est qu'ils avaient reconnu par expérience qu'il est impossible de rencontrer des tiges thermométriques parfaites et qu'il est extrêmement difficile de graduer leur capacité en parties égales; ils se défiaient donc du thermomètre ordinaire, tandis qu'en pesant le mercure expulsé par la dilatation, ils évitaient toutes les erreurs du calibrage des tubes et obtenaient la température avec plus de précision. Mais, pour que cette substitution du thermomètre à poids au thermomètre à tige soit permise, il faut avoir montré que tous deux sont identiques.

Admettons que le mercure s'arrête en A à zéro (*fig.* 293) et qu'à cette température le volume commun du mercure et du réservoir soit v_0. Quand on chauffe, le mercure prend un volume v', la capacité AB devient v et le mercure monte dans la tige d'une quantité $AD = v' - v$. Si la tige était coupée en A, ce mercure tomberait, pourrait être recueilli et pesé, et l'appareil serait un thermomètre à poids. Les deux instruments ont donc cela de commun que c'est la même quantité de mercure $v' - v$ qui s'élève dans la tige de l'un et qui tombe dans le réservoir de l'autre.

Fig. 293.



Dans le thermomètre à tige,

$$\frac{v' - v}{v} = \frac{AD}{AB} = t\Delta.$$

Dans le thermomètre à poids,

$$\frac{v' - v}{v} = \frac{p}{P - p} = t\Delta.$$

Ces deux équations sont les mêmes.

Pour trouver t, il faut mesurer Δ. Alors on porte les deux appareils de 0 à 100 degrés, et l'on a pour l'un et pour l'autre thermomètre

$$\frac{v'_{100} - v_{100}}{v_{100}} = \frac{AC}{AB} = 100\,\Delta, \qquad \frac{v'_{100} - v_{100}}{v_{100}} = \frac{p_{100}}{(P - p)_{100}} = 100\,\Delta,$$

équations qui donneront la même valeur de Δ. Et si on la remplace dans les deux premières équations, qui sont identiques, on en tire les mêmes valeurs de t :

$$t = \frac{AD}{\frac{AC}{100}}, \qquad t = \frac{p}{(P - p)}\,\frac{(P - p)_{100}}{p_{100}} \cdot 100.$$

On voit que, pour avoir t par le thermomètre à tige, il faut diviser AC en 100 parties égales, et que le mercure s'arrêtant en D, il y aura autant de degrés de température que de divisions de A en D. On voit aussi que, pour le thermomètre à poids, il faut diviser $\frac{p}{P - p}$ par le coefficient moyen $\frac{p_{100}}{100\,(P - p)_{100}}$, et les deux valeurs de t sont identiques.

CONSTRUCTION DU THERMOMÈTRE A MERCURE. — Au lieu de se résigner comme Dulong et Petit à n'employer que le thermomètre à poids, M. Regnault a toujours fait usage des thermomètres à tige, qui sont incomparablement plus commodes; mais il les a toujours construits lui-même avec des précautions très-minutieuses, que nous allons maintenant faire connaître.

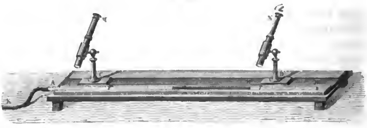
On choisit d'abord le tube thermométrique. Il doit être bien régulier et exempt de bulles ou de stries; son canal intérieur doit être fin et, ce qui est la qualité essentielle, il doit être parfaitement cylindrique. Pour savoir si cette condition est remplie, il faut introduire dans ce canal une colonne continue de mercure de 50 millimètres environ, la promener de l'un à l'autre bout du tube et mesurer sa longueur exacte dans les diverses positions qu'elle occupe. Quand en avançant elle s'allonge ou se raccourcit sensiblement, le tube doit être abandonné; mais, lorsque sa longueur demeure constante à 1 millimètre près, de l'une à l'autre extrémité, ce tube peut être considéré comme bon. On s'apercevra que, pour en découvrir un, il faut en essayer et en rejeter beaucoup.

Le tube étant choisi, on le lave d'abord à l'acide azotique bouillant pour brûler les matières organiques qu'il contient, puis à l'eau pour le rincer, et on le dessèche par un courant d'air chaud. On le porte ensuite sur la machine à diviser pour y tracer des divisions équidistantes égales ordinairement à $\frac{1}{2}$ millimètre. Ces divisions se faisaient autrefois au diamant; mais les traits que l'on marquait ainsi étaient larges, inégaux, écaillés sur les bords, et diminuaient la solidité du verre. Il vaut mieux couvrir le tube avec une couche du vernis des graveurs, la laisser sécher et faire la division avec un burin d'acier qui n'enlève que le vernis et met le verre à découvert sur les parties qu'il touche. Il suffit ensuite de passer sur les traits un pinceau mouillé avec de l'acide fluorhydrique étendu pour attaquer le verre aux parties qui ont été mises à nu sans toucher à celles que protége le vernis et pour obtenir des divisions régulières et fines; elles sont de longueur égale, mais elles correspondent à des capacités généralement différentes et qu'il faut mesurer.

Cette mesure peut se faire avec une précision très-grande au

moyen de l'appareil représenté *fig.* 294. Il se réduit à une table en fonte rabotée, creusée d'un sillon longitudinal dans

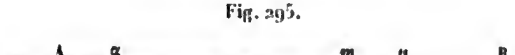
Fig. 294.



lequel glissent à frottement les pieds C et D de deux lunettes M et N. Le tube se fixe en AB parallèlement à la rainure; il contient une colonne de mercure EE que l'on déplace à volonté en soufflant dans un tuyau de caoutchouc K. Les lunettes visent sur les divisions, les amplifient assez pour qu'on puisse à l'œil les subdiviser approximativement en dixièmes et permettent d'observer les points où affleurent les deux extrémités du mercure dans toutes les positions qu'on lui donne.

Admettons que les 20 premières divisions aient une capacité égale et qu'on la prenne pour unité. On introduit dans le tube une colonne de mercure A*m* commençant au zéro A de la graduation et laissant de *m* en B environ 20 divisions non remplies (*fig.* 295). Si l'on fait avancer l'une des extrémités de 5 di-

Fig. 295.



visions de A en α, l'autre extrémité marchera de *m* en μ; les volumes de Aα et *m*μ seront égaux, et les nombres de divisions qu'ils comprennent seront en raison inverse de la capacité de chacune d'elles. Si, par exemple, il y a 5,1 divisions de *m* en μ, chacune d'elles vaudra $\frac{5}{5,1}$. On continuera ensuite de faire avancer successivement l'extrémité A de 5 en 5 divisions, ce qui permettra de jauger de la même manière toute la partie du tube comprise entre μ et B. Après cela, il faudra prendre une longueur de mercure de moins en moins grande et comparer

aux 20 premières divisions celles qui sont en deçà de m. Enfin on résumera toutes ces mesures dans un tableau contenant d'un côté les numéros d'ordre de chaque groupe de 5 divisions, et de l'autre leur capacité moyenne. Cette table servira dans la suite pour calculer la température avec toute la précision possible.

Le plus souvent les constructeurs remplacent cette méthode de graduation par la suivante, qui est plus simple et presque aussi bonne. Après avoir choisi un tube et avant de le diviser, ils introduisent dans l'intérieur environ 25 millimètres de mercure (*fig.* 295) et ils en mesurent la longueur $A\alpha$ par la machine à diviser en comptant le nombre de tours qu'il faut faire pour transporter le microscope de cette machine depuis A jusqu'en α. Arrivés là, ils font glisser le mercure jusqu'à placer en α l'extrémité qui était d'abord en A ; ils mesurent de nouveau la longueur de la colonne, et ils continuent ainsi jusqu'à l'autre bout du tube. Ces longueurs successives l, l', l'', qui diffèrent fort peu de l'une à la suivante, correspondant à des capacités successives égales, ils divisent chacune d'elles en 50 parties. De cette façon, les divisions n'ont plus la même longueur dans toute l'étendue de la tige, mais elles ont sensiblement la même capacité. Cette méthode ne peut être considérée comme suffisante qu'avec un tube excellent.

Il faut maintenant adapter à cette tige graduée le réservoir à mercure. Comme il doit être fait avec le même verre que le tube, on le souffle à une des extrémités avec la lampe d'émailleur. Il est commode de lui donner la forme d'un cylindre ayant le diamètre extérieur de la tige elle-même. Sa dimension doit être calculée d'avance suivant l'usage auquel on destine le thermomètre que l'on construit. Quand cet instrument doit être très-sensible, il faut que chaque degré de température corresponde à un grand nombre de divisions, et ce nombre doit être très-petit si le thermomètre est fait en vue de parcourir une échelle très-étendue. Voici comment on calculera la capacité du réservoir pour que chaque degré de température occupe un nombre n de divisions, après qu'on aura mesuré la capacité μ à zéro de chacune d'elles. On a la formule

$$\frac{v' - v}{v} = t\Delta = \frac{t}{6480},$$

$v' - v$ est le volume du mercure qui s'élève dans la tige depuis zéro jusqu'à t degrés; c'est l'espace AD dilaté (*fig.* 293). Il devra contenir nt divisions et sa capacité sera $nt\mu(1+kt)$. D'un autre côté, v est le volume dilaté du réservoir ou $v_0(1+kt)$, et en remplaçant dans l'équation précédente, il vient

$$\frac{nt\mu(1+kt)}{v_0(1+kt)} = \frac{t}{6480}$$

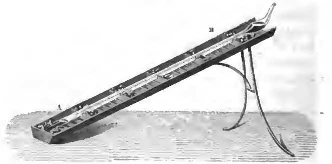
ou

$$\frac{v_0}{\mu} = n.6480.$$

A la vérité, après avoir calculé le volume v_0 que l'on doit donner au réservoir, on ne pourra pas le réaliser exactement dans l'opération du soufflage; mais il sera toujours aisé d'en approcher. Par suite, le nombre de divisions occupées par un degré sera à peu près égal à n, et c'est le but que l'on voulait atteindre.

Pour introduire le mercure dans le réservoir ainsi préparé, on opère, à peu de choses près, comme nous l'avons fait pour le baromètre ou pour le thermomètre à poids. On commence par souffler ou souder à l'autre bout du tube un entonnoir assez grand pour contenir la totalité du mercure qui doit remplir le thermomètre, et après y avoir versé ce mercure, on dépose le tube sur un gril incliné AB (*fig.* 296). En chauffant avec des charbons, l'air intérieur s'échappe, et en refroidissant, le mer-

Fig. 296.



cure prend la place de l'air. Il faut avoir soin d'échauffer le verre dans toute sa longueur aussi bien que le mercure dans

toutes ses parties et de faire bouillir ce liquide plusieurs fois consécutivement dans le réservoir pour ne laisser aucune trace d'humidité dans l'appareil.

Avant de fermer le thermomètre, il est nécessaire de le porter à la température maxima qu'il doit indiquer, afin de chasser de la tige l'excédant de mercure, et de le refroidir ensuite, afin de voir approximativement vers quel point se trouvera le zéro et quel sera le minimum de température que l'instrument pourra donner. Ces essais ont pour but de déterminer à l'avance la quantité de mercure qu'il faut laisser. Quand ils sont terminés, on réchauffe le tube jusqu'à faire arriver le mercure au sommet de la tige et chasser tout l'air qu'elle contenait, et on la ferme dans le dard du chalumeau.

Il reste enfin à chercher les points fixes 0 et 100. Pour le premier, l'opération est très-simple. On enfonce l'appareil tout entier dans une éprouvette à pied remplie de glace (*fig.* 297); on attend que la colonne mercurielle soit devenue stationnaire, ce qui ne tarde guère, et l'on soulève le tube juste de ce qu'il faut pour apercevoir le sommet du mercure au-dessus de la glace et lire la division vis-à-vis laquelle il est placé : c'est là qu'est le point zéro. On ne le marque pas sur la tige, mais on inscrit le numéro de la division sur le cahier des observations. Soit n_0 ce numéro d'ordre.

Fig. 297.

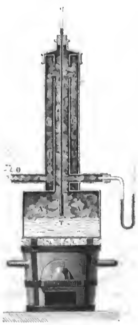


La détermination du point 100 exige plus de précautions. Nous avons dit jusqu'à présent que la température de 100 degrés est celle de l'ébullition de l'eau sous la pression de 760 millimètres; cela n'est vrai qu'avec de nombreuses restrictions. Il y a d'abord une influence exercée par l'impureté plus ou moins grande du liquide; quelques fractions de sel dissous retardent notablement l'ébullition. Il y a ensuite une erreur qui vient de la

profondeur à laquelle on plonge le réservoir; car dans l'eau bouillante la température croît depuis la surface jusqu'au fond. Enfin la nature du vase où se fait l'ébullition exerce une action qui n'est point expliquée, mais qui se constate par l'épreuve suivante. Faites bouillir de l'eau dans un ballon de verre et enlevez ensuite le fourneau : l'ébullition cessera et l'eau commencera à se refroidir; mais jetez-y de la limaille de fer, vous verrez l'ébullition se reproduire aussitôt, bien que cette limaille ait dû refroidir encore le liquide. On voit que l'eau doit bouillir dans un ballon de verre à une température plus haute que dans un vase métallique et, d'après Gay-Lussac, la différence est égale à 1 degré.

Toutes ces causes de variations jetteraient une grande incertitude sur la détermination du point 100 si Rudberg n'avait montré qu'on peut les annuler toutes à la fois en plongeant le thermomètre, non dans l'eau, mais dans la vapeur qu'elle fournit. Alors la pureté de l'eau n'est plus nécessaire, la nature du vase n'a plus d'influence et il n'y a plus à se préoccuper de la profondeur du liquide.

Fig. 298.



Pour faire l'expérience, on emploie communément l'étuve représentée *fig.* 298 et qui nous a déjà servi. Le thermomètre T est soutenu dans le couvercle par un bouchon percé. La vapeur en s'élevant l'enveloppe de toute part; elle redescend ensuite dans le manchon CC qui prévient le refroidissement du tube BB; elle s'échappe enfin par l'ouverture O. Par excès de précaution on fait communiquer l'intérieur du vase avec un manomètre à eau dessiné dans la figure, afin de savoir si la vapeur n'a point un excès de pression dont il faudrait tenir compte. Il faut avoir soin de descendre assez le thermomètre pour que le mercure

tout entier soit dans la vapeur et le relever ensuite pour lire la division qui correspond au sommet du mercure. Soit n_T cette division, elle marque la température T de la vapeur et on l'inscrit comme la première sur le cahier des observations.

Cette température T est égale à 100 degrés lorsque la pression est 760 millimètres; mais en général le baromètre est à une hauteur H au moment où l'on fait l'observation, et comme l'eau bout à une température d'autant plus haute que la pression est plus élevée, la température T n'est pas constante; mais on la trouvera dans des tables dont nous avons déjà parlé et que nous ferons connaître dans la suite. En définitive, en même temps que l'on plonge le thermomètre dans la vapeur d'eau bouillante et que l'on observe la division n_T où le mercure s'arrête, il faudra mesurer la pression H et chercher dans la table la température T correspondante.

Connaissant les divisions n_0 et n_T, qui correspondent aux températures 0 et T, il faut maintenant dire comment on déterminera la température t quand le mercure s'arrêtera à une division quelconque n_t; pour cela il suffit de remarquer que les températures t et T seront proportionnelles aux dilatations apparentes qui leur correspondent, c'est-à-dire aux capacités de la tige depuis n_0 jusqu'à n_t d'une part et depuis n_0 jusqu'à n_T de l'autre, et l'on trouvera ces capacités dans la table de graduation du tube que l'on a commencé par construire.

Le thermomètre que nous venons de décrire porte, comme on le voit, des divisions arbitraires soigneusement graduées, et il exige une table et un calcul pour donner la température. Toutes les précautions que nous venons d'employer compliquent sans doute cet instrument; mais c'est grâce à elles qu'il mérite confiance. On trouve, il est vrai, dans le commerce, et l'on emploie tous les jours des thermomètres où les températures sont marquées sur le tube à leur place supposée vraie; mais presque tous sont déplorablement inexacts et le physicien qui cherche des résultats précis ne doit jamais ni les employer ni confier à personne le soin de graduer et de vérifier la tige de ses appareils. On comprendra mieux l'impossibilité qu'il y a de marquer les températures à des places fixes quand on saura que les thermomètres sont sujets à des oscillations que l'on connaît sous le nom de *déplacement du zéro*.

Quand on a déterminé les points fixes immédiatement après la construction d'un thermomètre et qu'on renouvelle l'opération quelque temps après, on ne trouve pas les mêmes résultats. Ces points se sont relevés quelquefois de 1 degré, comme si le vase avait diminué de capacité avec le temps. M. Despretz, qui a fait sur ce sujet des études suivies, a vu ces déplacements se continuer progressivement pendant cinq années; et ce qu'il y a de plus fâcheux, c'est que ces oscillations se produisent brusquement quand on porte brusquement l'appareil à des températures très-différentes. Si on le refroidit, le zéro monte, si on le réchauffe, il baisse. Il faut donc, à chaque instant, retrouver le zéro en replongeant l'appareil dans la glace. Ces variations sont attribuées à la trempe du verre et aux mouvements moléculaires que détermine ou le temps ou un brusque changement de température.

DIVERSES ÉCHELLES. — On emploie quelquefois l'échelle thermométrique de Deluc, qui est attribuée à tort à Réaumur; elle ne diffère de la précédente que par un seul point : c'est que la température de l'eau bouillante est marquée 80 degrés au lieu de 100. On passe de l'échelle centigrade à l'échelle Réaumur par la proportion

$$\frac{t_c}{t_r}=\frac{100}{80}=\frac{5}{4}.$$

En Angleterre, l'usage a maintenu la division de Farenheit. La glace fondante est marquée $+32^\circ$, l'eau bouillante 212°. La correspondance de cette échelle avec la nôtre est donnée par la formule

$$\frac{t_f-32}{t_c}=\frac{212-32}{100}=\frac{9}{5}.$$

THERMOMÈTRE MÉTASTATIQUE. — Si l'on construit un thermomètre dont le tube soit très-capillaire et dont la course soit limitée à quelques degrés seulement, il sera très-sensible, mais il ne pourra servir qu'entre des températures limites très-voisines. Ainsi il servira entre 0 et 5 degrés, ou entre 5 et 10, suivant la quantité de mercure qu'on mettra dans la tige. M. Walferdin a imaginé d'enlever ou de remettre du mercure à volonté, ce qui rend l'instrument propre à marquer 5 degrés

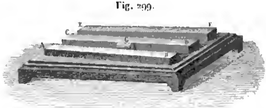
à partir d'une température que l'on fait varier à volonté. Pour cela, il suffit de laisser au sommet une petite chambre vide destinée à retenir un excès de mercure. Supposons, par exemple, qu'on échauffe l'appareil jusqu'à 40 degrés, qu'on le retourne et qu'on lui donne une légère secousse; on fera tomber l'excès de mercure dans la chambre et ce qui reste dans la tige se séparera de cet excès pour reculer vers le réservoir pendant le refroidissement. Alors l'instrument se trouvera disposé pour indiquer les températures depuis 35 jusqu'à 40 degrés. On pourra le préparer de la même manière pour toutes les autres limites de température qu'on voudra mesurer, et dans chaque cas on le réglera par comparaison avec un thermomètre étalon.

M. Walferdin a pu augmenter la sensibilité du thermomètre encore davantage. On rencontre quelquefois des tubes dont le calibre est si fin, qu'il est impossible d'y introduire du mercure; ces tubes sont ceux que choisit M. Walferdin. Il en fait, quoique à grand'peine, des thermomètres à alcool, qui ont une chambre à leur sommet et qui contiennent du liquide en excès; de façon que le réservoir, la tige et une partie de la chambre en sont pleins. On a introduit dans cet appareil un très-petit globule de mercure et, chose fort singulière, il peut très-aisément s'engager et courir dans la tige maintenant qu'elle est pleine d'alcool. Quand on chauffe, il monte dans la chambre : quand on refroidit, il descend dans le réservoir; mais il est toujours possible de le faire revenir dans la tige et de l'y maintenir à une température t quelconque. Si ensuite cette température s'élève ou s'abaisse de quantités même très-faibles, l'index monte ou descend avec tant de rapidité, que ces appareils peuvent accuser un millième de degré.

PYROMÈTRES. — Les indications du thermomètre s'arrêtant nécessairement à l'ébullition du mercure, on a construit, sous le nom de *pyromètres*, des appareils destinés à la mesure des températures élevées. Wedgwood ayant remarqué que l'argile séchée éprouve pendant sa cuisson un retrait d'autant plus grand que la température à laquelle on la porte est plus élevée, imagina de faire servir ce retrait à la mesure de la température. Il disposa deux règles BA, DC (*fig.* 299) faisant un angle

très-petit et portant des divisions de B en A, et, pour les rendre moins longues, il disposa CD et EF de manière à représenter le

Fig. 299.



prolongement des deux premières règles. Ensuite il prépara de petits cylindres d'argile séchée et leur donna une dimension telle, qu'ils s'enfonçaient jusqu'à la division zéro dans la rainure comprise entre AB et CD. Quand on chauffait un de ces cylindres dans un foyer et qu'après son refroidissement on le replaçait entre les règles, il y avançait davantage, jusqu'à la division *n*. On disait alors que la température du foyer était de *n* degrés du pyromètre. En supposant qu'il soit construit d'une manière toujours identique et que l'argile soit toujours la même, cet appareil est un bon indicateur; mais il n'est point raccordé avec l'échelle thermométrique. A la vérité, Wedgwood avait essayé de le faire; il avait trouvé 580 degrés pour son point zéro et 72 degrés pour la valeur de chaque degré pyrométrique; mais ces nombres méritent peu de confiance.

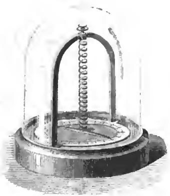
Depuis cette époque, Brongniart a employé à Sèvres un pyromètre mieux conçu : il se composait d'une barre de porcelaine creusée dans le sens de la longueur d'une rainure dans laquelle on plaçait une tige d'argent butant d'un côté contre un arrêt fixe et de l'autre contre une règle de porcelaine mobile; cette règle poussait à son tour par son second bout un levier sensible pareil à celui du comparateur. En échauffant cet appareil dans un four, l'argent se dilatait plus que la porcelaine, et le levier marchait. On pouvait par expérience reconnaître à quelles indications de l'instrument correspondaient les températures nécessaires pour les diverses opérations de la céramique et se servir ensuite de ces indications pour se guider ultérieurement; mais cet appareil ne mesure pas la température.

Depuis qu'on a adopté le thermomètre à air, il n'y a plus de difficulté à le continuer à des températures élevées. On peut, au lieu d'un réservoir en verre, employer un réservoir en platine et opérer en tout comme pour les températures inférieures à 300 degrés. C'est par ce moyen que M. Pouillet a apprécié les températures suivantes :

Rouge naissant...........	525
Rouge sombre............	700
Cerise..................	900
Orangé foncé............	1100
Blanc.... ....:.........	1300
Blanc éblouissant........	1500

THERMOMÈTRES MÉTALLIQUES. — Parmi les divers thermomètres métalliques, celui de Breguet mérite d'être étudié. On le construit en composant une lame avec trois métaux soudés : le platine, l'or et l'argent, superposés par ordre croissant de dilatabilité. On amincit cette feuille au laminoir et l'on en détache un ruban très-étroit et très-mince que l'on enroule en spirale. On suspend ensuite cette spirale à un support (*fig.* 300), et l'on attache à son extrémité une aiguille qui parcourt les divisions d'un cadran. Si l'argent est à l'intérieur, toute augmentation de température fait détordre la spirale, toute diminution la fait tordre davantage, et l'aiguille marche dans un sens ou dans un autre, suivant que l'appareil s'échauffe ou se refroidit. Comme la spirale a très-peu de masse, elle partage et accuse à l'instant tous les changements de température.

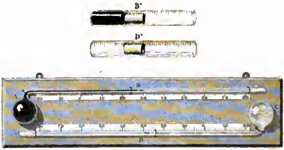
Fig. 300.



THERMOMÈTRES A MAXIMUM ET A MINIMUM. — Ruterford emploie comme appareil à maximum un thermomètre à mercure ordinaire AB (*fig.* 301), gradué comme tous les autres, mais

horizontal et contenant dans sa tige au delà de la colonne mercurielle un petit cylindre de fer B que l'on voit agrandi en B'

Fig. 301.



Quand la température s'élève, l'index est chassé par le mercure; quand elle baisse, le mercure se contracte et reflue vers le réservoir, mais il laisse l'index au point où il l'a poussé au moment du maximum.

Pour thermomètre à minimum, le même physicien construit un appareil à alcool CD, ne différant des autres que par un index d'émail que l'on voit en D et en D'; c'est un petit tube creux, ordinairement coloré, qui plonge dans l'alcool. Si la température croît, l'alcool dépasse l'index sans le déplacer; mais si elle diminue, le sommet de la colonne d'alcool rétrograde, atteint l'index et l'entraîne avec lui par adhérence jusqu'au point où il se fixe au moment du minimum. Ces deux appareils ne peuvent servir que dans les observatoires où ils sont établis à poste fixe; si l'on voulait sonder à la mer ou dans un puits artésien, les chocs déplaceraient les index.

Le thermométrographe de Six et Bellani indique à la fois le maximum et le minimum (*fig.* 302). Il se compose d'un réservoir D plein d'alcool, d'un siphon DCB contenant une colonne de mercure CB et d'un tube droit BA où se trouvent encore de l'alcool et une chambre vide A. Quand la température croît, le niveau C baisse et le niveau B monte; le contraire a lieu si elle décroît. Au-dessus de B et de C sont deux index formés par une ampoule de verre dessinée à part en F; elle contient un cylindre de fer et se soutient dans l'alcool par la pression

d'un petit ressort de verre P. Quand l'un des sommets C ou B s'élève, l'ampoule qui lui est superposée est chassée par le mercure et s'élève avec lui; mais quand il baisse, l'ampoule reste dans l'alcool à l'endroit où elle a été soulevée. On voit que l'index B marquera les maxima et que C donnera les minima. Après chaque observation, on les ramène au contact du mercure au moyen d'un aimant qui attire les cylindres de fer enfermés dans chaque ampoule.

Fig. 302.



Fig. 303.



On doit à M. Walferdin des appareils plus sûrs que les précédents. Cet ingénieux physicien construit ainsi son thermomètre à maximum : il termine la tige par une pointe fine B (*fig.* 303) et il l'enveloppe dans une cavité à panse C où se trouve assez de mercure pour la recouvrir quand on retourne l'appareil. On conçoit que dans cette position renversée on peut remplir la tige en totalité, et qu'en redressant le thermomètre, le mercure sortira par la pointe et tombera dans la panse quand la température montera. Au moment du maximum, la tige sera pleine; si un refroidissement survient, le mercure baissera et l'on pourra retrouver le maximum en réchauffant le thermomètre dans l'eau jusqu'à ramener le sommet en B. Mais on peut opérer autrement : on détermine une fois pour toutes la longueur constante du degré de l'instrument en le comparant avec un thermomètre étalon; et, après chaque expérience faite pour trouver un maximum, on le place dans l'eau. Supposons que cette eau soit à 10 degrés, et que le mercure s'arrête en un point de la tige distant de 20 degrés de l'extrémité B. La température cherchée sera 10 + 20 degrés, puisqu'il faudrait faire remonter la température de 20 degrés pour ramener le mercure en B et reproduire le maximum.

Le thermomètre à minimum (*fig.* 304) a une chambre su-

périeure et la tige pénètre par une pointe C dans le réservoir.

Fig. 304.



Il est rempli d'un excès d'alcool, et le réservoir contient du mercure jusqu'en D. Il faut d'abord préparer cet instrument, et pour cela on le refroidit jusqu'à une température inférieure à celle du minimum que l'on veut observer, puis on le renverse ; alors la pointe C est couverte par le mercure, qui pénètre dans la tige quand l'appareil se réchauffe et y demeure quand on le replace ensuite dans sa position naturelle. Si maintenant la température baisse, le mercure engagé dans la tige retombe dans le réservoir; il affleure en C au moment du minimum, et quand un réchauffement survient, il remonte et prend la position AB. On trouve, comme dans l'appareil précédent, la température du minimum ; c'est celle qui ramène le mercure en C.

THERMOMÈTRE DIFFÉRENTIEL. — Pour apprécier une différence de température, Leslie a imaginé l'instrument représenté dans la *fig.* 305. C'est un siphon CABD terminé par deux boules C et D égales entre elles, fermées et pleines d'air. Une colonne d'acide sulfurique coloré occupe la partie inférieure AB et prend le même niveau dans les deux branches quand les températures de C et de D sont les mêmes. Aussitôt qu'on échauffe D,

Fig. 305.

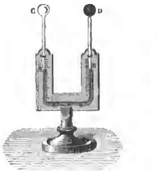
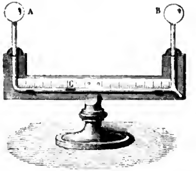


Fig. 306.



l'air se dilate et fait baisser le niveau B. On gradue cet appa-

reil en plaçant les deux boules dans de l'eau, en établissant entre elles une différence de température de 10 degrés, et en marquant 10 aux points où se placent les deux niveaux et 0 aux points A et B; ensuite on divise l'intervalle en 10 parties d'égale capacité.

Rumford a donné à cet appareil de plus grandes dimensions (*fig.* 306), et il a réduit la colonne liquide à un simple index C très-petit; cet instrument se gradue comme le précédent. Il peut accuser des différences très-faibles de température.

TRENTE-CINQUIÈME LEÇON.

DE LA FUSION ET DE LA SOLIDIFICATION.

Fusion. — Lois de la fusion. — Solidification. — Lois de la solidification. — Tableau des points de fusion. — Variation des points de fusion. — Surfusion. — Changement de volume pendant la fusion. — Fusion des alliages. — Allotropie.

FUSION. — Lorsqu'on échauffe les corps solides, ils commencent par se dilater; mais, la température augmentant toujours, il arrive un moment où ils passent à l'état liquide, à moins qu'ils ne se décomposent. Ce changement dans leur état physique se produit à des températures extrêmement différentes; pour le mercure, il se fait à —40 degrés, pour l'eau à zéro, pour l'étain à 230 degrés, et le platine ou le fer ne fondent qu'à la température du rouge blanc. Il y a même des substances qui ne se liquéfient point et qu'autrefois on nommait *réfractaires;* mais, à mesure que l'on a pu atteindre des températures plus hautes, on a vu diminuer le nombre des corps réfractaires. Ainsi M. H. Sainte-Claire Deville a fondu le platine dans un creuset de chaux au milieu d'un fourneau à vent alimenté par le charbon extrait des cornues à gaz; dans la flamme du chalumeau à oxygène et à hydrogène, M. Gaudin a fondu le quartz, la chaux, le rubis et l'alumine; et enfin, plus récemment, M. Despretz a réussi à liquéfier le bore, le silicium, et même à ramollir le charbon dans l'arc voltaïque d'une pile de 600 éléments. Ces expériences nous autorisent à admettre qu'il n'y a point de corps réellement réfractaires et que tous pourraient devenir liquides si l'on pouvait les échauffer suffisamment.

LOIS DE LA FUSION. — Trois lois extrêmement simples résument ce que l'on sait de général sur la fusion.

1°. Chaque substance définie chimiquement commence à se liquéfier quand elle atteint une température *déterminée et*

constante que l'on nomme son *point de fusion*, et qui constitue l'un des caractères spécifiques de chaque corps.

2°. La fusion d'une masse solide ne se fait pas instantanément : elle dure d'autant plus longtemps que cette masse est plus considérable et que le foyer qui l'échauffe est moins vif; mais, quelles que soient cette masse, ou l'énergie de ce foyer, ou en général les circonstances dans lesquelles on est placé, *la température demeure invariable depuis le moment où la fusion commence jusqu'à celui où elle est complète.*

3°. Comme le foyer ne cesse pas de donner de la chaleur au corps pendant qu'il se fond et que d'autre part cette chaleur n'augmente pas la température, il faut admettre qu'elle disparaît tout entière et qu'elle est employée à produire la fusion. Si l'on veut démontrer directement cette remarquable conséquence par un exemple, on peut prendre 1 kilogramme d'eau à 80 degrés et y jeter 1 kilogramme de glace à 0 degré. Quand l'expérience est faite avec certaines précautions, on voit la glace se fondre en totalité et le mélange liquide rester à la température de zéro. Or, il est évident que la glace n'a fait que se fondre sans changer de température, mais qu'elle a refroidi l'eau depuis 80 degrés jusqu'à zéro. Par conséquent, 1 kilogramme de glace exige pour se liquéfier toute la chaleur que perd 1 kilogramme d'eau pour se refroidir de 80 degrés à zéro.

Dans l'impossibilité où l'on est d'expliquer cette perte apparente de l'agent calorifique, puisqu'on n'en connaît pas la nature, on s'est contenté de l'exprimer par un mot et de dire que cette chaleur devient *latente*. Ce mot n'étant que la traduction du fait, nous l'emploierons sans y attacher aucun sens théorique.

SOLIDIFICATION. — Si les solides se fondent quand on les chauffe, inversement les liquides se solidifient quand on les refroidit; les uns à des températures très-hautes, les autres à des températures moyennes ou basses, et il en est enfin qui n'ont pu être congelés. Mais en répétant ici la remarque que nous avons faite plus haut, cette impossibilité tient uniquement à la limitation des moyens de refroidissement que nous possédons. Aussitôt que nous pouvons étendre ces moyens, nous parvenons à solidifier des substances qui avaient jusque-

là persisté dans l'état liquide. Ainsi nous avons vu, tome I, page 297, comment les gaz liquéfiés ont pu être congelés, et M. Despretz a dernièrement montré que l'alcool, jusqu'alors réfractaire au froid, devient assez visqueux pour ne plus couler, quand on le plonge dans un mélange d'éther, d'acide carbonique solide et d'oxyde d'azote liquide. Il reste encore, il est vrai, certains liquides, comme le sulfure de carbone, qui n'ont jamais été congelés; mais cela ne prouve point qu'ils ne puissent l'être quand nous pourrons les refroidir assez.

LOIS DE LA SOLIDIFICATION. — En repassant à l'état solide, les liquides nous offrent trois lois qui correspondent à celles que nous avons trouvées dans la fusion :

1°. Le point de solidification d'une substance est fixe, il est le même que le point de fusion.

2°. La température demeure invariable pendant tout le temps que la solidification met à s'accomplir.

3°. Puisque les corps ne se refroidissent pas pendant qu'ils se congèlent et qu'ils abandonnent cependant de la chaleur par rayonnement, il faut nécessairement qu'ils dégagent en se solidifiant la chaleur latente qu'ils avaient absorbée pendant leur liquéfaction.

Tableau des points de fusion.

Fer martelé anglais.	1600°	Iode	107°
Fer doux français	1500	Sodium	90
Acier	1400 à 1300	Acide stéarique	70
Fonte grise	1200 à 1100	Cire blanche	69
Fonte blanche	1100 à 1050	Cire jaune	61
Or pur	1250	Potassium	58
Argent pur	1000	Phosphore	44
Bronze	900	Sperma ceti	49
Antimoine	432	Suif	33
Zinc	360	Beurre	33
Plomb	326	Glace	0
Bismuth	262	Essence de térébenthine	— 10
Étain	230	Brome	— 20
Soufre	110	Mercure	— 39

VARIATIONS DES POINTS DE FUSION ET DE SOLIDIFICATION. — Les lois précédentes ne sont point tout à fait absolues, comme on

l'avait d'abord admis. On a récemment découvert que des changements considérables dans la pression amènent des variations faibles, mais sensibles, dans les températures de fusion et de solidification. M. W. Thomson, guidé par des idées théoriques émises par M. James Thomson, étudia la fusion de la glace au moyen de l'appareil représenté *fig.* 307. C'est un cylindre en verre dans lequel on peut développer des pressions énergiques par un piston à vis E et qui contient de la glace concassée D maintenue à la partie inférieure par un anneau de plomb BB. Un thermomètre A protégé par une enveloppe de verre résistante donne la température de la glace fondante; un manomètre C mesure la pression, et tout le reste de la capacité intérieure est rempli d'eau. Sous la pression atmosphérique, le thermomètre marque zéro, qui est la température ordinaire de la glace fondante; mais il baisse quand on comprime l'eau intérieure. Il arrive à —0°, 049 et à —0°,129 sous les pressions

Fig. 307.

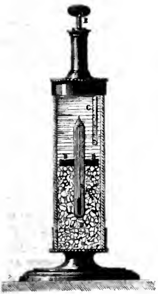


Fig. 308.



de 8 et 16,8 atmosphères, ce qui prouve que le point de fusion de la glace s'abaisse quand la pression augmente.

La glace offre, comme on le verra, la propriété de diminuer brusquement de volume lorsqu'elle se liquéfie. Mais d'autres substances, comme le blanc de baleine et la paraffine, éprouvent au contraire une dilatation subite quand elles se fondent. Il fallait savoir si ces propriétés inverses déterminent un changement inverse dans les températures de fusion sous diverses pressions, et c'est ce que chercha M. Bunsen. Il enferma du blanc de baleine ou de la paraffine dans la petite branche CD d'un siphon fermé (*fig.* 308); il remplit de mercure l'espace DEB, qui offre une large dilatation E, et il laissa au sommet un tube capillaire AB plein d'air et destiné à servir de manomètre. Quand on chauffe dans un bain la partie inférieure de cet appareil, le mercure se dilate; il augmente la pression intérieure, et l'on mesure à la fois cette pression et la température quand la fusion commence en CD. En variant les dimensions de l'appareil, M. Bunsen put observer la température de fusion du blanc de baleine et de la paraffine sous des pressions croissantes et il trouva qu'elle augmente. D'après ces exemples, on peut admettre en général que la température de fusion des solides change sensiblement quand leurs pressions s'élèvent, et qu'elle augmente ou diminue suivant que la substance augmente ou diminue de volume pendant sa liquéfaction. Voici les résultats trouvés par M. Bunsen :

Blanc de baleine.		Paraffine.	
Pression.	Température.	Pression.	Température.
1 atmosph.	47°,7	1 atmosph.	46°,3
29	48°,3	85	48°,9
96	49°,7	100	49°,9
156	50°,9		

En ce qui concerne la glace, ces résultats conduisent à l'explication d'une remarquable expérience que l'on doit à M. Tyndall. Ce physicien comprima très-fortement un morceau de glace entre deux pièces de bois qui laissaient entre elles une cavité lenticulaire. La glace se brisa en une multitude de petits fragments; mais en quelques secondes ils se soudèrent entre eux, et la masse fut transformée en une lentille transparente parfaitement compacte et moulée exactement dans la cavité.

Avec d'autres formes, M. Tyndall obtint des figures plus complexes, mais toujours transparentes, comme si la glace était une substance plastique. Voici maintenant l'explication de ces résultats. Quand il y a compression de la glace, son point de fusion devient inférieur à la température initiale de zéro : alors elle se liquéfie partiellement et il y a un abaissement de température produit par l'absorption de chaleur latente. L'eau comprimée et refroidie provenant de cette fusion est chassée dans les fissures, là sa pression diminue, son point de solidification remonte à zéro, elle se congèle de nouveau et ressoude les divers morceaux de glace. C'est en se fondant sur ces expériences que l'on peut aujourd'hui expliquer le mouvement des glaciers et la facilité avec laquelle ils se moulent dans les vallées qui leur servent de lit.

SURFUSION. — Outre cette cause générale de variation qui affecte également le point de fusion et celui de solidification, il est des circonstances exceptionnelles qui font varier le point de solidification seulement. Farenheit remplit d'eau un ballon dont le col avait été effilé et fermé à la lampe, et l'ayant exposé au froid, il put le maintenir pendant longtemps au-dessous de zéro sans que l'eau se congelât ; mais en cassant la pointe du ballon il vit le liquide se solidifier à l'instant. Gay-Lussac observa ensuite qu'en faisant refroidir de l'eau dont la surface extérieure était protégée du contact de l'air par une couche d'huile, dans un vase soustrait à toute cause d'agitation, elle pouvait demeurer liquide jusqu'à — 12 degrés ; mais qu'en remuant l'appareil ou en faisant vibrer le vase, tout le liquide se prenait en masse solide. M. Despretz vit le même effet se manifester dans des tubes thermométriques pleins d'eau. A mesure que la température baisse, le volume de cette eau augmente ; mais elle peut rester liquide jusqu'à — 20 degrés. Cependant il arrive toujours un moment où la masse se congèle tout à coup, et alors le tube se brise par suite d'une expansion subite du volume. On peut enfin très-aisément répéter cette expérience avec l'appareil de la *fig.* 309. C'est un thermomètre ordinaire dont le réservoir B est enchâssé dans un tube de verre A qui contient de l'eau et qui est purgé d'air ; on le refroidit dans un mélange réfrigérant jusqu'à — 10 ou

— 12 degrés, puis on le soulève, on l'agite brusquement, et la solidification s'opère à l'instant.

Fig. 309.



Cette propriété n'est pas particulière à l'eau; on la retrouve aussi dans l'étain. On peut également conserver liquide, jusqu'à 22 degrés, le phosphore qui se congèle ordinairement à 44 degrés, pourvu qu'on le fasse refroidir dans de l'eau non agitée. Le soufre fondu se maintient au même état jusqu'à la température ordinaire par un refroidissement tranquille et lent; enfin les dissolutions salines sont dans le même cas, comme on le montre par l'expérience suivante. On prépare une dissolution de sulfate de soude saturée à chaud; on l'introduit dans un tube effilé (*fig.* 310) où on la fait bouillir afin de chasser l'air, après quoi on ferme le tube. Bien que la solution devienne plus que saturée quand elle se refroidit, cependant elle ne se solidifie pas et se conserve indéfiniment à l'état liquide; mais elle cristallise aussitôt que l'on casse la pointe. Dans toutes ces expériences, la condition de succès est la même : il faut tenir le corps à l'abri du contact de l'air et le soustraire à toute cause d'agitation pendant son refroidissement; et le procédé pour déterminer la solidification est également toujours le même : il faut laisser revenir l'air brusquement ou agiter vivement le vase. Pour expliquer cette singulière anomalie, on a cherché à se réfugier dans une hypothèse vague : on a admis que les molécules liquides se maintiennent en équilibre pendant le repos, mais que l'agitation ou le mouvement de l'air à la surface parviennent à vaincre leur inertie. De pareilles explications ont d'autant moins besoin d'être discutées que, suivant M. Despretz, on retarde également la solidification par une cause tout opposée, c'est-à-dire en agitant très-vivement le liquide.

Fig. 310.



Mais ce phénomène bizarre n'influe en rien sur la loi de la chaleur latente; il permet, au contraire de la vérifier. En effet, dans les expériences de Farenheit, de Gay-Lussac et de M. Despretz, l'eau qui était à — 12 ou à — 20 degrés se réchauffe et revient instantané-

ment à zéro aussitôt que la solidification se fait, et, dans le tube à sulfate de soude, il se développe au moment de la cristallisation du sel un échauffement notable et sensible à la main. On voit donc que la substance refroidie conserve sa chaleur latente tant qu'elle demeure liquide et qu'elle la dégage brusquement quand elle se solidifie brusquement. En résumé, par des circonstances exceptionnelles et inexpliquées, un liquide ne commence pas toujours à se solidifier à son point vrai de congélation; mais il y revient aussitôt que la solidification commence, et celle-ci se continue et se complète ensuite à cette température qui demeure constante.

CHANGEMENTS DE VOLUME PENDANT LA FUSION. — Je suppose que l'on échauffe un solide déterminé. Il va d'abord se dilater, et l'on pourra représenter son volume par les ordonnées d'une courbe en prenant pour abscisses les températures; cette courbe sera sensiblement une ligne droite. Après la fusion, le liquide se dilatera lui-même, son volume pourra se représenter également par une seconde ligne à peu près droite, et il est évident que celle-ci devra se raccorder avec la première au point de fusion. La question que nous allons examiner est de savoir comment ce raccordement se fait. Le corps éprouvera-t-il un changement de volume pendant la fusion? Ce changement sera-t-il brusque ou continu? Les droites qui représentent les volumes du liquide et du solide seront-elles situées sur le prolongement l'une de l'autre?

De nombreux exemples prouvent d'abord qu'il y a réellement un changement anomal du volume; ainsi l'eau se dilate en se congelant, puisque les glaces flottent sur les rivières, et on le démontre directement par une expérience que l'on doit à Huyghens. On prend un canon de pistolet dont on bouche la lumière; on l'emplit d'eau et on le ferme hermétiquement par un bouchon à vis disposé à cet effet. En refroidissant cet appareil dans un mélange réfrigérant, il ne tarde pas à se fendre avec bruit, et l'on voit sortir de la fissure une lame de glace qui provient de l'intérieur. Ainsi, non-seulement il y a une dilatation pendant la congélation de l'eau, mais elle se fait encore en exerçant un effort considérable. On sait en outre que la fonte de fer, l'antimoine et le bismuth sont dans le même cas que

l'eau, ce qui explique comment la fonte prend exactement l'empreinte des moules et comment le bismuth brise les tubes de verre dans lesquels on le coule. On sait également que la plupart des sels augmentent de volume en cristallisant, propriété qui a été mise à profit par Brard pour reconnaître si les pierres sont gélives. Mais, à côté de ces exemples, il en est d'autres où l'effet est inverse; le mercure, le phosphore, le soufre, la stéarine, etc., diminuent de volume en se congelant, et ce dernier cas est le plus habituel.

Il ne peut donc y avoir aucun doute sur le fait d'un changement de volume pendant le changement d'état; mais il reste à savoir s'il est brusque ou s'il est continu. A ce sujet, nous ne connaissons que trois exemples qui ont été étudiés par M. Ermann fils de Berlin; ils sont relatifs à l'eau, au phosphore et à un alliage de 1 partie d'étain, 1 de plomb et 2 de bismuth.

La glace, quand on la prend au-dessous de zéro et qu'on l'échauffe, se dilate d'abord rapidement; son coefficient moyen est 0,000037 et son volume peut se représenter par une droite AB (*fig.* 311). Quand elle s'approche de son point de liquéfaction, qu'elle l'atteint et le dépasse, elle se contracte très-rapidement d'abord, puis plus lentement ensuite, jusqu'au maximum de densité qui correspond au point D à 4 degrés; après quoi elle recommence à se dilater de D en E, puis cette dilatation se régularise et le volume se représente par une droite EF, moins inclinée sur l'axe des x que AB, et située au-dessous de cette ligne AB.

Fig. 311.

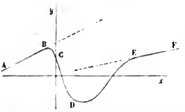
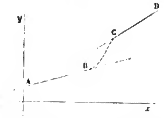


Fig. 312.

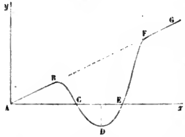


Le volume du phosphore solide se représente jusqu'à la température de la fusion par une droite AB (*fig.* 312), et après la fusion par une seconde droite CD située au-

dessus de la première et plus inclinée sur l'axe des x. Il n'a pas été possible de déterminer la portion de courbe qui raccorde les points B et C; il est probable qu'elle offre un point d'inflexion. Mais la position relative des lignes AB et CD montre qu'il y a une expansion pendant la fusion et que la dilatation du phosphore liquide est plus rapide que celle du phosphore solide.

L'alliage fusible a offert plus d'intérêt (*fig.* 313). Avant la fusion, le volume est d'abord figuré par une ligne droite jusqu'en B qui correspond à la température de 43°,7; après quoi il diminue et atteint un minimum placé en D à 68°,7; puis il augmente, arrive en E à la température de la fusion, qui se fait à 93°,7, et il continue d'augmenter après cette fusion jusqu'en F, à 100 degrés. Enfin, à des températures plus élevées, il est représenté par la droite FG, qui est située sur le prolongement de AB. Par conséquent, la dilatation de l'alliage est la même à l'état liquide et à l'état solide; mais il y a une variation anomale et continue du volume au voisinage du point de fusion, et un maximum de densité pendant que le corps est solide.

Fig. 313.



On voit par ces exemples, malheureusement trop peu nombreux, qu'il y a généralement une anomalie de la dilatation pendant la fusion, qu'elle se fait sentir d'une manière continue avant et après cette fusion, et qu'elle n'est pas brusque comme on aurait pu le penser.

Quelque chose d'analogue se montre au sujet de la chaleur latente; elle se dégage, avons-nous dit, au moment de la solidification; mais les expériences suivantes de M. Ermann montrent que ce phénomène lui-même commence pour l'eau avant la solidification. Ce physicien fit refroidir dans l'atmosphère, pendant l'hiver, un vase cylindrique plein d'eau, dans lequel un thermomètre était plongé, et il nota les temps nécessaires pour produire le refroidissement de degré en degré. On verra dans le tableau qui suit que ces temps augmentent à mesure

qu'on s'approche du maximum, ce qui prouve que l'eau abandonne alors une plus grande quantité de chaleur, puisqu'elle met plus de temps à se refroidir. Il faut donc qu'elle perde une portion de sa chaleur latente.

Température.	Temps du refroidissement.
6°,0	»
5,5	50
5,0	55
4,5	50
4,0	65
3,5	112
3,0	198
2,5	60
2,0	70

FUSION DES ALLIAGES. — Les alliages formés de deux ou d'un plus grand nombre de métaux se liquéfient *complétement* à une température qui est fixe quand la composition chimique est constante, et il y a cela de remarquable que cette température est généralement plus basse que les points de fusion des métaux composant l'alliage. Le tableau suivant met ce résultat en évidence; on y remarquera particulièrement le composé $PbSnBi^4$ fusible à 94 degrés.

Points de fusion des alliages.

Sn^5Pb..........	194°	Sn^3Bi...........	200°
Sn^4Pb....... ...	189	Sn^2Bi...........	167
Sn^3Pb..........	186	$SnBi$............	141
Sn^2Pb..........	196	$PbSn^4Bi^5$........	118,9
$SnPb$..........	241	$Pb^2Sn^3Bi^5$........	100
$SnPb^3$.........	289	$PbSnBi^4$.........	94

Dans la grande majorité des cas, la fusion *complète* dont nous venons de parler est précédée par une fusion *partielle* ou au moins par un ramollissement de la masse entière. On explique cette propriété en admettant qu'un alliage se partage généralement en deux autres, dont la composition chimique est différente, et qui se fondent à des degrés différents du thermomètre; de façon que si la température augmente pro-

gressivement, le plus fusible se liquéfie d'abord. Quand il est très-abondant dans le mélange, il coule et produit le phénomène connu sous le nom de *liquation*. Quand au contraire il est en proportion moindre, la masse totale ne fait que se ramollir et prendre l'aspect d'un mortier ou d'un amalgame. Enfin, si la température s'élève davantage, elle finit par atteindre le point de fusion de l'alliage le moins fusible, et alors la liquéfaction devient complète.

Cette explication se confirme quand on étudie le phénomène inverse, c'est-à-dire quand on refroidit un alliage fondu. On observe alors deux points de solidification distincts correspondant chacun à l'un des alliages mêlés. Au moment où le moins fusible se congèle et où il abandonne sa chaleur latente, le thermomètre devient stationnaire et ne reprend sa marche descendante qu'après cette congélation; mais il s'arrête de nouveau au moment où l'on atteint le point de solidification de l'alliage le plus fusible. Rudberg, à qui l'on doit ces observations, a trouvé qu'avec deux métaux, tels que le plomb et l'étain par exemple, l'un des points de fusion, celui qui est le moins élevé, demeure fixe et égal à 187 degrés, quelles que soient les proportions de plomb et d'étain combinées. Le second est variable au contraire avec la composition; mais il s'approche du premier et se confond avec lui quand la formule chimique de l'alliage converge vers $PbSn^3$. Alors la fusion se fait tout d'une pièce comme pour un corps simple. En ajoutant ensuite à $PbSn^3$ des proportions de plus en plus grandes d'étain ou de plomb, on voit reparaître le point de solidification variable, qui s'élève de plus en plus jusqu'à atteindre à la limite les points de fusion de l'étain ou du plomb. Rudberg conclut judicieusement de ces faits que l'alliage $PbSn^3$ est le seul qui ne se dédouble pas et il le nomme l'*alliage chimique*. Des phénomènes semblables se retrouvent avec les autres métaux. Avec le plomb, le bismuth et l'étain mêlés en proportions quelconques, on observe toujours un point fixe de 94 degrés qui correspond à $PbSnBi^4$, et deux autres points mobiles qui dépendent de la composition et qui répondent à des alliages variables. Voici l'un des tableaux de Rudberg :

Temps du refroidissement de 10 en 10 degrés.

TEMPÉRATURE.	PLOMB.	Pb^2Sn	PbSn	$PbSn^3$	$PbSn^{12}$	ETAIN.
°	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
330	«	«	«	«	«	«
320	2,51	«	«	«	«	«
310	0,19	«	«	«	«	«
300	0,15	0,14	«	«	«	«
290	0,15	0,15	«	«	«	«
280	«	1,36	«	«	«	«
270	«	0,58	«	«	«	«
260	«	0,45	0,19	«	«	«
250	«	«	0,21	«	«	0,20
240	«	«	1,7	«	«	0,22
230	«	«	0,57	«	0,23	0,23
220	«	«	0,51	«	0,24	9,2[illegible]
210	«	«	0,49	0,28	4,23	0,33
200	«	0,34	0,38	0,31	2,34	0,35
190	«	0,36	0,49	0,35	1,56	«
180	«	1,48	5,48	11,29	3,49	«
170	«	0,45	0,40	0,50	0,41	«
160	«	0,42	0,40	0,54	0,43	«

ALLOTROPIE. — Trois substances simples ont offert aux chimistes des particularités extrêmement remarquables : ce sont le soufre, le sélénium et le phosphore.

Chauffé jusqu'à 400 degrés, le soufre devient visqueux, et si on le coule à cet état dans l'eau froide, il se maintient en filaments élastiques et verdâtres : c'est le soufre mou. De son côté, le sélénium, quand on l'a maintenu fondu pendant longtemps à 220 degrés et qu'on le laisse refroidir lentement, prend également vers 50 degrés un nouvel état solide amorphe. Ainsi préparés par une manipulation qui est très-analogue, ces deux corps acquièrent des propriétés toutes nouvelles, et il faut chercher à se rendre compte des causes qui modifient ainsi leurs caractères ordinaires. Or, si on les porte tous les deux progressivement jusqu'à 100 degrés environ, il arrive un moment où ils s'échauffent brusquement et spontanément, le soufre mou jusqu'à 110 degrés et le sélénium amorphe jusqu'à 140. Après cela, ils ont repris leurs propriétés ordinaires. Il est

donc évident qu'ils avaient conservé de la chaleur latente et qu'en la perdant ils perdent également les propriétés nouvelles qu'ils avaient acquises. On est peut-être en droit de penser qu'ils les devaient à cette chaleur conservée.

Avec quelques différences, la même chose se voit sur le phosphore. C'est encore en le chauffant pendant huit à dix jours vers 250 degrés qu'on le transforme; il prend une couleur de carmin et devient ce que l'on nomme le *phosphore rouge*. Alors il est insoluble dans l'alcool et l'éther; il ne prend feu qu'à une température très-haute; il cesse d'être un poison et ne ressemble plus en rien au phosphore ordinaire; mais il revient à son état premier quand on le chauffe à 260 degrés, et probablement alors il abandonne de la chaleur latente comme le font les corps précédents.

TRENTE-SIXIÈME LEÇON.

DE LA FORMATION ET DES PROPRIÉTÉS DES VAPEURS.

Ébullition. — Ébullition dans l'atmosphère. — Ébullition sous des pressions faibles. — Ébullition sous des pressions élevées. — Marmite de Papin. — Variations anomales du point d'ébullition. — Phénomènes produits dans les vases très-chauds. — Propriétés des vapeurs. — Cas des vapeurs non saturées. — Cas des vapeurs saturées. — Loi de l'ébullition.

ÉBULLITION. — Après avoir vu comment les solides se liquéfient sous l'influence de la chaleur, nous allons prendre les liquides qu'ils ont produits et les échauffer à leur tour. Nous arriverons pour chacun d'eux à un moment remarquable; nous verrons des mouvements tumultueux se produire dans leur masse, des bulles se former au contact des parois du vase qui les renferme et venir crever à la surface. Ces mouvements constituent l'*ébullition;* ces bulles contiennent un gaz qui a la même composition chimique que le liquide et que l'on nomme *vapeur*. Peu à peu cette vapeur se répand dans l'air, le liquide diminue de poids et, au bout d'un temps plus ou moins long, il a disparu en totalité.

ÉBULLITION DANS L'ATMOSPHÈRE. — I. Supposons d'abord que la pression demeure constante et égale à 760 millimètres. La température à laquelle un même liquide commence à bouillir est toujours la même : c'est le *point d'ébullition*, et puisqu'il est constant pour chaque corps, c'est un de ses caractères spécifiques.

Les divers liquides commencent à bouillir à des températures extrêmement différentes. Ceux qui proviennent de la condensation des gaz se vaporisent au-dessous de zéro, l'éther à 35 degrés, l'eau à 100 degrés, le mercure à 360 degrés, et les métaux fondus ne se volatilisent qu'à des températures extrêmement élevées. La plupart d'entre eux ne peuvent même pas

bouillir dans les foyers les plus ardents; mais on admet que l'impuissance où nous sommes d'atteindre leur point d'ébullition n'est due qu'à la limitation des moyens que nous avons de les échauffer.

II. Non-seulement l'ébullition commence à un point fixe, mais pendant qu'elle se continue *la température demeure constante*. Un liquide peut donc s'échauffer progressivement jusqu'au point où il commence à bouillir; mais une fois qu'il l'a atteint, il ne s'échauffe plus, et l'intensité plus ou moins grande du foyer ne fait qu'accélérer plus ou moins la transformation en vapeur.

III. Cette constance de la température pendant toute la durée de l'ébullition étant une loi générale, il faut de toute nécessité que la chaleur fournie par le foyer aux liquides en ébullition soit employée à les vaporiser. Elle devient *latente*.

Nous trouvons, en résumé, en étudiant l'ébullition, trois lois identiques à celles que nous offre la fusion. Nous constatons 1° la fixité du point d'ébullition; 2° la constance de la température tant que l'ébullition dure; 3° l'absorption d'une quantité de chaleur déterminée pendant la vaporisation.

Tableau de quelques points d'ébullition.

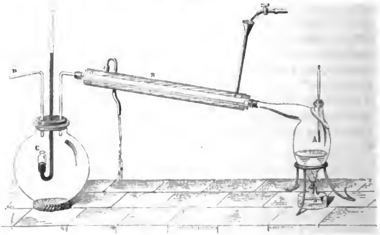
	°		°
Éther chlorhydrique......	11,0	Eau.....................	100
Éther hypo-azoteux.......	21,0	Essence de térébenthine...	157
Acide sulfurique anhydre..	25,0	Éther oxalique...........	184
Sulfure de carbone........	48,0	Phosphore...............	290
Acétone..................	56,0	Huile de lin..............	316
Éther formique...........	56,0	Acide sulfurique..........	325
Alcool...................	79,7	Mercure..................	350
Acide azotique (1,522)....	86,0	Soufre...................	400
Éther cyanhydrique.......	82,0		

ÉBULLITION SOUS DES PRESSIONS FAIBLES. — Jusqu'à présent nous avons supposé la pression égale à 760 millimètres; mais si elle vient à diminuer, la température de l'ébullition de tous les liquides décroît rapidement suivant une loi de progression particulière pour chacun d'eux. Voici comment on le démontre :

Une cornue tubulée contenant de l'eau et munie d'un ther-

momètre A est mise en communication par son col, d'abord avec un tube entouré d'un réfrigérant B, ensuite avec un ballon dans lequel plonge la cuvette d'un baromètre C (*fig.* 314). Un

Fig. 314.



tube D, que l'on met en rapport avec la machine pneumatique, permet de faire un vide partiel dans l'appareil. Quand on chauffe la cornue, l'ébullition se fait à une température que l'on mesure par le thermomètre A, sous une pression qui est donnée par le baromètre C et qui demeure constante, puisque la vapeur se condense dans le tube B. On remarque alors que l'eau bout :

Aux températures.	0°,	10°,	20°,	50°,	60°,	100°;
Sous les pressions.	$5^{mm},0$,	$9^{mm},4$,	$17^{mm},3$,	$53^{mm},0$,	$144^{mm},0$,	760^{mm}.

On voit donc que l'eau peut bouillir à toutes les températures comprises entre 0 et 100 degrés ; et en répétant la même expérience avec d'autres liquides, on trouve en général, 1° que le point d'ébullition change avec la pression ; 2° que sous une pression déterminée et constante il est fixe ; 3° que la température demeure invariable pendant tout le temps que l'ébullition dure. On en conclut qu'il y a toujours absorption de chaleur latente.

On peut démontrer cette variation du point d'ébullition par une expérience beaucoup plus simple. On fait bouillir de l'eau dans un ballon à long col assez longtemps et assez rapidement pour que les vapeurs puissent balayer l'air que contient l'appareil; puis, après l'avoir bouché, on le retourne dans un vase plein d'eau (*fig.* 315). De cette façon, l'air ne pourra point rentrer; l'eau sera contenue dans un vase où elle ne subira d'autre pression que celle de la vapeur qui lui est superposée; elle cessera de bouillir et, peu à peu, elle se refroidira jusqu'à la température ambiante. Si, pendant ce refroidissement, l'on vient à placer des fragments de glace sur le sommet du ballon, on condensera la vapeur, on diminuera la pression et l'on verra l'ébullition se reproduire à toute température.

Fig. 315.

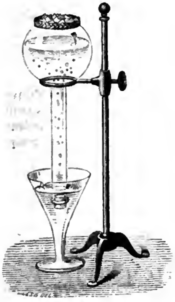
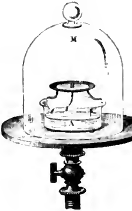


Fig. 316.



J'ai dit précédemment qu'une absorption de chaleur latente se produit toujours, quelle que soit la température à laquelle se fait l'ébullition. Une expérience très-belle, qui est due à Leslie, en est à la fois la conséquence et la preuve. On place sous la cloche d'une machine pneumatique (*fig.* 316) un cris-

tallisoir A plein d'acide sulfurique concentré, afin d'absorber les vapeurs d'eau, et l'on dispose au-dessus une capsule de laiton B très-plate et très-légère dans laquelle on a versé une petite quantité d'eau qui s'y étale en une couche mince. En faisant le vide aussi complétement que le permet la machine, l'eau bout rapidement, ses vapeurs sont absorbées aussitôt que formées, et l'ébullition se continue indéfiniment. Mais, en passant à l'état gazeux, le liquide absorbe de la chaleur latente; il se refroidit progressivement; il arrive bientôt à la limite de zéro, et il se congèle. Si l'on répète la même expérience avec d'autres liquides, la même cause produit toujours un abaissement de température, et il est d'autant plus considérable que le liquide soumis à l'épreuve est plus aisément vaporisable. Avec l'acide sulfureux on congèle le mercure, et un mélange d'acide carbonique et d'éther détermine un refroidissement qui peut dépasser -110 degrés, comme nous l'avons indiqué tome I, page 293.

ÉBULLITION SOUS DES PRESSIONS ÉLEVÉES. — Ayant reconnu que le point d'ébullition baisse toutes les fois que la pression diminue, nous prévoyons aisément qu'il montera toutes les fois qu'elle augmentera. On peut le démontrer avec un appareil analogue à celui de la *fig.* 314 en comprimant l'air intérieur par le tube D au lieu d'y faire le vide. On trouve alors que si les pressions deviennent égales à

$$760^{mm},\quad 1140^{mm},\quad 1520^{mm},$$

les températures d'ébullition deviennent

$$100°,\quad 111°,2,\quad 121°,4;$$

mais si le point d'ébullition augmente lorsque la pression s'élève, il demeure fixe quand elle reste constante; la température est stationnaire pendant toute la durée de l'ébullition, et conséquemment toute la chaleur cédée par le foyer est absorbée par la vapeur et devient latente.

MARMITE DE PAPIN. — Comme conséquence de ces faits, il sera possible d'élever la température de l'eau au-dessus de 100 degrés, et en général de tous les liquides au-dessus de leur

point d'ébullition, si on les enferme dans des vases résistants. La marmite de Papin réalise ce résultat. Elle se compose d'un cylindre en laiton très-épais, fermé par un couvercle qui s'applique et se maintient sur les bords au moyen d'une forte vis de pression (*fig.* 317). Ce couvercle est percé d'un petit trou A par où la vapeur pourrait s'échapper si un levier de sûreté CB

Fig. 317.



ne fermait son orifice sur lequel elle presse par un poids P. Quand on chauffe l'eau, la vapeur se forme peu à peu et, remplissant la chaudière, elle y exerce une pression qui augmente progressivement jusqu'à faire équilibre à l'effort exercé par le levier de sûreté. A partir de ce moment, la pression n'augmente plus; chaque fois qu'elle tend à s'élever, la vapeur soulève la soupape et s'échappe; chaque fois qu'elle diminue, l'orifice se ferme. Alors l'ébullition se fait régulièrement à une température constante et d'autant plus haute que le levier est plus chargé. Quand on enlève brusquement cette soupape, un jet de vapeur s'échappe bruyamment dans l'air et l'on observe à ce moment deux phénomènes sur lesquels il faut insister. Le premier, c'est qu'on peut impunément plonger la main dans

le jet que l'on trouve d'abord à une température très-basse, mais qui s'échauffe progressivement jusqu'à 100 degrés à mesure qu'il se ralentit; le second, c'est que la température de la chaudière, qui était à l'origine de 120 ou 130 degrés, baisse très-rapidement jusqu'à 100 degrés. Ces deux faits nous montrent que la vapeur en se formant et en se dilatant absorbe de la chaleur latente, puisqu'elle se refroidit en s'échappant et qu'elle refroidit également la chaudière.

VARIATIONS ANOMALES DU POINT D'ÉBULLITION. — Bien que nous ayons considéré jusqu'à présent le point d'ébullition comme étant absolument constant sous la pression de 760 millimètres, il éprouve cependant de très-légères oscillations qui dépendent de la matière du vase et de la nature du liquide. Dans un métal, l'ébullition de l'eau se fait d'une manière régulière et continue, les bulles de vapeur qui naissent en tous les points de la paroi sont très-petites; elles se succèdent sans interruption et la température est de 100 degrés. Dans un ballon de verre, au contraire, elles se produisent spécialement en quelques points qui sont toujours les mêmes; elles sont plus grosses et moins rapprochées, et enfin la température est de 101 degrés. L'ébullition de l'acide sulfurique dans le verre est tout à fait discontinue, on voit la température s'élever d'abord, puis une grosse bulle se former instantanément au fond du vase et le thermomètre baisser instantanément par suite de la chaleur absorbée par cette production subite d'une grande quantité de vapeur. On n'évite ces irrégularités de l'ébullition qu'en échauffant cet acide par le haut ou en plaçant dans l'intérieur des fils de platine, au contact desquels se fait le dégagement de vapeur.

M. Marcet a montré que ces perturbations atteignent une intensité spéciale pour chaque substance dans laquelle on fait bouillir l'eau. En vernissant l'intérieur d'un ballon de verre avec de la gomme laque ou du soufre, l'ébullition se fait à 99°,7. Au contraire, quand on commence par laver un vase de verre avec de l'acide sulfurique et qu'ensuite on le rince avec soin, il acquiert la propriété de retarder de 5 à 6 degrés l'ébullition de l'eau.

L'eau privée d'air et enfermée dans des tubes vides ne commence à bouillir qu'à une très-haute température. M. Donny

échauffa un marteau d'eau jusqu'à 135 degrés sans qu'il y eût d'ébullition; mais à ce moment elle se fit brusquement; il se produisit une espèce d'explosion et le tube fut brisé. On a essayé d'expliquer ces phénomènes anomaux en admettant soit une adhérence du liquide au vase, soit une cohésion du liquide sur lui-même.

PHÉNOMÈNES PRODUITS DANS LES VASES TRÈS-CHAUDS. — I. Toutes les fois qu'on échauffe une capsule métallique jusqu'à une température très-élevée et qu'on y projette quelques gouttes d'eau avec une pipette, elles n'entrent point en ébullition, on les voit se réunir en un globule qui est sphérique s'il y a peu d'eau, et qui est de plus en plus aplati quand on en met davantage. L'aspect et la forme de cette eau rappellent ceux du mercure ou en général des liquides dans les vases qu'ils ne mouillent pas.

L'expérience se fait ordinairement avec un éolipyle BB (*fig.* 318). Il s'échauffe au moyen d'une lampe CE et projette par le tube BD un jet de vapeur d'alcool qui s'enflamme et qui est capable d'échauffer jusqu'au rouge la capsule A que l'on place au-dessus.

Fig. 318.



II. Toutes les substances connues se comportent comme l'eau, quelle que soit leur volatilité. L'acide sulfureux et l'acide carbonique liquides persistent eux-mêmes, sans bouillir, au milieu de creusets qu'on peut porter au rouge blanc. Mais s'il n'y a pas d'ébullition, il y a toujours une évaporation, comme on peut s'en convaincre en remarquant que les acides sulfurique et azotique répandent des fumées blanches et l'iode des vapeurs violettes, que l'alcool et l'éther se maintiennent entourés de flammes, et que le globule diminue peu à peu de grosseur jusqu'à disparaître. Si ce globule est étalé sur toute l'étendue d'une capsule plate,

on voit des bulles de vapeur se former au-dessous de lui et crever sa surface en s'échappant; s'il est petit, ces vapeurs le chassent et le promènent en divers sens, et toutes les fois qu'il a une grosseur moyenne, il demeure fixe; mais il éprouve des mouvements vibratoires qui changent périodiquement sa forme, et l'œil, qui saisit seulement l'enveloppe de ses contours successifs, lui attribue la figure d'un polygone étoilé. Tout cela prouve une abondante formation de vapeurs dans l'espace qui sépare la substance liquide du métal échauffé, et cette évaporation est d'autant plus rapide que la température est plus élevée.

III. Pour que ces expériences réussissent, il faut que la capsule atteigne ou dépasse une certaine limite de température. Pour le démontrer, on chauffe la capsule au rouge, on y verse de l'eau qui prend la forme sphéroïdale, et l'on éteint la lampe, afin de laisser refroidir l'appareil. Le globule se maintient pendant ce refroidissement jusqu'au moment où la capsule arrive à 140 degrés; alors il éclate brusquement et l'ébullition se fait avec une extrême rapidité. Cette température limite du vase est d'ailleurs variable pour les divers liquides et d'autant plus basse que leur point d'ébullition est moins élevé. Elle est de 140 degrés pour l'eau, de 134 degrés pour l'alcool et de 61 degrés seulement pour l'éther.

IV. Dans ces phénomènes, le liquide ne mouille pas le vase. On peut déjà le soupçonner en remarquant qu'il prend une forme arrondie et qu'il s'agite en divers sens sans adhérer en un point de la paroi; mais on le démontre directement si l'on opère avec une capsule percée de trous ou avec une toile métallique, auquel cas l'expérience réussit tout aussi bien qu'avec un vase continu. M. Boutigny a encore ajouté à ces preuves celle qu'on tire de l'expérience suivante. Apres avoir échauffé jusqu'au rouge une masse de cuivre suspendue à un fil métallique, il la plonge subitement dans un vase de verre contenant de l'eau à 99 degrés environ. Ici l'expérience est renversée; mais l'eau et le métal se trouvant encore dans les mêmes conditions relatives que précédemment, il n'y a point d'ébullition et l'on voit distinctement une enveloppe gazeuse entre le métal et le liquide. Cela persiste tant que la sphère n'est pas refroidie jusqu'à 140 degrés; mais aussitôt qu'elle arrive à ce point, le

contact s'établit et l'ébullition se fait tout à coup avec une explosion si vive, que le vase est souvent brisé.

V. Comme les liquides placés dans ces conditions ne bouillent pas, il était important de mesurer leur température. Dans cette intention, M. Baudrimont verse le globule dans un vase contenant de l'eau froide et, en déterminant les augmentations de poids et de température de ce vase, il peut calculer la température qu'avait le globule au moment de l'immersion. Il a trouvé ainsi 36 degrés au rouge sombre, 49 degrés au rouge et 50 degrés au rouge blanc. D'un autre côté, M. Boutigny se contente de plonger un thermomètre très-petit dans le creuset rouge au milieu du liquide qu'il contient. Bien qu'on ne puisse savoir si ce thermomètre indique réellement la température cherchée, car il est exposé de toute part à des rayonnements qui doivent le suréchauffer, M. Boutigny a néanmoins constaté ce fait général : que les liquides placés dans les circonstances particulières qui nous occupent s'y trouvent toujours à une température plus basse que celle de leur point d'ébullition.

Ces divers phénomènes peuvent se résumer par les deux lois suivantes : 1° quand un vase atteint ou dépasse une température suffisante, les liquides qu'on y verse ne mouillent pas les parois et prennent une forme globulaire ; 2° ces liquides conservent une température inférieure à celle de leur ébullition et s'évaporent lentement. Nous allons maintenant chercher l'explication de ces deux lois.

M. Wolf a montré que si la température augmente progressivement, l'ascension de l'eau dans les tubes capillaires diminue peu à peu, devient nulle et se change en dépression. D'où il résulte que le ménisque terminal, d'abord concave, devient ensuite convexe comme pour le mercure, et conséquemment que les liquides cessent de mouiller les vases quand ils sont suffisamment échauffés. Cette observation explique la première des lois précédentes.

Pour rendre compte de la seconde, il faut remarquer que la chaleur du creuset ne peut se transmettre au globule par conductibilité, puisqu'il n'y a point de contact entre ces deux corps. Elle lui arrive par rayonnement, et dès lors, une partie s'y transmet sans l'échauffer, une autre s'y réfléchit et enfin une dernière portion échauffe la surface du globule qui touche

au creuset. Là il y a nécessairement une évaporation qui doit être très-rapide et une absorption de chaleur latente qui peut être assez considérable pour maintenir la goutte à une température constante et un peu plus faible que celle de l'ébullition. On voit que la seconde loi s'explique aussi bien que la première et que ces phénomènes, qui ont longtemps fait croire à l'existence de forces nouvelles, n'ont rien de mystérieux.

Connaissant la loi des températures des liquides à l'état globulaire, M. Boutigny fut naturellement conduit à une des plus belles expériences de la physique. Il verse dans un creuset de platine rougi une certaine quantité d'acide sulfureux liquide, qui s'y conserve à une température inférieure à celle de son ébullition, c'est-à-dire inférieure à — 10 degrés; puis il y introduit de l'eau qui à l'instant même se congèle. M. Faraday, remplaçant l'acide sulfureux par l'acide carbonique solide et l'eau par le mercure, congela ce métal de la même manière au milieu d'une capsule chauffée au rouge blanc.

Une autre conséquence non moins curieuse découle des mêmes principes. Après avoir mouillé sa main avec de l'éther, on peut la plonger dans du plomb fondu et n'éprouver qu'une sensation de froid. On peut même, sans courir aucun danger de plus, passer le doigt à travers un jet de fonte de fer ou le tremper dans un bain d'argent en fusion, pourvu qu'on l'ait préservé en le mouillant avec de l'acide sulfureux et à la condition de ne pas prolonger l'immersion au delà du temps nécessaire pour l'évaporation de ce liquide.

Quand une chaudière à vapeur a été alimentée pendant longtemps avec de l'eau ordinaire ou de l'eau de mer et que tous les sels calcaires ont déposé à l'intérieur une couche terreuse épaisse et peu conductrice de la chaleur, les parois métalliques doivent être chauffées presque jusqu'au rouge pour que la vapeur puisse se former; et si le dépôt vient à se briser, l'eau se trouve en contact avec du fer suréchauffé. Quand cela survient, les phénomènes que nous venons d'étudier se produisent, la formation de la vapeur diminue, mais un danger d'explosion est imminent; car lorsque la chaudière se refroidira jusqu'à 140 degrés, une ébullition instantanée se développera, et avec une telle énergie, que les issues de sûreté deviendront insuffisantes. Pour montrer cet effet autant qu'on peut le faire par

une expérience inoffensive, M. Boutigny a fait construire une petite chaudière qu'on chauffe par une lampe (*fig.* 319). Quand elle est arrivée à 300 ou 400 degrés, on y verse de l'eau qui n'y bout pas, on la ferme avec un bouchon qu'on appuie fortement et on laisse refroidir. A 140 degrés, l'ébullition développe instantanément une grande masse de vapeur et le bouchon est projeté.

PROPRIÉTÉS DES VAPEURS.

Je suppose que l'on ait plongé dans une cuvette pleine de mercure deux baromètres bien purgés d'air et qu'on introduise

Fig. 319.

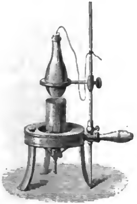
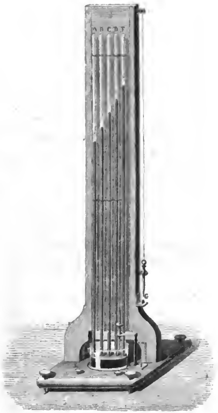


Fig. 320.



dans l'un d'eux une petite quantité d'eau au moyen d'une pipette

recourbée. Ce liquide montera au-dessus du mercure et l'on verra le niveau s'abaisser d'une quantité variable avec la température et qui sera de 17 millimètres environ à 20 degrés. La même expérience réussit avec tous les liquides, et il n'y a de différence entre eux que l'étendue de la dépression que l'on observe. L'abaissement du niveau est, par exemple, de 60 millimètres pour l'alcool et de 400 millimètres pour l'éther. On peut en général comparer les liquides sous ce rapport au moyen de l'appareil représenté *fig.* 320.

L'analogie de cet effet avec celui qui résulte de l'introduction d'un gaz dans le baromètre étant évidente, on admet qu'une portion du liquide se transforme instantanément en vapeur, que cette vapeur possède une force élastique qui pèse sur le mercure et se mesure par la dépression qu'il éprouve.

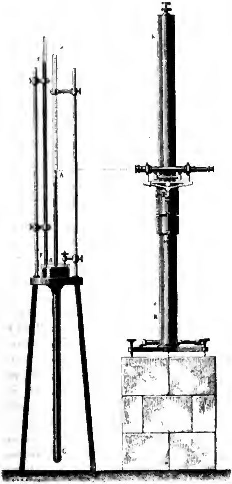
Nous devons chercher maintenant si l'analogie que nous venons de reconnaître entre les gaz et les vapeurs est complète ou s'il existe entre eux des différences essentielles. Pour faire cette comparaison, il est avant tout nécessaire de distinguer deux cas : celui où la vapeur emprisonnée dans le tube n'est pas en contact avec un excès du liquide qui lui a donné naissance et celui où une portion de ce liquide reste au-dessus du mercure. Nous traiterons d'abord le premier cas.

VAPEURS NON SATURÉES. — Nous nous servirons de l'appareil (*fig.* 321) qui a été employé déjà pour étudier la loi de Mariotte à des pressions basses. Le tube à vapeur A, divisé dans toute sa longueur en parties d'égale capacité, est disposé de façon qu'on puisse progressivement le soulever ou l'abaisser et mesurer la dépression du mercure avec un cathétomètre. On reconnaîtra qu'en faisant varier le volume occupé par la vapeur, on fait aussi varier sa pression, et que dans chaque cas le produit de ce volume par cette pression est sensiblement constant, c'est-à-dire que la loi de Mariotte s'applique aux vapeurs comme elle s'applique aux gaz et avec les mêmes restrictions.

Si l'on voulait ensuite mesurer la dilatation de ces vapeurs, on pourrait se servir du même appareil qu'on entourerait d'un manchon plein d'eau plus ou moins chaude; on terminerait la partie supérieure du baromètre par un vaste réservoir; on l'emplirait à zéro de vapeur d'éther par exemple. Après l'avoir

échauffé, on soulèverait le tube jusqu'à reproduire la pression

Fig. 321.



primitive, et l'augmentation de volume permettrait de calculer la dilatation. On trouverait ainsi que le coefficient de cette dilatation change très-peu avec la nature et la pression des vapeurs, et qu'il est compris entre 0,00366 et 0,00380 comme pour les gaz.

A la vérité, ces déterminations n'ont jamais été faites de cette manière; mais les résultats que nous énonçons ont été obtenus par des expériences que nous ferons bientôt connaître.

Dès lors on peut conclure que les vapeurs qui ne sont pas mouillées par un excès de liquide sont caractérisées par les mêmes propriétés physiques que les gaz, et que la formule générale

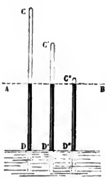
$$\frac{vH}{1+at} = \frac{v'H'}{1+at'}$$

s'applique à cette nouvelle classe de corps comme elle s'appliquait aux gaz, avec le même degré d'exactitude, et que le coefficient a y prend des valeurs sensiblement égales à celles qui conviennent aux gaz.

Vapeurs saturées. — Mais les choses ne se passent plus ainsi quand il reste dans le baromètre un excès de liquide.

I. Si on soulève le tube C dans ce nouveau cas (*fig.* 322), le niveau du mercure ne s'élève point; il reste constamment à la même hauteur AB, c'est-à-dire que la pression de la vapeur ne change pas. Cela tient à ce qu'une nouvelle portion de liquide se vaporise aussitôt que l'espace superposé s'agrandit; si on l'augmente de v, il se forme un volume v de vapeur, et les choses continuent de se produire ainsi tant qu'il reste du liquide à vaporiser. Ainsi non-seulement les vapeurs se forment instantanément dans le vide, comme nous l'avons vu; mais elles y prennent une force élastique indépendante du volume qu'elles occupent et qui est invariable quand la température est fixe.

Fig. 322.



II. Quand on vient ensuite à abaisser le tube, on détermine un effet inverse, la vapeur repasse à l'état liquide à mesure que l'espace qu'elle occupe décroît. S'il diminue de v, un volume v de vapeur se condense. Aussi voit-on le niveau rester fixe à la hauteur AB, et quand le sommet du tube continuant à descendre atteint ce niveau, la vapeur a disparu et le liquide s'est reformé en totalité. Cette expérience nous montre que

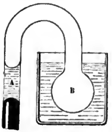
non-seulement la pression est invariable, mais qu'elle ne peut être augmentée par une réduction de volume. On dit qu'elle est *maximum*, que l'espace est *saturé* et que la vapeur est à l'état de *saturation*.

III. Si nous entourons l'appareil avec un manchon qu'on puisse remplir d'eau chaude et si nous reproduisons les mêmes expériences à diverses températures maintenues constantes pendant chaque épreuve, nous trouvons dans chaque cas que la vapeur atteint une pression constante et maximum, mais qui est d'autant plus grande que la température est plus élevée. Elle croît très-rapidement et indéfiniment avec cette température.

IV. Puisque cette tension maximum est indépendante du volume et qu'elle augmente avec la température, il faut conclure que la quantité pondérable de vapeur nécessaire pour saturer un espace donné est proportionnelle au volume et croît avec la température. On augmentera cette quantité en augmentant ce volume et cette température, soit séparément, soit à la fois, et, inversement, on a deux moyens pour ramener partiellement une vapeur saturée à l'état liquide : l'un est de diminuer son volume, l'autre est d'abaisser sa température.

V. Il n'est même pas nécessaire de refroidir tout l'espace occupé par une vapeur pour la condenser partiellement : il suffit d'abaisser la température d'une paroi. Admettons, par exemple, que le baromètre à vapeur soit terminé par une sphère B plongée dans l'eau froide à t degrés (*fig.* 323) et que le liquide placé en A soit à une température constante T supérieure à t. La vapeur se formera avec une tension maximum f_T, se répandra jusqu'en B, s'y refroidira et s'y condensera partiellement, puisqu'elle ne peut exister à t degrés qu'avec une force élastique f_t moindre que f_T. Après cette condensation, la pression ayant diminué en A et étant plus petite que f_T, une nouvelle quantité de vapeur se formera, qui bientôt se liquéfiera à son tour en B. Il y aura conséquemment un équilibre mobile et une distillation de A vers B, jusqu'au mo-

Fig. 323.



ment où tout le liquide en excès aura été vaporisé en A, condensé en B et où la force élastique sera f_t correspondante à la température des parois refroidies. Cette conséquence, dont on a fait des applications importantes, est connue sous le nom de *propriété des parois froides.*

VI. Il y a deux moyens d'amener à l'état de saturation une vapeur non mouillée, 1° en la comprimant, car alors la tension augmente jusqu'à devenir égale à la force élastique maximum; 2° en diminuant sa température sans changer sa pression, car la tension maximum baisse avec cette température.

VII. Quand une vapeur non saturée passe d'une température t à une température t', et d'un volume v à un volume v', sa pression H se change en H' que l'on calcule par la relation

$$\frac{vH}{1+at} = \frac{v'H'}{1+at'},$$

mais cette formule n'est applicable que si la vapeur n'est pas à saturation; elle cesse de l'être quand H' devient égal à la tension maxima $F_{t'}$, et si le calcul donne pour H' une valeur plus grande que $F_{t'}$, on doit en conclure que la vapeur a été en partie condensée.

LOI DE L'ÉBULLITION. — De ces propriétés des vapeurs saturées découle une relation nécessaire entre la température d'ébullition d'un liquide et la force élastique de sa vapeur. Prenons comme exemple l'eau sous la pression atmosphérique. Elle tend à se vaporiser, et il y a en présence deux forces opposées: l'une d'expansion de la vapeur, l'autre de compression de l'air. Tant que celle-ci est supérieure à celle-là, le liquide ne bout pas; mais, quand on augmente la température, la tension de la vapeur augmente en même temps; il arrive un moment où elle est égale à la pression de l'atmosphère; alors il y a équilibre entre les deux forces. Si, à partir de ce moment, l'eau s'échauffe d'une très-petite quantité, la vapeur prend une force élastique prédominante et se dégage du liquide en forme de bulles qui crèvent à la surface comme le ferait un gaz dissous. L'ébullition a donc lieu au moment où *la vapeur atteint une tension maximum égale à la pression qui est exercée sur l'eau.* Il est évident d'ailleurs que cette loi est générale, qu'elle s'ap-

plique à tous les liquides et sous toutes les pressions. Elle conduit à cette conséquence immédiate : que la température de l'ébullition doit s'élever ou s'abaisser quand la pression croît ou décroît, ce qui est conforme à l'expérience; elle mène en outre à cette application : que si d'une part on mesure la température de l'ébullition et de l'autre la pression exercée sur le liquide, cette pression mesure la force élastique de la vapeur pour cette température. On verra bientôt quel parti on a tiré de cette loi.

Si, continuant cet ordre de raisonnements, nous revenons aux expériences par lesquelles nous avons étudié la formation des vapeurs dans le vide, nous pouvons les expliquer plus complétement. Un liquide étant introduit dans le vide barométrique s'y trouve à une pression nulle; alors il entre très-brusquement en ébullition, sa vapeur se répand dans l'espace vide, y exerce une pression qui croît très-rapidement et arrive à une limite qu'elle atteint quand sa force élastique est égale à la force d'expansion du liquide. A ce moment l'équilibre existe. Il est rompu si l'on augmente l'espace barométrique, et alors de nouvelles vapeurs se forment; il est rompu si l'on augmente la température, et enfin, si l'on diminue la température et l'espace, séparément ou simultanément, on dépasse la force élastique maximum et une condensation se produit.

De tout ce que nous venons d'expliquer, il résulte qu'on doit considérer les vapeurs dans deux états bien distincts : le premier où elles ont une tension inférieure à leur maximum; alors elles sont des gaz et toutes les propriétés physiques qui caractérisent ceux-ci se retrouvent dans celles-là; le second, dans lequel les vapeurs ont atteint une tension limite qui est progressivement croissante quand on les chauffe plus ou moins, mais qui est constante à chaque température donnée, tension qu'on ne peut essayer de dépasser sans les condenser. On passe naturellement du premier au second état par deux moyens : par une augmentation de pression ou par une diminution de température.

Si maintenant on revient aux gaz, si l'on se rappelle que la plupart d'entre eux peuvent se liquéfier, et que les moyens par lesquels on arrive à cette liquéfaction sont précisément la pression et le refroidissement, on ne peut que se confirmer dans

l'opinion qui assimile les gaz à des vapeurs non saturées fournies par des liquides qui sont très-vaporisables et qui ne diffèrent de l'eau que par la propriété de donner, à la température ordinaire, des tensions très-considérables. Il n'y a là que des différences de plus ou de moins; il n'y en a pas qui puissent nous autoriser à conserver entre les gaz et les vapeurs une distinction caractéristique.

TRENTE-SEPTIÈME LEÇON.

DE LA MESURE DES TENSIONS DE LA VAPEUR D'EAU.

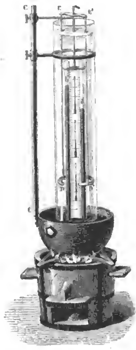
Mesure de la tension : — 1° Entre o et 100 degrés ; — 2° Au-dessous de zéro ; — 3° Au-dessus de 100 degrés. — Travail de Dulong et Arago. — Expériences de M. Regnault. — Construction graphique. — Formules empiriques. — Tableau des forces élastiques de la vapeur d'eau. — Détermination du point 100. — Thermomètre hypsométrique.

Puisque la vapeur d'eau atteint des tensions maxima qui croissent avec la température, il faut chercher expérimentalement la loi de progression qu'elles suivent. Outre l'intérêt scientifique qui s'attache à cette question, elle offre encore celui d'une haute utilité pratique, puisque la vapeur d'eau est devenue le moteur le plus usuel ; aussi n'est-il point de sujet dans la physique qui ait été l'objet de travaux plus nombreux que celui qui va nous occuper. Nous nous bornerons à exposer les plus exacts, à développer les meilleures méthodes ; puis nous les discuterons et nous terminerons en faisant connaître les formules empiriques que l'on a proposées pour représenter les variations des forces élastiques à diverses températures.

I. **ENTRE 0 ET 100 DEGRÉS.** — C'est à Dalton que l'on doit la découverte des propriétés des vapeurs ; c'est encore Dalton qui mesura la tension de la vapeur d'eau au moyen de l'appareil que nous allons décrire (*fig.* 324). Une marmite en fonte contenant du mercure sert de cuvette dans laquelle plongent un baromètre *b* et un second tube *a* pareil au premier, à cette exception près qu'on y a introduit une petite quantité d'eau pour produire la vapeur ; tous deux sont maintenus par une pièce métallique fixée à la colonne CC. Pour les pouvoir élever à une température quelconque et égale, on les a entourés d'un large manchon de verre appuyé sur le fond de la marmite, soutenu par la colonne CC au moyen d'un anneau et rempli d'eau.

Il est clair que cette eau est supportée par le mercure de la cuvette qui baisse un peu à l'intérieur pour se relever extérieurement, et qu'en plaçant l'appareil tout entier sur un fourneau allumé, on échauffe à la fois le mercure et l'eau et, par suite, les deux tubes a et b. On rendait la température sensiblement constante dans toute la masse en la remuant continuellement avec un agitateur DD'EE', et de temps en temps on interrompait cette agitation pour observer à la fois la température et la pression.

Fig. 324.



La température était donnée par plusieurs thermomètres échelonnés dans toute la hauteur de l'appareil, et l'on prenait la moyenne de leurs indications. Pour obtenir la pression, on mesurait la différence de hauteur h des deux baromètres au moyen d'une règle divisée contre laquelle ils étaient appuyés. Mais, comme le mercure de ces baromètres est à une température t qui change à tout instant et que sa densité varie d'une expérience à l'autre, il fallait ramener la dépression observée à ce qu'elle serait si le mercure conservait toujours la même densité qu'à zéro ; il fallait conséquemment diviser h par $(1+mt)$, m étant le coefficient de dilatation absolue du mercure. On faisait d'abord des observations successives en élevant progressivement la température jusqu'au voisinage de 100 degrés. A ce moment, la tension et la dépression h approchant de 760 millimètres, les mesures ne pouvaient plus se continuer. Ensuite on laissait refroidir l'appareil et l'on observait de temps en temps pendant que la température diminuait, comme on l'avait fait pendant qu'elle s'élevait.

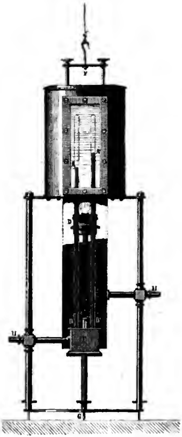
Ce procédé est loin d'être irréprochable. Quoi qu'on fasse, il est impossible d'obtenir une température rigoureusement

uniforme dans toute l'étendue du manchon. On ne remédie pas à cet inconvénient en prenant la moyenne des divers thermomètres, car c'est la température de la vapeur qu'il faut obtenir et non celle de l'eau; et comme cette vapeur est inégalement échauffée dans ses divers points, on ne sait pas à laquelle de ses diverses températures correspond la dépression que l'on observe; de là une incertitude qui augmente quand la tension et la longueur de l'espace occupé par la vapeur s'accroissent. Outre cela, les besoins actuels de la physique demandent qu'on observe les hauteurs du mercure avec un cathétomètre et non point à l'œil comme le faisait Dalton; mais cela est impossible tant que l'on enferme les baromètres dans un manchon de verre soufflé, qui est nécessairement irrégulier et qui introduit des erreurs de réfraction.

M. Kaemtz fit disparaître à la fois ces deux causes d'erreur en supprimant le manchon et en exposant les deux tubes aux variations naturelles de la température atmosphérique pendant les diverses saisons. Ses expériences, continuées pendant deux années, lui ont donné entre —19 et +26 degrés de très-nombreuses déterminations parfaitement précises. Il y avait pour la météorologie un intérêt spécial à faire ces déterminations dans ces limites de température; mais les besoins de la physique exigeaient qu'on pût les exécuter dans un délai moins long, et c'est ce que fit M. Regnault.

M. Regnault conserva la méthode de Dalton, mais il modifia l'appareil précédent et il en réduisit l'application aux températures qui ne dépassent pas 50 degrés, c'est-à-dire aux cas où l'on peut obtenir une température uniforme dans le manchon. Les deux baromètres AB, A'B' reposent dans une cuvette commune E (*fig.* 325), et s'élevant verticalement, ils traversent le fond d'une large caisse cylindrique de zinc qui remplace le manchon. Une fenêtre en glace laisse voir les tubes dans l'intérieur, et comme elle ne produit pas de réfractions irrégulières, on peut relever les sommets du mercure avec un cathétomètre. La caisse est chauffée par une lampe à alcool D que l'on soulève ou qu'on abaisse à volonté, ce qui permet d'atteindre des températures plus ou moins élevées et de les maintenir invariables. Un agitateur F, constamment en mouvement, mêle toutes les couches d'eau et peut égaliser les températures, ce

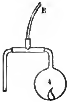
Fig. 325.



qui est beaucoup plus aisé que précédemment, puisque la caisse est large, peu élevée et qu'on s'arrête à la température de 50 degrés. Pour surcroît de précautions, M. Regnault avait par avance mesuré l'erreur de la capillarité qui n'était point égale dans les deux tubes, car le mercure est mouillé d'un côté, tandis qu'il est sec de l'autre. Enfin il eut soin d'ajouter à la pression du mercure celle qui provenait de la petite quantité d'eau qui lui est superposée dans le baromètre à vapeur AB.

Comme il est toujours important de varier les méthodes pour chercher à découvrir les inexactitudes particulières à chaque appareil, M. Regnault fit une seconde série d'observations en donnant une autre forme au baromètre à vapeur. Il le termina par la pièce représentée à part (*fig.* 326). Elle se compose d'un ballon A où l'on met à l'avance des ampoules exactement remplies d'eau, et d'un tube B qui se raccorde avec la machine pneumatique et qu'on peut fermer soit par un robinet, soit en le fondant à la lampe. On fit d'abord le vide sec, on ferma le tube B, et, comme il restait de l'air dans l'appareil, on commença par mesurer sa pression. Pour cela on chauffa progressivement la caisse jusqu'à 50 degrés, ce qui était insuffisant pour

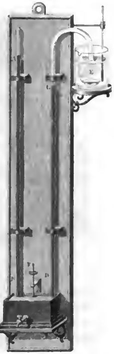
Fig. 326.



crever les ampoules, et l'on observa les différences de niveau des deux baromètres à des températures très-rapprochées, ce qui donna la loi empirique des tensions de l'air. Cela fait, M. Regnault chauffa directement le ballon avec une lampe; les ampoules crevèrent, le liquide qu'elles contenaient se répandit dans l'intérieur et la vapeur qu'il produisit ajouta sa tension à celle de l'air. Alors on recommença à mesurer les dépressions à diverses températures et, en retranchant de cet effet total la pression qui est due à l'air seul, on eut une seconde table des forces élastiques de la vapeur d'eau. Elle fut sensiblement la même que la première.

II. **AU-DESSOUS DE ZÉRO.** — Cette méthode de Dalton ainsi réduite, variée et perfectionnée et qui suffit pour les températures comprises entre 0 et 50 degrés, n'aurait pu servir au-dessous de zéro sans une heureuse modification introduite par Gay-Lussac, qui eut l'idée d'y appliquer le théorème de la paroi froide. Dans son appareil, que l'on voit *fig.* 327, il y a encore deux baromètres voisins AB et CD; rien n'est changé au premier, qui est vide; mais le second CD, qui contient l'eau, se recourbe à son sommet, se termine par un ballon E et plonge dans un mélange réfrigérant. On sait que la tension définitive qui s'établit dans ce tube est celle qui correspond à la température de ce mélange réfrigérant. Par conséquent l'appareil est dans les mêmes conditions que si la chambre à vapeur tout entière était refroidie; et comme les deux tubes sont placés dans l'air, on mesure aisément au cathétomètre la différence des niveaux. Après Gay-Lussac, M. Regnault a employé cette méthode en prenant la précaution essentielle de préparer le mélange réfrigérant avec du chlorure de calcium

Fig. 327.

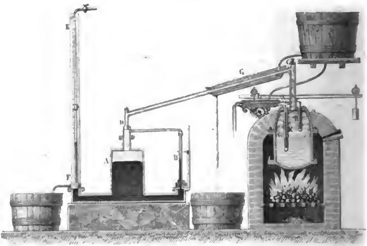


et de la neige, mélange qui est liquide, qu'on peut agiter et dont on peut rendre la température homogène.

III. **AU-DESSUS DE 100 DEGRÉS. — TRAVAIL DE DULONG ET ARAGO.** — Nous allons aborder maintenant la mesure des tensions à des températures supérieures à 100 degrés. Ici la question rencontre de plus grandes difficultés, mais elle prend un intérêt plus pratique; aussi est-ce par une délégation spéciale du Gouvernement qu'une Commission, dont Arago faisait partie et dont Dulong était l'âme, entreprit les expériences très-étendues que nous allons rapporter. Voici comment les appareils étaient disposés (*fig.* 328) :

La vapeur se formait dans un générateur en tôle épaisse.

Fig. 328.



C'était un cylindre vertical sur lequel étaient boulonnés, en bas un fond légèrement concave et en haut un couvercle hémisphérique tronqué par une surface plane horizontale. Sur ce couvercle on voit une soupape de sûreté L, un tube central C qui donnait issue à la vapeur, et deux autres trous latéraux dans lesquels étaient rivés deux canons de fusil K et H qui s'enfonçaient, le premier jusqu'au fond, le second jusqu'au milieu du générateur. Tous deux contenaient du mercure au

milieu duquel plongeaient deux thermomètres, et ceux-ci, garantis de la pression par la résistance des tubes, prenaient et mesuraient la température, l'un du milieu, l'autre du fond de la chaudière. Toutefois, si on eût laissé leur tige se prolonger dans l'air, elle y eût été à une température inconnue et très-inférieure à celle de leurs réservoirs; mais, pour éviter la cause d'erreur que cette circonstance eût entraînée, on avait pris la précaution de recourber ces tiges horizontalement, de les enfermer dans des réfrigérants pleins d'eau, et, par un calcul de correction très-simple, on obtenait la température vraie de la vapeur.

Tels étaient la chaudière et le procédé pour déterminer la température; il faut dire maintenant comment on mesurait la pression. Le tube central C était raccordé avec un conduit incliné CD toujours plein d'eau et toujours maintenu à une température fixe par un réfrigérant G. Ce conduit était lui-même boulonné sur la tubulure centrale du vase de fonte A qui avait servi à l'étude de la loi de Mariotte. Le manomètre EF entouré d'eau froide plongeait dans l'orifice F, et enfin un tube de verre B, qui joignait la troisième à la première tubulure, indiquait le niveau AB du mercure. On voit aisément que la force élastique de la vapeur, augmentée de la pression exercée sur AB par l'eau du conduit CD et diminuée de la hauteur du mercure dans EF, fait équilibre à la tension de l'air dans le manomètre; on mesurait celle-ci et l'on concluait la force élastique de la vapeur.

Malgré la grande différence de forme qui existe entre cet appareil et les précédents, on conçoit que la vapeur se formait dans le générateur comme dans les chambres barométriques et qu'elle y prenait sa tension maximum. Mais il fallait avoir entièrement enlevé de la chaudière l'air qu'elle contenait primitivement et qui aurait ajouté sa pression à celle de la vapeur. Pour y réussir, on faisait bouillir l'eau pendant quelque temps sous la pression atmosphérique en laissant ouverte l'extrémité C du tube central; on la fermait ensuite au moyen d'un bouchon à vis après l'expulsion totale de l'air, et l'on voyait croître à la fois la température et la pression. Quand on avait à peu près atteint la température à laquelle on voulait observer, on fermait les issues du fourneau; la marche ascendante se ralentissait:

puis elle atteignait un maximum, et à ce moment on lisait les indications des thermomètres et du manomètre.

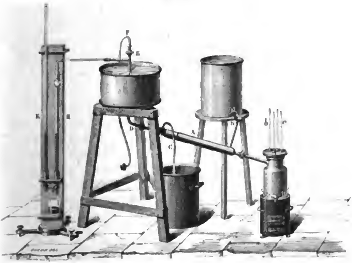
Dulong et Arago firent trente observations seulement qui étaient espacées à peu près également entre 100 et 224 degrés, et qui correspondaient à des pressions comprises entre 1 et 24 atmosphères. Eût-on voulu aller plus loin, qu'on n'aurait pu y réussir; car la chaudière, assez mal construite, fuyait tellement aux pressions élevées, qu'il restait peu d'eau dans l'intérieur. Cette circonstance laisse des doutes sur l'exactitude des dernières mesures.

En 1830, une nouvelle Commission, composée d'ingénieurs et de physiciens américains, recommença le travail de Dulong et Arago. Sans se mettre en frais d'invention, elle fit refaire servilement ou avec des modifications insignifiantes les appareils de la Commission française et suivit de tous points les mêmes errements dans les expériences. Contre toute attente, les résultats des deux déterminations ne furent pas concordants : ils divergent de plus en plus quand la température s'élève, et à 10 atmosphères, c'est-à-dire à 175 degrés environ, la différence est devenue égale à 0,65 d'atmosphère. Nous verrons bientôt la cause probable de cet écart. Pour le moment, nous nous contentons de faire remarquer que de nouvelles expériences devenaient nécessaires.

EXPÉRIENCES DE M. REGNAULT. — C'est encore M. Regnault qui se chargea de les exécuter; mais il abandonna complétement le procédé dont jusqu'alors on s'était servi. Il fit choix d'une méthode infiniment meilleure, que Dalton avait imaginée et employée autrefois et qui se fonde sur la loi connue de l'ébullition. Nous avons montré (page 130) qu'à la température de l'ébullition d'un liquide la force élastique de sa vapeur est égale à la pression qu'il supporte. Conséquemment, si l'on fait bouillir l'eau dans une enceinte fermée sous des pressions progressivement croissantes que l'on déterminera, elle atteindra des températures d'ébullition qui croîtront en même temps; on les mesurera, et pour chaque cas la force élastique de la vapeur à ces températures sera égale à la pression exercée. Tel est le principe adopté par M. Regnault, indiquons maintenant comment les appareils ont été disposés.

La vapeur se forme dans une cornue en cuivre épais chauffée par un petit fourneau (*fig.* 329). Quatre tubes soudés dans le couvercle, ouverts par le haut et fermés par le bas, plongent

Fig. 329.



dans l'intérieur à des profondeurs différentes. C'est dans ces tubes et au milieu d'une masse d'huile qui les remplit que l'on introduit les thermomètres destinés à mesurer la température de la vapeur en ses différents points. Le col de la cornue est constitué par un tube AD qui se dirige en montant vers un réservoir G dans lequel il débouche; il est enveloppé par un manchon A où l'on fait constamment passer un courant d'eau froide de B en C. De cette façon les vapeurs se condensent aussitôt que l'ébullition les amène dans le col, et le liquide qui résulte de cette liquéfaction retombe dans la cornue qui ne se vide jamais et où la pression demeure constante. Le réservoir G est une sphère de cuivre; il a une capacité très-grande; il est soutenu dans une cuve en zinc remplie d'eau et n'éprouve pendant la durée des expériences que des variations de température insignifiantes; il est mis en rapport par un tube à robinet EF, soit avec une machine pneumatique, soit avec une pompe de compression, ce qui permet de maintenir dans

tout l'appareil, une pression égale, constante et aussi faible ou aussi grande qu'on le veut; enfin il est en communication soit avec un baromètre différentiel, soit avec un manomètre à air libre HK qui mesurent la pression, suivant qu'elle est inférieure ou supérieure à celle de l'atmosphère.

L'appareil que je viens de décrire et qui est dessiné dans la figure précédente, était destiné à des tensions voisines de la pression atmosphérique; quand on voulut étendre les expériences jusqu'à des limites plus élevées, il fallut en établir un autre avec plus de solidité et de plus grandes dimensions. Alors la cornue était plus profonde et la colonne de mercure des thermomètres put y être plongée en entier, ce qui dispensa de toute correction; le réservoir d'air était un vaste cylindre de cuivre boulonné; la machine de compression fut remplacée par une pompe foulante à plusieurs corps qui était manœuvrée par quatre hommes ou par une machine à vapeur, et qui pouvait comprimer l'air jusqu'à 30 atmosphères; enfin la pression se mesurait par un manomètre à air libre de 20 mètres de hauteur. On suivait d'ailleurs pour la mesure de ces pressions la même marche qu'à l'occasion de la loi de Mariotte; on s'astreignait aux mêmes précautions que nous avons décrites t. I, p. 278, et l'on arrivait à la même exactitude. Les *fig.* 2, 3 et 4, *Pl. I*, tome I, représentent l'appareil que possède l'École Polytechnique; il ne diffère que par des détails de forme sans importance de celui qui servit à M. Regnault. La cornue se voit en N, les thermomètres en TT, le réfrigérant en MM et le réservoir en I. Le reste de l'appareil et le détail de ses diverses parties ont été expliqués à propos de la loi de Mariotte; nous n'y reviendrons pas.

Les expériences se font avec une facilité et une précision qui étonnent. Aussitôt qu'on a établi dans l'appareil une pression donnée, les thermomètres arrivent à une température fixe et la conservent aussi longtemps qu'on le veut. Après avoir attendu quelques minutes, on note les indications des thermomètres et du manomètre, puis on augmente la pression; alors les thermomètres montent, redeviennent bientôt stationnaires, et l'on recommence à observer. M. Regnault s'est arrêté à 230 degrés sous une pression approximativement égale à 30 atmosphères.

Après avoir fait connaître les procédés, je dois montrer en quelques mots les avantages des uns et les inconvénients des autres. Les expériences de Dulong et Arago étaient sans aucun doute suffisamment exactes pour les applications qu'on en peut faire à l'industrie; mais on ne peut s'empêcher de remarquer les erreurs qu'elles comportent. Toutes les observations se faisaient au moment où, les issues du fourneau étant bouchées, les thermomètres arrivaient à un maximum; ce maximum ne durait pas longtemps et il fallait se hâter, ce qui est un inconvénient. D'un autre côté, comme les thermomètres ne donnent la température d'une enceinte qu'après le temps nécessaire pour les échauffer, la température avait déjà baissé dans la chaudière quand ces thermomètres indiquaient le maximum. Il n'en était pas de même du manomètre, qui accuse instantanément la pression et toutes ses variations. De là il suit que les deux mesures ne correspondaient pas exactement à une même époque de l'expérience. Une autre cause d'erreur vient de l'emploi même du manomètre à air comprimé, car la sensibilité de cet appareil diminue quand la pression augmente, et les inexactitudes de la loi de Mariotte s'introduisent dans la mesure des pressions. Mais ce qu'il faut surtout regretter, c'est l'emploi que l'on a fait de thermomètres à mercure, c'est-à-dire d'instruments qui ne sont ni comparables ni définis aux températures élevées qu'il fallait mesurer; et ce qui justifie ce regret, c'est la discordance des résultats obtenus par Dulong et Arago d'une part et la Commission américaine de l'autre, discordance qu'on peut très-vraisemblablement attribuer à la divergence de thermomètres faits avec des verres différents et qui devaient marquer des températures inégales à des degrés d'échauffement égaux.

La méthode fondée sur l'ébullition continue de l'eau dans une enceinte où la pression reste constante ne mérite aucun de ces reproches; il ne faut plus saisir un maximum et se presser pour exécuter les mesures, puisque la température et la pression demeurent invariables pendant tout le temps que l'on veut. Elle offre cet avantage spécial de convenir également bien aux pressions faibles ou élevées; elle est générale, elle est simple et nous avons toute raison de la préférer. A ces avantages, qui viennent du procédé considéré en lui-même,

s'ajoutent d'autres causes de supériorité qui viennent de l'exécution des mesures. La pression ayant été constamment mesurée par un manomètre à air libre, la loi de Mariotte n'intervenait pas. Les thermomètres, il est vrai, étaient en cristal, mais ils étaient identiques entre eux; ils avaient été comparés attentivement avec un thermomètre à air, et M. Regnault conserva dans le résumé de ses observations, non pas les indications de ces instruments, mais celles du thermomètre à air qui leur correspondent : ils ne servaient conséquemment que comme intermédiaires, et dès lors il ne reste aucune incertitude sur les températures mesurées.

CONSTRUCTION GRAPHIQUE. — Les observations une fois faites et résumées, il faut les coordonner et chercher la loi continue qu'elles suivent. On peut se rappeler qu'en traitant de la dilatation du mercure et des variations de densité de l'eau, nous avons vu la même question se présenter. Nous avons annoncé alors qu'elle se retrouverait dans toutes les recherches de la physique qui ont pour but de découvrir les lois continues d'un phénomène, et nous avons exposé la méthode générale que l'on suit pour y réussir. Le cas qui nous occupe aujourd'hui nous fournit une occasion nouvelle d'appliquer cette méthode et de repasser de nouveau par la même série d'idées et d'opérations.

Il faut d'abord construire une courbe dont les abscisses soient les températures, et les ordonnées les pressions correspondantes. Dulong et Arago n'ont donné aucune explication sur cette partie de leur travail; comme ils n'avaient d'ailleurs que trente observations à construire, leur courbe ne devait pas être suffisamment déterminée. M. Regnault avait fait, au contraire, plus de mille observations; il les représenta graphiquement sur la même planche de cuivre qui avait reçu les courbes de la dilatation du mercure, et il employa de tout point les procédés que j'ai décrits (page 24). Je rappellerai seulement que la planche était carrée, qu'elle avait été divisée en 10000 petits carrés égaux dans lesquels on traçait chaque point par l'intersection de deux traits rectangulaires que l'on marquait avec une petite machine à diviser.

En gravant ces divers points, M. Regnault put remarquer que

chaque série d'expériences se traduit isolément par une ligne parfaitement régulière; mais les courbes qui représentent des séries différentes sont distinctes et sensiblement parallèles. Cela montre, conformément à ce que nous avons souvent répété, que chaque appareil, que chaque série de mesures comportent des causes d'erreur constantes, et l'on en conclut que le seul moyen de les éliminer est de multiplier les observations en changeant à chaque fois les circonstances qui peuvent introduire ces erreurs. C'est ainsi que M. Regnault a réussi à apprécier les oscillations extrêmes de ses mesures et qu'il a pu définitivement tracer une courbe moyenne. Celle-ci peut maintenant se substituer aux expériences qu'elle résume en les corrigeant, et quand on voudra savoir quelle est la tension de la vapeur correspondant à une température donnée, on la mesurera sur la courbe.

FORMULES EMPIRIQUES. — Mais ce tracé graphique n'est qu'un premier pas fait dans ce travail de coordination ; il faut exprimer par une formule la loi des tensions, ou, si l'on veut, il faut chercher l'équation empirique de la courbe.

Il y a trois formes de fonctions qui ont paru s'accorder avec la marche générale des forces élastiques. La première a été proposée par Young; c'est la suivante :

$$(\alpha) \qquad F = (a + bt)^m.$$

Les coefficients a et b ont été calculés par divers savants d'après les expériences qu'ils avaient à leur disposition. Voici ceux qui ont été donnés par les auteurs dont les noms suivent : F exprime la force élastique en millimètres et t la température centigrade.

$$(1) \qquad \text{Trégold.} \quad \frac{F}{10} = \left(\frac{t+75}{85}\right)^6,$$

$$(2) \qquad \text{Coriolis.} \quad \frac{F}{760} = \left(\frac{1+0,1878\,t}{2,878}\right)^{5,355},$$

$$(3) \qquad \text{Dulong.} \quad \frac{F}{760} = (1+0,7153\,T)^5, \quad T = \frac{t-100}{100}.$$

M. Roche, en se laissant guider par des idées théoriques, est

arrivé à la deuxième formule

$$(\beta)\qquad \frac{F}{760} = 10^{\frac{mx}{11+0,03x}},\quad x = t - 100,\quad m = 0,1644.$$

Enfin M. Biot a adopté la troisième forme de fonction :

$$(\gamma)\qquad \log F = a + b\alpha^t + c\beta^t.$$

Dulong a comparé les quatre premières formules à ses observations. Le tableau suivant montre que toutes les quatre concordent sensiblement avec l'expérience; la troisième cependant, qui est plus simple que les autres et que Dulong a acceptée, paraît la plus exacte.

Comparaison de ces formules avec l'expérience.

TENSION	TEMPÉRATURE DU THERMOMÈTRE A MERCURE.				
	OBSERVÉ.	TRÉGOLD.	CORIOLIS.	DULONG.	ROCHE.
atm	o				
2,14	123,70	123,54	123,45	122,97	123,53
4,57	149,70	150,39	150,30	149,77	150,23
6,49	163,40	164,06	164,10	163,47	163,90
11,63	188,50	188,44	189,02	188,60	188,63
17,18	206,80	206,15	207,43	207,20	206,04
21,55	218,40	216,29	218,66	218,50	218,01
23,93	224,15	222,09	224,00	224,02	233,00

En essayant de représenter ses expériences par ces diverses lois, M. Regnault a reconnu d'abord que la fonction $(a + bt)^m$ pouvait bien convenir dans une étendue limitée de l'échelle thermométrique, par exemple de 100 à 230 degrés, mais qu'elle devenait fautive au-dessous de 100 degrés, et il l'a abandonnée.

La formule de M. Roche, au contraire, étant remarquablement d'accord avec les expériences, M. Regnault l'écrit sous la forme générale

$$F = a\alpha^{\frac{x}{1+mx}},\quad x = t + 20,$$

et il détermine les coefficients a, α et m en faisant coïncider la formule avec trois points pris sur la courbe graphique et

également espacés dans toute l'étendue de l'échelle. Il a trouvé

$$m = 0,004788221,$$
$$\log a = \bar{1},9590414, \quad \log \alpha = 0,0383318.$$

Mais la fonction proposée par M. Biot est celle qui représente le mieux les observations. Comme on n'a d'autre but que de résumer la loi des forces élastiques par une formule empirique sans y attacher aucune idée théorique, il n'y a d'autre raison pour préférer l'une d'elles que sa plus grande exactitude numérique. Or il est évident que la dernière doit être plus approchée que les autres; car, pour déterminer les cinq coefficients qu'elle contient, il faut prendre cinq observations, et l'on a cinq équations qui donnent les valeurs de a, b, α, c, β. Cela revient à faire passer la courbe empirique par cinq points du tracé graphique, et il y a une grande probabilité pour que ces deux lignes, qui se coupent cinq fois et qui ont une forme analogue, soient peu distantes l'une de l'autre aux points intermédiaires. C'est, en effet, ce qui arrive. M. Regnault a déterminé les coefficients comme il suit :

$$\log F = a - b\alpha^x - c\beta^x, \quad x = t + 20,$$
$$a = 6,2640348,$$
$$\log b = 0,1397743, \quad \log \alpha = \bar{1},994049292,$$
$$\log c = 0,6924351, \quad \log \beta = \bar{1},998343862.$$

Le tableau suivant permet de reconnaître la parfaite exactitude de la formule.

TEMPÉRATURE du thermomètre à air.	TENSION OBSERVÉE.	DIFFÉRENCE AVEC LE CALCUL.
	mm	
− 20	0,91	0,00
− 10	2,08	+ 0,11
0	4,60	+ 0,12
+ 20	17,39	+ 0,09
+ 50	91,98	− 0,04
70	233,09	− 0,02
120	1489,70	− 1,16
150	3572,90	− 9,23
200	11660,00	− 29,00
230	20915,00	− 11,38

Nous transcrivons ici deux tables des forces élastiques; la première de degré en degré depuis — 30 jusqu'à + 230 degrés, et l'autre de dixième en dixième de degré entre 85 et 101 degrés.

Force élastique de la vapeur d'eau.

D'APRÈS DULONG ET ARAGO.		D'APRÈS M. REGNAULT.	
ÉLASTICITÉ en atmosphères.	TEMPÉRATURE du thermomètre à mercure	TEMPÉRATURE du thermomètre à air.	ÉLASTICITÉ en millimètres
1,0	100,0	— 30	0,386
1,5	112,2	— 20	0,927
2,0	121,4	— 10	2,093
2,5	128,8	0	4,600
3,0	135,1	10	9,165
3,5	140,6	20	17,391
4,0	145,4	30	31,548
4,5	149,06	40	54,906
5,0	153,08	50	91,982
5,5	156,8	60	148,791
6,0	160,2	70	233,093
6,5	163,48	80	254,643
7,0	166,5	90	525,450
7,5	169,37	100	760,000
8,0	172,1	110	1075,370
9,0	177,1	120	1491,280
10,0	181,6	130	2030,28
11,0	186,03	140	2717,63
12,0	190,0	150	3581,23
13,0	193,7	160	4651,62
14,0	197,19	170	5961,66
15,0	200,48	180	7546,39
16,0	203,60	200	11688,96
17,0	206,57	210	14324,80
18,0	209,4	220	17390,35
19,0	212,1	230	20926,40
20,0	214,7		
21,0	217,2		
22,0	219,6		
23,0	221,9		
24,0	224,2		

Force élastique de la vapeur d'eau entre 85 et 100 degrés.

DEGRÉS.	TENSION.	DEGRÉS.	TENSION.	DEGRÉS.	TENSION.	DEGRÉS.	TENSION.
85,0	433,04	89,0	505,76	93,0	588,41	97,0	682,03
85,1	434,75	89,1	507,[illegible]0	93,1	590,61	97,1	684,52
85,2	436,46	89,2	509,65	93,2	592,82	97,2	687,02
85,3	438,17	89,3	511,60	93,3	595,04	97,3	689,53
85,4	439,89	89,4	513,56	93,4	597,26	97,4	692,04
85,5	441,62	89,5	515,53	93,5	599,49	97,5	694,56
85,6	443,35	89,6	517,50	93,6	601,72	97,6	697,08
85,7	445,09	89,7	519,48	93,7	603,97	97,7	699,61
85,8	446,84	89,8	521,46	93,8	606,22	97,8	702,15
85,9	448,59	89,9	523,45	93,9	608,48	97,9	704,70
86,0	450,34	90,0	525,45	94,0	610,74	98,0	707,26
86,1	452,10	90,1	527,45	94,1	613,01	98,1	709,82
86,2	453,87	90,2	529,46	94,2	615,29	98,2	712,39
86,3	455,64	90,3	531,48	94,3	617,58	98,3	714,97
86,4	457,42	90,4	533,50	94,4	619,87	98,4	717,56
86,5	459,21	90,5	535,53	94,5	622,17	98,5	720,15
86,6	461,00	90,6	537,57	94,6	624,48	98,6	722,75
86,7	462,80	90,7	539,61	94,7	626,79	98,7	725,35
86,8	464,60	90,8	541,66	94,8	629,11	98,8	727,96
86,9	466,41	90,9	543,72	94,9	631,44	98,9	730,58
87,0	468,22	91,0	545,78	95,0	633,78	99,0	733,21
87,1	470,04	91,1	547,85	95,1	636,12	99,1	735,85
87,2	471,87	91,2	549,92	95,2	638,47	99,2	738,50
87,3	473,70	91,3	552,00	95,3	640,83	99,3	741,16
87,4	475,54	91,4	554,09	95,4	643,19	99,4	743,83
87,5	477,38	91,5	556,19	95,5	645,57	99,5	746,50
87,6	479,23	91,6	558,29	95,6	647,95	99,6	749,18
87,7	481,08	91,7	560,39	95,7	650,34	99,7	751,87
87,8	482,94	91,8	562,51	95,8	652,73	99,8	754,57
87,9	484,81	91,9	564,63	95,9	655,13	99,9	757,28
88,0	486,69	92,0	566,76	96,0	657,54	100,0	760,00
88,1	488,57	92,1	568,89	96,1	659,95	100,1	762,73
88,2	490,45	92,2	571,03	96,2	662,37	100,2	765,46
88,3	492,34	92,3	573,18	96,3	664,80	100,3	768,20
88,4	494,24	92,4	575,34	96,4	667,24	100,4	771,95
88,5	496,15	92,5	577,50	96,5	669,69	100,5	773,71
88,6	498,06	92,6	579,67	96,6	672,14	100,6	776,48
88,7	499,98	92,7	581,84	96,7	674,60	100,7	779,26
88,8	501,90	92,8	584,02	96,8	677,07	100,8	782,04
88,9	503,82	92,9	586,21	96,9	679,55	100,9	784,83
89,0	505,76	93,0	588,41	97,0	682,03	101,0	787,63

DÉTERMINATION DU POINT 100 DEGRÉS. — La dernière des tables que nous venons de transcrire fait connaître les forces élastiques correspondant à des températures voisines de 100 degrés ou inversement les températures de l'ébullition de l'eau sous des pressions voisines de 760 millimètres. C'est à cette table que l'on a recours pour déterminer le deuxième point fixe du thermomètre. Il suffit pour cela de placer cet instrument dans la vapeur d'eau bouillante, d'observer la pression H du baromètre pendant cette expérience et de marquer au point où s'arrête le mercure dans le thermomètre la température qui correspond à la pression H dans la table précédente.

THERMOMÈTRE HYPSOMÉTRIQUE. — On fait une seconde application de cette table. A mesure que l'on s'élève dans l'atmosphère, la pression diminue et en même temps la température d'ébullition de l'eau s'abaisse; mais, dans tous les cas, cette pression et cette température sont deux nombres qui se correspondent dans notre table. On peut donc, au lieu de mesurer la pression par le baromètre, mesurer la température de l'ébullition de l'eau et chercher dans la table la tension correspondante. Cette opération détournée exige un thermomètre très-sensible et tel que le mercure parcoure toute la longueur de la tige pour des températures comprises entre 80 et 101 degrés environ. Mais, comme il faut aussi pouvoir à chaque instant vérifier le zéro de l'instrument, on dispose dans l'appareil une chambre intermédiaire. Le zéro se trouve entre le réservoir et cette chambre, et la portion de la tige qui est au-dessus de la chambre sert à marquer des températures voisines de 100 degrés. Ce thermomètre est dû à M. Walferdin.

TRENTE-HUITIÈME LEÇON.

DE LA MESURE DES POIDS, DES DENSITÉS ET DES VOLUMES.

Correction des poids marqués. — Correction des pesées. — Densité des solides, 1° par la balance hydrostatique; 2° par le procédé du flacon; 3° par l'aréomètre de Nicholson. — Densité des liquides, 1° par la balance hydrostatique; 2° par le procédé du flacon; 3° par l'aréomètre de Farenheit. — Jaugeage à l'eau. — Jaugeage au mercure.

Tout corps perdant dans l'air un poids égal à celui du gaz qu'il déplace, il faut distinguer entre le poids réel (P) qu'il aurait dans le vide et le poids apparent P qu'il conserve dans l'air. Le premier est constant, mais le second est essentiellement variable, 1° parce que le volume de l'air déplacé change quand le corps se dilate ou se contracte; 2° parce que la pression, la température et l'état hygrométrique de l'air varient d'un moment à l'autre et font varier sa densité.

Cette perte de poids se fait sentir à la fois et inégalement sur les substances que l'on pèse et sur les *poids* marqués auxquels on les compare; d'où il suit que par la balance on ne fait que constater l'égalité entre les poids apparents de deux corps, et puisqu'ils sont inégalement variables, le résultat de la pesée change avec les circonstances atmosphériques. Il faut donc, après avoir équilibré un corps avec un *poids*, 1° savoir quelle est la valeur actuelle de ce *poids* dans l'air; 2° calculer quel serait le poids vrai qu'aurait le corps dans le vide.

CORRECTION DES POIDS MARQUÉS. — Un *poids* n'ayant de valeur fixe que dans le vide, sa marque, c'est-à-dire le chiffre écrit sur sa surface, ne doit représenter que cette valeur; désignons-la par (P). Dans l'air, ce *poids* est égal à P, et si nous représentons par $v(1+kt)$ son volume au moment de la pesée et par a

le poids de 1 centimètre cube d'air atmosphérique au même instant, nous aurons

$$P = (P) - v(1 + kt)a,$$

et, en appelant d la densité à zéro de la matière qui constitue le *poids*,

$$(\alpha) \qquad P = (P)\left[1 - \frac{a}{d}(1 + kt)\right].$$

Nous verrons dans la suite que le poids de 1 centimètre cube d'air sec à 0 degré et à 760 millimètres est égal à $0^{gr},001293187$. Par conséquent, à t degrés et sous une pression H, on aura

$$a = \frac{0^{gr},001293187}{1 + \alpha t}\,\frac{H}{760}.$$

Mais l'air atmosphérique n'est jamais exempt d'humidité. Il se compose de deux parties; l'une qui est de l'air sec et dont la pression est $H - f$; l'autre qui est de la vapeur d'eau et dont la tension est f. Or nous verrons également que cette vapeur pèse $\frac{5}{8}$ de fois autant qu'un même volume d'air qui aurait la température t et la pression f; le poids a sera donc égal à la somme des poids de cet air sec et de cette vapeur, ou à

$$\frac{0^{gr},001293187}{1 + \alpha t}\cdot\frac{H - f}{760} + \frac{5}{8}\,\frac{0^{gr},001293187}{(1 + \alpha t)}\cdot\frac{f}{760},$$

et enfin

$$a = \frac{0^{gr},001293187}{1 + \alpha t}\,\frac{H - \frac{3}{8}f}{760}.$$

Si nous remplaçons dans l'équation (α), il vient

$$(\beta) \qquad P = (P)\left(1 - \frac{0^{gr},001293187}{d}\cdot\frac{1 + kt}{1 + \alpha t}\,\frac{H - \frac{3}{8}f}{760}\right).$$

On voit à la rigueur que pour calculer, à un moment donné, la valeur apparente P dans l'air d'un poids marqué (P), il faut connaître d, k, H, f et t. Mais on peut remarquer que la densité d de la matière du poids étant toujours très-grande, la correction sera toujours très-petite et que les variations qu'elle éprouvera par les changements atmosphériques seront des fractions tellement petites de $\frac{0^{gr},001293187}{d}$ qu'on peut les

négliger absolument. On pourra donc écrire

$$P = (P)\left(1 - \frac{0^{gr},001293187}{d}\right),$$

ou pour abréger

$$(1) \qquad P = (P)(1 - \sigma).$$

Voici quelles sont les valeurs de σ pour les divers métaux; elles montrent que la correction est à peu près insensible pour les poids en platine, et qu'elle n'atteint une valeur notable que pour l'aluminium :

	σ		σ
Platine..........	0,000060	Argent..........	0,000123
Mercure.........	0,000083	Laiton..........	0,000154
Plomb..........	0,000114	Aluminium......	0,000504

CORRECTION DES PESÉES. — Soient (X) et X les poids vrai et apparent d'un corps, d' sa densité et k' son coefficient de dilatation; on aura, d'après la formule (α),

$$X = (X)\left[1 - \frac{a}{d'}(1 + k't)\right].$$

I. Si l'on opère par la méthode des pesées simples.

On équilibre le corps avec un poids marqué (P) placé dans l'autre plateau de la balance et dont le poids apparent est

$$P = (P)\left[1 - \frac{a}{d}(1 + kt)\right].$$

En écrivant que les poids apparents appliqués aux deux bras de levier l' et l de la balance ont des moments égaux, on trouvera (X) par la formule

$$(X) = (P)\frac{l}{l'}\,\frac{1 - \frac{a}{d}(1 + kt)}{1 - \frac{a}{d'}(1 + k't)}.$$

II. Si l'on opère par les doubles pesées.

1°. On équilibre le corps avec une tare dont la densité est δ, le coefficient de dilatation μ et le poids réel (π). On a

$$(X)\,l'\left[1 - \frac{a}{d'}(1 + k't)\right] = (\pi)\,l\left[1 - \frac{a}{\delta}(1 + \mu t)\right];$$

2°. On remplace le corps dans le premier plateau par un poids dont la marque est (P); mais la température de cette nouvelle pesée différant généralement de celle de la première, t devient t', a se change en a', et l'on a

$$(\mathrm{P})l'\left[1-\frac{a'}{d}(1+kt')\right]=(\pi)l\left[1-\frac{a'}{\delta}(1+\mu t')\right]:$$

en divisant ces deux équations l'une par l'autre, on obtient

$$(\mathrm{X})=(\mathrm{P})\frac{1-\frac{a'}{d}(1+kt')}{1-\frac{a}{d'}(1+k't)}\;\frac{1-\frac{a}{\delta}(1+\mu t)}{1-\frac{a'}{\delta}(1+\mu t')}.$$

On voit que la double pesée fait disparaître l'erreur qui provient de l'inégalité des deux bras de levier l' et l, mais qu'elle nécessite une correction nouvelle par suite de la variation du poids apparent de la tare.

Cette correction s'annulera, 1° si les conditions atmosphériques ne changent pas dans l'intervalle des deux pesées, car alors $t=t'$, $a=a'$; 2° si la tare a une densité δ très-considérable, ce qui arrive quand on emploie de la grenaille de plomb, car $\frac{a}{\delta}\mu t$ devient alors insensible. Dans ce dernier cas, l'équation précédente se réduit à

$$(\mathrm{X})=(\mathrm{P})\frac{1-\frac{a'}{d}(1+kt')}{1-\frac{a}{d'}(1+k't)}.$$

Toutes les fois que d sera approximativement égal à d', c'est-à-dire que la densité du corps sera sensiblement égale à celle du poids marqué, que t sera peu différent de t', a de a' et k de k', on aura

$$(\mathrm{X})=(\mathrm{P});$$

dans ce cas, le poids vrai du corps sera sensiblement égal à la marque du poids (P) et il n'y aura aucune correction à faire. Mais lorsque d différera beaucoup de d', il faudra calculer (X) par la formule précédente ou par la suivante, dans laquelle on

néglige la variation de la perte éprouvée par le poids marqué,

$$(2)\qquad (X) = (P)\frac{1-\sigma}{1-\frac{a}{d'}(1+k't)}.$$

POIDS DE L'EAU. — A 4 degrés, 1 centimètre cube d'eau pèse 1 gramme; par conséquent, à cette température, le poids d'une quantité donnée d'eau s'exprime en grammes par le même nombre que son volume en centimètres cubes,

$$(P) = v_4.$$

A t degrés, le volume devient $v_t = v_4(1+\delta_t)$ et l'on a

$$(P) = \frac{v_t}{1+\delta_t};$$

la valeur de $1+\delta_t$ est donnée par la table de M. Despretz, page 45.

Toutes les fois qu'on plongera dans l'eau un corps dont le poids, la densité, le volume à zéro et le coefficient de dilatation seront (P), d, v, k, il perdra un poids égal à celui de l'eau déplacée et deviendra

$$(P) - \frac{v(1+kt)}{1+\delta_t},$$

ou

$$(P)\left(1-\frac{1}{d}\,\frac{1+kt}{1+\delta_t}\right) \quad \text{ou} \quad vd - v\frac{1+kt}{1+\delta_t}.$$

Ces formules nous serviront pour la mesure des densités et pour les jaugeages.

MESURE DES DENSITÉS.

Nous avons exposé (tome I, pages 194 et suivantes) les procédés que l'on peut employer pour mesurer les densités; mais nous n'avons fait connaître aucune des corrections que ces mesures exigent. Nous allons maintenant reprendre cette question et développer les calculs, en admettant, ce qui est généralement vrai, que la température ne varie pas pendant les pesées.

On définit en général densité d'un corps le rapport de son poids à celui d'un égal volume d'eau pris à 4 degrés. Si donc v

est le volume du corps à zéro, il devient $v(1+kt)$ à t degrés, et le poids d'un égal volume d'eau à 4 degrés est $v(1+kt)$. On a donc

$$d_t = \frac{(P)}{v(1+kt)}.$$

On voit que la densité d'un corps change avec sa température; à zéro elle est

$$d = \frac{(P)}{v},$$

et l'on a en général

$$d_t = \frac{d}{1+kt}.$$

On connaîtra la densité d_t quand on aura mesuré d et k; et comme nous avons déterminé le coefficient k, il suffit de trouver la densité d à o degré. En général, quand nous parlerons de densité à l'avenir, ce sera toujours cette densité d que nous voudrons désigner et que nous allons mesurer.

DENSITÉ DES SOLIDES. — 1°. *Par la balance hydrostatique.* On suspend par un fil très-délié au plateau d'une balance le corps dont on veut mesurer la densité d (*fig.* 330), et alors, 1° on l'équilibre avec de la grenaille; 2° on le remplace par des poids marqués (P); 3° on le plonge dans l'eau et l'on ajoute dans le plateau qui le porte des poids (P′) pour rétablir l'équilibre. La tare pouvant être considérée comme invariable, son poids *apparent* π fait équilibre dans les trois opérations :

Fig. 330.



1°. Au poids apparent $vd - v(1+kt)a$ du corps,

$$\pi = vd - v(1+kt)a;$$

2°. A la valeur dans l'air du poids marqué qui remplace le corps,

$$\pi = (P)(1-\sigma);$$

3°. Au poids vrai vd du corps, diminué du poids vrai d'un égal volume d'eau $\frac{v(1+kt)}{1+\delta_t}$ et augmenté du poids apparent additionnel $(P')(1-\sigma)$,

$$\pi = vd - \frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} + (P')(1-\sigma).$$

On tire de ces trois équations

$$vd - v(1+kt)a = (P)(1-\sigma),$$

$$vd - v\frac{1+kt}{1+\delta_t} = [(P)-(P')](1-\sigma),$$

et enfin

$$d = \frac{(P)}{(P')}\frac{1+kt}{1+\delta_t} - \frac{(P)-(P')}{(P')}(1+kt)a.$$

2°. *Procédé du flacon.* On fait trois opérations comme dans la méthode précédente. 1°. On place sur un des plateaux le flacon à densité plein d'eau et à côté de lui le corps dont on veut trouver la densité; puis on tare avec de la grenaille. Cette tare π fait équilibre au poids (F) du verre, augmenté du poids (E) de l'eau qu'il contient, diminué du poids (A) de l'air déplacé par le volume extérieur, et augmenté enfin du poids apparent $vd - v(1+kt)a$ du corps,

Fig. 331.



$$\pi = (F) + (E) - (A) + vd - v(1+kt)a.$$

2°. On remplace le corps par des poids marqués (P) dont la valeur apparente est $(P)(1-\sigma)$,

$$\pi = (F) + (E) - (A) + (P)(1-\sigma).$$

3°. On plonge le corps dans le flacon (*fig.* 331), ce qui fait sortir un volume d'eau égal au sien et dont le poids est $\frac{v(1+kt)}{1+\delta_t}$, puis on rétablit l'équilibre en ajoutant un poids apparent $(P')(1-\sigma)$,

$$\pi = (F) + (E) - (A) + vd - \frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} + (P')(1-\sigma).$$

En éliminant π, on trouve

$$vd - v(1+kt)\,a = (P)\,(1-\sigma),$$

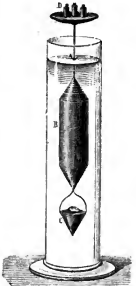
$$vd - \frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} = [(P)-(P')]\,(1-\sigma);$$

ces formules sont les mêmes que dans la méthode précédente, et l'on trouve encore

$$d = \frac{(P)}{(P')}\,\frac{1+kt}{1+\delta_t} - \frac{(P)-(P')}{(P')}\,(1+kt)\,a.$$

3°. *Procédé de l'aréomètre*: Après avoir déterminé au moment même de l'expérience le poids (A) nécessaire pour faire affleurer l'instrument en A (*fig.* 332), on place sur le plateau supérieur le corps et un poids (P) jusqu'à ramener l'affleurement au même point. La somme de leurs poids apparents $vd - v(1+kt)\,a$ et $(P)\,(1-\sigma)$ est égale à $(A)\,(1-\sigma)$,

Fig. 332.



$$(A)\,(1-\sigma) = vd - v(1+kt)\,a + P(1-\sigma).$$

On place ensuite le corps sur le plateau inférieur C et l'on ajoute sur le plateau supérieur un poids additionnel (P'); on a

$$(A)\,(1-\sigma) = vd - v\,\frac{1+kt}{1+\delta_t} + [(P)+(P')]\,(1-\sigma);$$

en éliminant v entre ces deux relations, on trouve d par une équation analogue aux précédentes.

DENSITÉ DES LIQUIDES. — 1°. *Par la balance hydrostatique.* On suspend à l'un des plateaux d'une balance un corps quelconque dont la densité est d et le volume $v(1+kt)$. On l'é-

quilibre par une tare π,

$$\pi = vd - v(1 + kt)a.$$

2°. On plonge le corps dans l'eau et l'on compense la perte de poids qu'il éprouve par un poids additionnel (P) dont la valeur dans l'air est (P) $(1-\sigma)$,

$$\pi = vd - v\frac{(1+kt)}{1+\delta_t} + (P)(1-\sigma).$$

3°. On plonge le corps dans le liquide dont on veut trouver la densité x et dont la dilatation est δ'_t; on ajoute un poids additionnel (P′) pour achever l'équilibre et l'on a

$$\pi = vd - \frac{v(1+kt)}{1+\delta'_t}x + (P')(1-\sigma),$$

et en combinant ces trois équations

$$v(1+kt)\left(\frac{1}{1+\delta_t} - a\right) = (P)(1-\sigma),$$

$$v(1+kt)\left(\frac{x}{1+\delta'_t} - a\right) = (P')(1-\sigma);$$

d'où

$$x = \frac{(P')}{(P)}\frac{1+\delta'_t}{1+\delta_t} + a\frac{(P)-(P')}{(P)}(1+\delta'_t).$$

2°. *Procédé du flacon* (*fig.* 333). 1°. On équilibre un flacon plein d'eau avec une tare qui est égale au poids apparent du flacon et à celui de l'eau, $\frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} - v(1+kt)a$,

$$\pi = F + \frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} - v(1+kt)a.$$

2°. On enlève l'eau du flacon et on la remplace par le liquide que l'on veut étudier; soient x sa densité, δ'_t sa dilatation, et soit (P′) le poids additionnel qu'il faut ajouter pour équilibrer la tare,

$$\pi = F + \frac{v(1+kt)}{1+\delta'_t}x - v(1+kt)a + (P')(1-\sigma).$$

3°. On vide le flacon et l'on ajoute un poids additionnel (P),

$$\pi = F + (P)(1 - \sigma);$$

d'où l'on tire

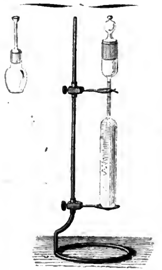
$$v(1 + kt)\left(\frac{1}{1 + \delta_t} - a\right) = (P)(1 - \sigma),$$

$$v(1 + kt)\left(\frac{x}{1 + \delta'_t} - a\right) = [(P) - (P')](1 - \sigma),$$

équations qui sont les mêmes que dans la méthode précédente et dont on tirera x.

Cette méthode est la meilleure de celles que l'on connaît; elle offre l'avantage de n'exiger qu'une petite portion du liquide que l'on étudie, mais on éprouve de la difficulté à mesurer sa température au moment de la pesée, puisqu'il n'est pas possible d'introduire un thermomètre dans le flacon; de plus, il faut connaître la dilatation δ'_t. Mais ces difficultés disparaissent si l'on opère de la manière suivante, comme le fait M. Regnault.

Fig. 333.



Le flacon est formé par un tube mince de verre, prolongé par un conduit étroit et terminé par un goulot large que l'on ferme avec un bouchon rodé (*fig.* 333). On remplit cet appareil comme le flacon ordinaire, puis on le plonge dans la glace fondante et, sans le laisser se réchauffer, on enlève, avec un tortillon de papier joseph, tout le liquide qui dépasse un trait marqué sur la tige. De cette manière, on introduit toujours dans le flacon un même volume v de liquide à zéro et dont le poids est vx si la densité est x, ou bien $\frac{v}{1 + \delta_0}$ si ce liquide est de l'eau. On fait les pesées comme précédemment, et en négligeant les variations que la perte de poids du liquide éprouve dans l'air en se réchauffant pendant

les pesées, les équations précédentes deviennent

$$\pi = F + \frac{v}{1-\delta_0} - va,$$

$$\pi = F + vx - va + (P')(1-\sigma),$$

$$\pi = F + (P)(1-\sigma);$$

on en tire

$$x = \frac{(P)-(P')}{(P)} \frac{1}{1+\delta_0} + \frac{P'}{P} a.$$

3°. *Procédé de l'aréomètre.* Soient v le volume à zéro de l'aréomètre et $v(1+kt)$ ce volume à t degré. On le pèse dans une balance par la méthode des doubles pesées, et si (P) est le poids marqué qui lui fait équilibre, on a pour son poids réel (X)

$$(X) = (P)(1-\sigma) + v(1+kt)a;$$

on plonge l'aréomètre dans l'eau et on le fait affleurer par un poids additionnel $(P')(1-\sigma)$. Alors le poids vrai de l'eau est égal au poids vrai de l'aréomètre qui y est plongé, augmenté du poids apparent additionnel,

$$\frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} = (X) + (P')(1-\sigma)$$

$$= [(P)+(P')](1-\sigma) + v(1+kt)a,$$

d'où

$$v(1+kt)\left(\frac{1}{1+\delta_t} - a\right) = [(P)+(P')](1-\sigma).$$

On aura de même, en plaçant l'appareil dans un autre liquide dont la densité est x et la dilatation δ'_t,

$$v(1+kt)\left(\frac{x}{1+\delta'_t} - a\right) = [(P)+(P'')](1-\sigma),$$

équations toutes semblables à celles qui conviennent aux méthodes précédentes.

Nous avons admis dans tout ce qui précède que les poids marqués ne possèdent la valeur qu'ils indiquent que dans le vide. Cela est, en effet, ce que l'on cherche à réaliser; mais les échantillons que contiennent les boîtes de poids du commerce ne satisfont pas toujours exactement à cette condition.

Cela n'empêche pas qu'ils ne puissent servir à la mesure des densités, car pour avoir leurs valeurs apparentes P il faut multiplier leurs poids vrais (P) par le facteur $(1-\sigma)$, et l'on voit que ce facteur disparaît dans les formules définitives qui donnent la densité, parce que ces formules ne contiennent pas de poids absolus, mais seulement des rapports. Il suffit donc que les valeurs relatives d'une série de poids soient exactes pour qu'on les puisse employer, quelle que soit la valeur absolue de chacun d'eux; il n'en sera pas de même dans la question suivante.

MESURE DE LA CAPACITÉ D'UN VASE. — On a vu, en s'occupant des dilatations, combien il est important de connaître exactement la capacité d'un vase. Cette question se présente à chaque pas dans la physique, et l'on ne peut la résoudre avec précision qu'en y introduisant les mêmes corrections que dans la mesure des densités.

On pèse le vase plein d'eau à t degrés et l'on a comme précédemment, en désignant la tare par π,

$$\pi = \mathrm{F} + \frac{v(1+kt)}{1+\delta_t} - v(1+kt)a.$$

On vide le vase, et le remettant dans la balance on y ajoute, pour rétablir l'équilibre, un poids apparent $(\mathrm{P})(1-\sigma)$,

$$\pi = \mathrm{F} + (\mathrm{P})(1-\sigma).$$

En retranchant ces équations, on obtient pour déterminer v la relation

$$v(1+kt)\left(\frac{1}{1+\delta_t} - a\right) = (\mathrm{P})(1-\sigma).$$

Cette méthode atteint une précision très-grande quand la capacité que l'on veut mesurer est considérable; si, par exemple, elle est égale à 1 litre et que la balance soit sensible à 1 milligramme, l'erreur ne dépasse pas le volume de 1 milligramme d'eau, c'est-à-dire 1 millimètre cube, et n'atteint que la millionième partie de la capacité totale. Cette erreur serait relativement très-grande s'il s'agissait de jauger un tube capillaire dont le volume total fût comparable à 1 millimètre cube. Mais on augmente la sensibilité de la méthode en jaugeant avec du

mercure; l'équation précédente devient, dans ce cas,

$$v(1+kt)\left(\frac{D}{1+\Delta_t}-a\right)=(P)(1-\sigma).$$

D représente la densité du mercure qui est égale à 13,596. Si le tube a été rempli à zéro, on a plus simplement

$$v(D-a)=(P)(1-\sigma);$$

dans la plupart des cas, on pourra négliger a qui est beaucoup plus petit que D, puisqu'il est égal à 0,001293. Si l'on veut se rendre compte de la précision des mesures que l'on exécute ainsi, il suffit de remarquer que la balance étant sensible à 1 milligramme, elle apprécie un volume de mercure pesant 1 milligramme et qui est $\frac{1}{13,596}$ ou 0,07 millimètres cubes.

Densités de quelques solides.

Substance	Densité
Platine écroui	23,000
Platine forgé	19,362
Or forgé	19,362
Or fondu	19,258
Iridium	18,600
Tungstène	17,600
Plomb fondu	11,352
Palladium	11,300
Rhodium	11,000
Argent fondu	10,474
Bismuth fondu	9,822
Cuivre en fil	8,878
Cadmium	8,694
Molybdène	8,611
Laiton	8,393
Arsenic	8,308
Nickel	8,279
Urane	8,100
Acier	7,816
Cobalt fondu	7,812
Fer en barre	7,788
Étain fondu	7,291
Fer fondu	7,207
Zinc fondu	6,861
Manganèse	6,850
Antimoine fondu	6,712
Tellure	6,115
Chrome	5,900
Iode	4,948
Sélénium	4,320
Diamant	3,531 à 3,501
Flint-glass	3,329
Tourmaline	3,155
Marbre blanc	2,837
Émeraude	2,775
Cristal de roche	2,653
Aluminium	2,57
Verre de Saint-Gobain	2,488
Chaux sulfatée	2,311
Porcelaine de Sèvres	2,145
Soufre natif	2,033
Albâtre	1,874
Phosphore	1,770
Magnésium	1,75
Sodium	0,972
Potassium	0,865
Bois de hêtre	0,852
Orme	0,800
Sapin	0,930
Lithium	0,59
Peuplier	0,383
Liége	0,240

Densités de quelques liquides.

Eau à 4 degrés	1,000
Aldéhyde	0,80551
Huile d'olive	0,815
Alcool	0,81509
Esprit-de-bois	0,82074
Essence de térébenthine	0,870
Eau de mer	1,026
Acide nitrique	1,217
Sulfure de carbone	1,29312
Acide sulfurique	1,841
Acide sulfureux	1,491
Protochlorure de phosphore	1,61616
Bichlorure d'étain	2,26712
Brome	3,18718
Mercure	13,59593

TRENTE-NEUVIÈME LEÇON.

DE LA DENSITÉ DES GAZ.

Méthode de Biot et Arago. — Méthode de M. Regnault. — La densité des gaz est variable avec la pression; — Avec la température. — Mesure indirecte de la dilatation des gaz. — Poids d'un volume de gaz à o degré et à 760 millimètres. — Poids d'un volume de gaz sec ou humide à t degrés et à H. — Variation du poids des gaz avec la latitude et l'altitude.

On appelle ordinairement *densité d'un gaz* le rapport de son poids à celui d'un égal volume d'air pris dans les mêmes circonstances de température et de pression.

Définie avec cette généralité, la densité ne peut être un nombre constant; car si l'on prend à zéro et à 760 millimètres les poids p et p' d'un même volume de gaz et d'air, la densité sera $\frac{p}{p'}$; mais si l'on élève leur température jusqu'à t degrés et leur pression jusqu'à H, ces gaz se dilateront et se comprimeront inégalement. Par suite, les volumes qui étaient égaux cesseront de l'être, ou, ce qui revient au même, le rapport des poids de volumes égaux changera, et la densité variera avec t et H. Cependant, comme la loi de Mariotte est sensiblement vraie pour la plupart des gaz et que leurs divers coefficients de dilatation sont à peu près égaux, leur densité éprouve des variations généralement assez faibles pour qu'on les puisse négliger. Néanmoins, pour rester dans des termes plus exacts, nous ne supposerons pas que la densité d'un gaz soit constante, et nous la mesurerons dans un cas bien défini, en prenant le rapport des poids de volumes égaux de ce gaz et d'air à la température de zéro et sous la pression de 760 millimètres.

MÉTHODE DE MM. BIOT ET ARAGO. — Après cette définition, nous allons étudier les procédés qui ont été employés pour

obtenir ces densités. Le premier travail précis fut exécuté par MM. Biot et Arago : en voici le principe. On prend un ballon de verre à robinet dont la capacité est de 5 ou 6 litres (*fig.* 334). On y fait le vide et on le pèse. Ensuite on le remplit de gaz, et l'augmentation de poids est égale au poids du gaz introduit. On répète la même opération avec l'air, et en divisant l'un par l'autre les poids du gaz et de l'air qui ont successivement rempli la capacité du ballon, on obtient la densité. Cette méthode est celle du flacon. Rien n'est plus simple en principe, mais rien n'est plus compliqué en fait, comme on va le voir par les détails que nous allons donner.

Fig. 334.



Premièrement. Pour ne laisser dans le ballon aucune trace d'air ou d'humidité, on y fait le vide et on le remplit alternativement plusieurs fois de suite avec le gaz sec dont on veut trouver la densité; puis, ayant fait une dernière fois le vide avec le plus grand soin, on ferme le robinet en mesurant au même moment, par un thermomètre placé tout près du ballon et par l'éprouvette de la machine pneumatique, la température t et la pression h du gaz resté dans l'intérieur. Le poids de cette quantité de gaz est $\frac{x(1+kt)}{1+at}\frac{h}{760}$, si l'on désigne par x le poids inconnu du même gaz qui remplirait le même ballon à 0 degré et à 760 millimètres.

Secondement. On suspend le ballon ainsi préparé au plateau d'une balance sensible et l'on trouve un poids apparent $(P')(1-\sigma)$. Il est évident que le poids vrai (P) du ballon est égal à $(P')(1-\sigma)$ diminué du poids du gaz resté, qui est $\frac{x(1+kt)}{1+at}\frac{h}{760}$, et augmenté du poids E de l'air déplacé

$$(P) = (P')(1-\sigma) - \frac{x(1+kt)}{1+at}\frac{h}{760} + E.$$

Pour calculer E, on note, au moment même de la pesée, 1° la pression atmosphérique H'; 2° la température t'; 3° la force élastique f' de la vapeur d'eau. L'atmosphère étant alors com-

posée d'air sec dont la pression est $H'-f'$, et de vapeur dont la tension est f', le poids perdu est

$$E=\frac{y(1+kt')}{1+at'}\frac{(H'-\frac{3}{8}f')}{760}+e.$$

y désigne le poids de l'air normal qui remplirait le ballon à zéro et e la perte de poids de la matière du ballon; nous la supposerons constante, à cause de sa faible valeur.

En remplaçant E dans l'équation précédente, le poids (P) du ballon vide et pesé dans le vide sera

$$(P)=(P')(1-\sigma)+\frac{y(1+kt')}{1+at'}\frac{(H'-\frac{3}{8}f')}{760}-\frac{x(1+kt)}{1+at}\frac{h}{760}+e.$$

Troisièmement. On remet le ballon en communication avec la source du gaz qu'on laisse entrer en ouvrant le robinet. Le ballon se remplit à une température t'' et sous une pression H''; il contient maintenant un poids total de gaz $\frac{x(1+kt'')}{1+at''}\frac{H''}{760}$.

Quatrièmement. On cherche de nouveau le poids apparent $(P''')(1-\sigma)$ du ballon; on observe comme précédemment la pression barométrique H''', la température t''', la force élastique f''', et l'on calcule, comme on l'a fait tout à l'heure, le poids vrai du ballon, qui est

$$(P)=(P''')(1-\sigma)+\frac{y(1+kt''')}{1+at'''}\frac{H'''-\frac{3}{8}f'''}{760}-\frac{x(1+kt'')}{1+at''}\frac{H''}{760}+e.$$

En retranchant ces deux valeurs de (P) l'une de l'autre, on a la relation

$$0=[(P''')-(P')](1-\sigma)+\frac{y}{760}\left[\begin{array}{l}\frac{1+kt'''}{1+at'''}\left(H'''-\frac{3}{8}f'''\right)\\ -\frac{1+kt'}{1+at'}\left(H'-\frac{3}{8}f'\right)\end{array}\right]+\frac{x}{760}\left[\frac{(1+kt)}{1+at}h-\frac{1+kt''}{1+at''}H''\right].$$

On recommencera ensuite la même série d'opérations en remplissant le ballon avec de l'air sec; elles se feront absolument de la même manière et conduiront à la même formule:

mais les diverses valeurs des températures et des pressions seront différentes, et x sera remplacé par y, y étant toujours le poids de l'air normal remplissant le ballon à zéro. Nous aurons

$$
\begin{aligned}
0 = [(P''_1) - (P'_1)](1-\sigma) &+ \frac{y}{760}\left[\begin{array}{l} \dfrac{1+kt''_1}{1+at''_1}\left(H''_1 - \dfrac{3}{8}f''_1\right) \\ -\dfrac{1+kt'_1}{1+at'_1}\left(H'_1 - \dfrac{3}{8}f'_1\right) \end{array}\right] \\
&+ \frac{y}{760}\left[\frac{1+kt_1}{1+at_1}h_1 - \frac{1+kt''_1}{1+at''_1}H''_1\right].
\end{aligned}
$$

Ces deux équations permettront de trouver x et y, et l'on obtiendra la densité en divisant x par y. Il est évident que le facteur $(1-\sigma)$ disparaîtra dans ce calcul, c'est-à-dire qu'il n'y aura à faire aucune correction sur les poids marqués.

On trouvera à la fin du chapitre les densités mesurées par cette méthode, et l'on pourra s'assurer qu'elle a donné des résultats exacts. Il est même probable que si des erreurs y sont visibles, comme pour le cas de l'hydrogène, elles tiennent plutôt à l'impureté des gaz étudiés qu'aux expériences elles-mêmes.

La multiplicité des déterminations qu'il faut faire dans cette mesure des densités et le nombre des corrections qu'elles introduisent dans le résultat rendent ces recherches extrêmement délicates. Il est cependant impossible de négliger aucune de ces précautions sans être exposé à de graves erreurs. En effet, pour ce qui concerne les gaz que l'on enferme dans le ballon, ils prennent tous les volumes possibles quand leurs pressions changent, et ils se dilatent considérablement quand leurs températures s'élèvent. De là découle la nécessité absolue de déterminer avec toute la précision possible les températures et les pressions au moment même où on introduit ces gaz. D'un autre côté la réduction au vide, qui avait une influence minime lorsqu'il était question des solides et des liquides, parce qu'elle était une fraction très-petite du poids brut, devient capitale pour les gaz, parce que le poids de l'air déplacé est souvent égal et quelquefois supérieur à celui du gaz enfermé dans le ballon. Cela oblige à mesurer très-exactement cette perte de poids, et par conséquent à faire

entrer en ligne de compte les variations atmosphériques avec autant de précision que les variations du gaz lui-même.

On peut dire que la méthode qui vient d'être exposée offre ce caractère spécial d'être simple en principe, mais fort complexe dans l'exécution, d'aborder le phénomène de front avec des appareils simples qui n'éliminent aucune erreur, sauf à le corriger d'une foule d'influences perturbatrices qui le modifient; et comme chacune de ces corrections apporte son erreur propre, le résultat définitif est d'autant plus incertain que leur nombre est plus grand. On peut suivre une marche entièrement opposée, qui consiste à combiner les expériences de manière à annuler les causes d'erreur, afin de ne plus être obligé de les mesurer ni d'en tenir compte. Dans ce cas les appareils peuvent se compliquer, mais les observations se simplifient et le degré de certitude du résultat est d'autant plus grand que l'on a mieux réussi à dégager le phénomène de tous les accidents qui le compliquent. Je viens d'exposer la méthode qui laisse subsister toutes les causes d'erreur pour les calculer toutes; je vais lui opposer maintenant celle qui les élimine toutes et qui n'a rien à corriger; elle a été imaginée et pratiquée par M. Regnault.

MÉTHODE DE M. REGNAULT. — M. Regnault prend deux ballons de 10 litres environ, venant d'une même fabrique et soufflés de la même fonte; il les choisit parmi ceux qui ont le volume le plus égal, et il fait disposer sur chacun d'eux une armature à robinet identique, scellée au minium. Une première opération a pour but de leur donner exactement le même volume extérieur. A cet effet M. Regnault les emplit d'eau, les suspend aux plateaux d'une forte balance et, après les avoir équilibrés, il les plonge tous deux dans une grande cuve pleine d'eau. Tous les deux éprouvant des poussées qui sont inégales, parce que l'un est toujours un peu plus grand que l'autre, l'équilibre est rompu au moment de l'immersion, et pour le rétablir il faut ajouter d'un côté un poids que l'on mesure et qui est égal à p. M. Regnault prépare alors un tube de verre fermé qui perde un poids p dans l'eau, il l'accroche à celui des ballons qui est le plus petit, et en recommençant l'immersion, il constate que cette addition a rendu les deux

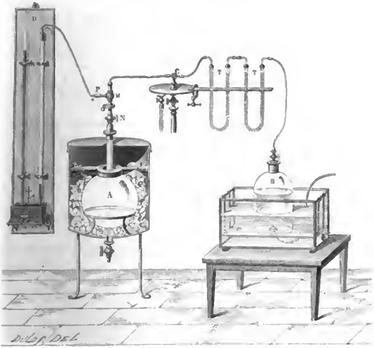
poussées égales et par suite les deux volumes extérieurs identiques.

Ayant ainsi deux volumes égaux d'un même verre, il est évident que si on les suspend dans l'air, vides ou non, mais fermés, aux deux plateaux d'une balance, ils éprouveront des pertes de poids égales et qui se détruiront, quelles que soient les variations de température, de pression et d'état hygrométrique de l'atmosphère. C'est en effet ce que M. Regnault a vérifié en équilibrant ces deux ballons une fois pour toutes et en les laissant suspendus dans l'air où ils conservèrent un poids parfaitement égal pendant plus de quinze jours. Cela étant, si l'on vient à faire le vide ou à introduire du gaz dans l'un d'eux, la diminution ou l'augmentation de poids qui en résultera sera uniquement produite par le gaz enlevé ou introduit, et les pertes de poids des deux ballons demeurant toujours égales, il n'y aura pas à en tenir compte. Voilà donc une première cause d'erreur éliminée et une première correction devenue inutile. Il faut en faire autant de la température du gaz intérieur, et l'on y parviendra comme il suit.

On soutient, par des supports convenables, l'un des ballons en A (*fig.* 335) au milieu d'un vase en zinc plein de glace et muni d'un robinet pour laisser écouler l'eau de fusion. Au-dessus de la tubulure N de ce ballon, se fixe par un collier à gorge un raccord M portant un robinet à trois voies et donnant issue à deux tubes, l'un P qui communique avec un baromètre différentiel D, l'autre MC qui conduit à un deuxième robinet à trois voies C par lequel on le met en relation, soit avec une machine pneumatique, soit avec le réservoir de gaz B en passant par des tubes à dessiccation T, T. Au moyen de cette machine et en dirigeant convenablement le robinet C, on enlève et on fait rentrer le gaz à plusieurs reprises successives; puis, après avoir fait une dernière fois le vide avec beaucoup de soin, on tourne le robinet M de manière à séparer le ballon de la machine pneumatique, tout en le laissant en communication avec le manomètre. On mesure au cathétomètre la différence h des deux niveaux, et l'on ferme le robinet N. Le ballon contient à ce moment un volume V_0 de gaz à la température de zéro et sous la pression h. Après cela, on démonte le raccord M, et le ballon étant enlevé, essuyé et accroché à l'un

des plateaux de la balance pendant que l'autre est soutenu au second plateau, on établit l'équilibre avec de la grenaille. Aussitôt qu'on retire ce ballon du réfrigérant, il se réchauffe et se dilate; mais cela ne change rien à la quantité de gaz qu'il contient et n'influe pas sur sa pesée.

Fig. 335.



M. Regnault replace ensuite ce ballon au milieu de la glace et il ouvre le robinet N. Alors le gaz pénètre dans l'intérieur du ballon, la pression totale devient égale à celle de l'atmosphère, que nous désignerons par H, et l'on a introduit ainsi un volume de gaz égal à V_0 à la température de zéro et sous la pression $H - h$. En reportant l'appareil dans la balance, on trouve une augmentation de poids P : c'est le poids du gaz entré dans le ballon.

Si ce même gaz était à la pression de 760 millimètres, le

poids deviendrait

$$P\frac{760}{H-h}.$$

En résumé on a trouvé le poids du gaz qui remplit le ballon à zéro, sans avoir eu besoin de faire la correction du vide, de connaître l'état hygrométrique ni la température de l'atmosphère, et sans avoir mesuré la température du gaz. La seule correction qu'il y ait eu à faire a été de ramener la pression à 760; mais comme h est très-petit, que H est toujours très-près de 760, cette correction est très-faible et les inexactitudes de la loi de Mariotte ne l'affectent pas sensiblement.

Ce que l'on a fait pour le gaz dont on veut obtenir la densité, on le répète ensuite pour l'air; on obtient de même $P'\frac{760}{H'-h'}$ pour le poids du même volume à zéro et à 760, et l'on calcule la densité en divisant le premier poids par le second.

Les résultats des expériences les plus exactes se trouvent résumés dans le tableau suivant :

	BIOT ET ARAGO	DULONG ET BERZELIUS	DUMAS ET BOUSSINGAULT.	REGNAULT
Air.	1,00000	1,0000	1,0000	"
Oxygène.	1,10359	1,1026	1,1057	1,10563
Azote.	0,96913	0,976	0,972	0,97137
Hydrogène.	0,07321	0,0687	0,0693	0,06926
Acide carbonique.	1,51961	1,5245	"	1,52901
Ammoniaque	0,59669	"	"	"
Acide chlorhydrique	1,24740	"	"	"

VARIATION DE LA DENSITÉ AVEC LA PRESSION ET LA TEMPÉRATURE. — I. Pour que la densité d'un gaz soit constante à toute température et à toute pression, il faut que ce gaz obéisse à la même loi de dilatation et de compressibilité que l'air; c'est ce que nous allons maintenant démontrer par l'expérience. Admettons qu'après avoir vidé le premier ballon et l'avoir équilibré dans la balance avec le deuxième qui le tare, nous le

reportions dans la glace, que nous y laissions rentrer du gaz jusqu'à augmenter la pression d'abord de h, ensuite de h_1, puis de $h_2, \ldots$, et qu'après chaque introduction nous déterminions les poids p, p_1, p_2 du gaz rentré. Supposons encore que nous répétions les mêmes mesures sous les mêmes pressions avec de l'air et que nous trouvions les poids p', p'_1, p'_2, les densités du premier gaz seront

$$\frac{p}{p'}, \quad \frac{p_1}{p'_1}, \quad \frac{p_2}{p'_2}, \ldots,$$

aux pressions

$$h, \quad h_1, \quad h_2, \ldots.$$

Or pour l'oxygène, l'azote, l'hydrogène et en général pour les gaz qui suivent la loi de Mariotte, les poids p, p_1, p_2 sont à peu près proportionnels aux pressions; il en est de même pour les poids correspondants p', p'_1, p'_2 de l'air : par conséquent les densités de ces gaz doivent rester sensiblement constantes aux pressions h, h_1, h_2; c'est ce que l'expérience vérifie. Mais quand il s'agit de l'acide carbonique et en général des gaz voisins de leurs points de liquéfaction, p, p_1, p_2 croissent plus rapidement que les pressions, et par conséquent la densité doit augmenter avec la compression du gaz. Les nombres suivants, que nous devons à M. Regnault, mettent ce résultat en évidence.

Température.	Pression.	Densité.
	mm	
0	224,00	1,52145
0	374,13	1,52366
0	760,00	1,52910

II. Il a été prouvé que le coefficient de dilatation de l'acide carbonique est plus grand que celui de l'air, et il en résulte que la densité de ce gaz doit diminuer quand la température s'élève. Soit, en effet, p le poids d'acide carbonique contenu à 0 degré dans le ballon, il deviendra à T degrés et sous la même pression $\frac{p(1+k\mathrm{T})}{1+a\mathrm{T}}$. De même, le poids p' de l'air contenu à zéro dans le même ballon deviendra $\frac{p'(1+k\mathrm{T})}{1+a'\mathrm{T}}$ à T degrés, et

la densité de l'acide carbonique sera

$$\text{à o degré,}\quad d_0 = \frac{p}{p'};\qquad \text{à T degrés,}\quad d_T = \frac{p}{p'}\,\frac{1+a'T}{1+aT};$$

et comme le coefficient a est plus grand que a', d_T devra être plus petit que d_0. Pour justifier cette conséquence expérimentalement, on conserve la méthode de M. Regnault, mais au lieu de placer le ballon dans la glace pendant qu'on le remplit de gaz, on le plonge dans une étuve pleine de vapeur d'eau bouillante et l'on trouve la densité à 100 degrés, comme on l'avait primitivement obtenue à zéro. L'expérience a donné le résultat suivant :

A o degré...........	1,52910
A 100 degrés........	1,52418

III. Dans l'étude de la loi de Mariotte, nous avons annoncé, sans démonstration, que les gaz liquéfiables qui s'écartent beaucoup de la loi aux températures ordinaires, s'en rapprochent à mesure qu'on les échauffe; c'est au moyen des expériences sur la densité qu'on prouve ce fait. Nous venons, en effet, de montrer qu'à la température de o degré l'acide carbonique offre des densités croissantes avec la pression, parce qu'il est très-compressible. Si donc, à 100 degrés, la compressibilité de ce gaz est encore plus grande que celle de l'air, sa densité croîtra encore avec la pression; et si, au contraire, il se comprime comme l'air, il aura une densité constante. Or on trouve à 100 degrés les nombres suivants :

Température.	Pressions.	Densités.
100	383mm	1,52410
100	760	1,52418

La densité n'ayant pas varié entre 383 et 760 millimètres, on doit en conclure que la loi de Mariotte est vraie pour l'acide carbonique à 100 degrés jusqu'à la pression de 760.

MESURE DE LA DILATATION DES GAZ. — Après qu'on a trouvé le poids $\frac{PH}{H-h}$ d'un gaz contenu dans le ballon à zéro sous la pression H, on peut mesurer sa dilatation en portant le ballon dans la vapeur d'eau à la température T. En ouvrant le robinet

pendant un temps très-court, une portion du gaz s'échappe, la pression redevient H et le poids diminue d'une quantité π que l'on mesure, et qui est la différence entre le poids primitif $\frac{PH}{H-h}$ et le poids $\frac{PH}{H-h}\,\frac{1+kT}{1+aT}$ de la quantité qui reste après qu'on a chauffé. On a donc

$$\frac{PH}{H-h}\left(1-\frac{1+kT}{1+aT}\right)=\pi,$$

équation qui peut servir à déterminer a. M. Regnault a obtenu par cette méthode les coefficients de dilatation suivants, sensiblement égaux à ceux qu'il avait directement mesurés :

Air.	Acide carbonique.
0,003665	0,0037119

POIDS D'UN VOLUME DE GAZ A t DEGRÉS ET A H MILLIMÈTRES. — La connaissance de la densité des gaz ne suffit pas pour les applications; il faut pouvoir calculer le poids d'un volume quelconque de ces gaz dans toutes les circonstances possibles de température et de pression. Or il est clair qu'il suffirait pour cela de multiplier par la densité du gaz le poids d'un volume d'air égal, pris à la même température et à la même pression. Cherchons donc le poids de 1 centimètre cube d'air normal, c'est-à-dire sec, à zéro et à 760 millimètres. Nous emploierons le ballon compensé qui a servi à la recherche des densités; nous déterminerons le poids P de l'air qu'il contient à zéro et sous la pression $H-h$, et nous aurons le poids X de l'air qui le remplit à 760 millimètres et à zéro par la formule

$$X=P\,\frac{760}{H-h}.$$

Ce poids étant trouvé, il n'y a plus qu'à mesurer son volume; c'est-à-dire celui du ballon à zéro; il faut donc jauger ce ballon. Bien que nous ayons fait connaître d'une manière générale la marche de cette opération, nous allons en suivre les détails dans ce cas particulier.

Après avoir laissé le ballon se remplir d'air atmosphérique, on le pèse ouvert sans le compenser par un ballon semblable; on obtient un poids apparent P' auquel il faudrait ajouter le

poids e de l'air déplacé par la matière même du ballon pour avoir le poids vrai (P). On aurait

$$(P) = P' + e.$$

Pour remplir ce vase avec de l'eau distillée qui doit être privée d'air, on visse à son goulot un tube recourbé en siphon et plongeant dans un réservoir voisin plein d'eau bouillante. En chauffant d'abord le ballon, puis le laissant refroidir ensuite, une partie du liquide pénètre à l'intérieur; en chauffant de nouveau, l'eau introduite entre en ébullition, chasse l'air par un courant de vapeur, et quand le ballon se refroidit, l'eau du réservoir pénètre par le siphon dans l'intérieur et le remplit exactement. Comme elle était bouillante, cette eau ne contient aucune trace d'air. On abandonne ensuite à lui-même l'appareil qui reste plein, on l'entoure d'une masse de glace et on le laisse en cet état pendant une nuit tout entière, afin d'être bien sûr que toute la masse prenne la température de la glace fondante. Le lendemain, on ferme le ballon, on l'essuie et on le pèse. Comme l'eau se contracte de 0 à 4 degrés et qu'elle reprend à 9 degrés seulement le volume qu'elle avait à zéro, il n'y a aucun inconvénient à maintenir le ballon fermé et à le peser dans l'air après l'avoir laissé se réchauffer jusqu'à la température ambiante t, pourvu qu'elle soit inférieure à 9 degrés. Le poids réel du ballon (P), augmenté de celui de l'eau qu'il contient (E), est alors égal au poids apparent trouvé P″, augmenté du poids de l'air atmosphérique déplacé par la matière du ballon et par l'eau qu'il contient; on a donc

$$(E) + (P) = P'' + \frac{X(1+kt)(H - \frac{3}{8}f)}{(1+at)\,760} + e,$$

et en retranchant de cette pesée celle du ballon plein d'air, on a

$$(E) = P'' - P' + \frac{X(1+kt)(H - \frac{3}{8}f)}{(1+at)\,760}.$$

Cette eau était à zéro quand elle remplissait le ballon; mais en multipliant son poids (E) par $1 + \delta_0$, on obtient le poids de l'eau qui à la température de 4 degrés remplirait le volume V_0, et le nombre de grammes que contient ce poids exprime le

nombre de centimètres cubes qui se trouvent dans V_0. On a

$$(E)\ (1+\delta_0) = V_0.$$

On vient donc de trouver : 1° le poids X d'air normal qui remplit le ballon à zéro; 2° le volume V_0 qu'il occupe; par conséquent, $\frac{X}{V_0}$ sera le poids en grammes d'un centimètre cube d'air à 0 degré et à 760 millimètres. Le nombre trouvé par M. Regnault est

$$0^{gr},001293187.$$

Comme le poids d'un centimètre cube d'eau est égal à 1 gramme, le nombre 0,001293187 représente la densité de l'air par rapport à l'eau. Si l'on réduit ce nombre en fraction ordinaire, on trouve $\frac{1}{773}$, qui est fréquemment employé dans les calculs d'application.

En multipliant le poids trouvé pour l'air par la densité de chaque gaz, on forme le tableau suivant des poids de 1 centimètre cube de chaque gaz à 0 degré et à 760 millimètres :

	gr
Air....................	0,001293187
Azote............	0,001256157
Oxygène.............	0,001429802
Hydrogène............	0,000089578
Acide carbonique......	0,001977414

A une température t, sous la pression H, le poids de 1 centimètre cube d'air sec deviendra

$$0^{gr},001293187\,\frac{H}{(1+at)\,760}.$$

Pour un gaz quelconque dont la densité est d, ce poids sera, si on suppose la densité constante,

$$0^{gr},001293187\,\frac{Hd}{(1+at)\,760};$$

si le gaz est humide et que la force élastique de la vapeur soit f,

$$0^{gr},001293187\,\frac{(H-f)d+\frac{5}{8}f}{(1+at)\,760}.$$

VARIATION DU POIDS DES GAZ AVEC L'ALTITUDE ET LA LATITUDE. — Les poids des gaz sont soumis à une cause de variation qui n'atteint pas les solides et les liquides. On sait que la pesanteur augmente vers les pôles et qu'elle diminue vers l'équateur; on sait également qu'elle décroît quand on s'élève au-dessus de l'horizon. Les poids des diverses substances ne sont donc pas constants; mais les variations que leur font subir les changements de lieu ou d'altitude s'exerçant à la fois sur toutes les matières et indépendamment de leur nature, elles se produisent aussi bien sur les *poids* que sur les corps pesés, et le nombre de grammes qui exprime le poids d'un corps reste le même sur tous les points du globe. Ce qui varie, c'est la valeur du gramme, qui change proportionnellement à la pesanteur. On démontre que si l'accélération de la pesanteur est g au niveau de la mer et à la latitude de 45 degrés, elle est exprimée à une latitude λ et à une hauteur h par la formule suivante dans laquelle R représente le rayon moyen de la terre :

$$g' = g \frac{R^2}{(R+h)^2}(1 - 0{,}002837 \cos 2\lambda).$$

Cela posé, il faut remarquer que les gaz pour être définis devant être pris sous une pression convenue, on les ramène à la pression de 760 millimètres de mercure. Mais il est évident qu'une telle colonne de mercure pèse plus au pôle qu'à l'équateur, et que les gaz soumis à sa pression se contractent quand elle pèse davantage et se dilatent quand elle pèse moins. En prenant un gaz sous la pression de 760 millimètres de mercure, on le prend donc sous une pression variable, et si elle est 1 à la latitude de 45 degrés et à l'altitude de zéro, elle est généralement

$$p = \frac{R^2}{(R+h)^2}(1 - 0{,}002837 \cos 2\lambda).$$

Comme d'un autre côté le poids d'un centimètre cube d'air varie proportionnellement à sa pression, il changera de l'équateur au pôle proportionnellement à p.

Après avoir déterminé ce poids à Paris à une station dont la latitude et l'altitude étaient connues, on a calculé ce qu'il de-

vient à la latitude de 45 degrés et à l'altitude o, et l'on a trouvé

$$0^{gr},001292673;$$

la formule générale suivante donnera ensuite ce poids en grammes à une station quelconque sur le globe :

$$a = 0^{gr},001292673 \frac{R^2}{(R+h)^2}(1 - 0,002837 \cos 2\lambda).$$

QUARANTIÈME LEÇON.

DE LA DENSITÉ DES VAPEURS.

Mesure de la densité des vapeurs. — Procédé de Gay-Lussac. — Appareil de M. Regnault. — Procédé de M. Dumas. — Variations de la densité des vapeurs. — Loi de la compressibilité des vapeurs. — Loi de leur dilatation. — Densité théorique des vapeurs. — Tableau des densités des vapeurs.

La densité d'une vapeur est, comme la densité d'un gaz, le rapport de son poids à celui d'un égal volume d'air pris à la même température et à la même pression.

Soit π le poids d'un volume v de vapeur à une température t et à une pression H; le poids p du volume d'air correspondant est connu par les expériences précédentes, il est donné par la formule

$$p = v(0^{gr},001293187)\frac{H}{(1+at)760}.$$

Dès lors, la densité de la vapeur est

$$(1) \qquad \rho = \frac{\pi}{p} = \frac{\pi(1+at)760}{v(0^{gr},001293187)H}.$$

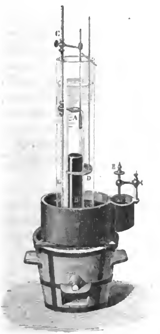
Pour trouver la densité d'une vapeur, il faudra donc mesurer π, v, t et H et calculer ρ par la formule précédente. On aura ensuite à étudier si cette densité est constante ou si elle varie quand les circonstances de température et de pression changent.

Pour faire ces déterminations, deux méthodes ont été employées : l'une, qui est due à Gay-Lussac, est spécialement applicable aux corps très-volatils; l'autre, qui a été imaginée par M. Dumas, permet d'étudier les substances moins aisément vaporisables. Nous les décrirons successivement.

PROCÉDÉ DE GAY-LUSSAC. — Une marmite en fonte F, qui con-

tient du mercure et qui peut être placée sur un fourneau (*fig.* 336), sert de réservoir et de support à l'appareil tout entier. Une large éprouvette graduée AB, remplie elle-même de mercure, repose sur le fond de la marmite où elle est appuyée, par un anneau de métal A que porte une tige de fer CC; elle est enveloppée par un manchon de verre qui est garni à sa base d'une virole en fer et qui se fixe sur le fond de la marmite par un mouvement de baïonnette. Enfin une vis affleurante E sert à trouver le niveau extérieur du mercure.

Fig. 336.



Pour faire une observation, il faut préparer à l'avance une petite ampoule de verre mince, la peser vide, la remplir ensuite complétement du liquide que l'on veut vaporiser, et après avoir fermé sa pointe à la lampe, la peser de nouveau. De cette façon, on a enfermé dans l'ampoule un poids connu de liquide, ce sera le poids π de la vapeur que l'on va former. On introduit cette ampoule dans l'éprouvette AB, puis on fixe celle-ci; on place, par-dessus, le manchon que l'on remplit d'eau et l'on échauffe tout l'appareil sur un fourneau. Bientôt la température s'élève dans le mercure et dans l'eau, l'ampoule crève, le liquide se vaporise brusquement et le mercure baisse dans la cloche. Alors, au moyen d'un agitateur D, on mêle les couches d'eau, et à un moment donné on mesure :

1°. La température t qui est celle de la vapeur;

2°. Le volume apparent v_0 que cette vapeur occupe dans la cloche : $v_0(1+kt)$ est le volume v;

3°. La différence h de hauteur du mercure à l'intérieur et à l'extérieur. Ramenée à zéro, cette hauteur est $\frac{h}{1+mt}$, et la

pression H de la vapeur est égale à celle de l'atmosphère, H' diminuée de $\frac{h}{1+mt}$.

On a ainsi déterminé la température, le volume et la pression de la vapeur. Quant à son poids π, il est égal à celui du liquide contenu dans l'ampoule s'il a été tout entier vaporisé, et c'est ce dont il faut être assuré. Or, d'après les propriétés des vapeurs, la pression observée H serait égale au maximum de force élastique, s'il restait un excès de liquide dans l'appareil, et elle ne sera plus petite que si tout le liquide a passé à l'état de vapeur. Il suffira donc de chauffer l'appareil jusqu'à une température assez haute pour que la pression soit plus faible que la pression maximum. Quand cela aura lieu, on sera certain que le poids du liquide est aussi celui de la vapeur, et connaissant tous les éléments qui entrent dans la formule (1), on calculera la valeur de ρ.

APPAREIL DE M. REGNAULT. — Tout en conservant la même méthode en principe, M. Regnault a complétement changé l'appareil. Celui qu'il a employé était analogue à un instrument qui a servi à la mesure des forces élastiques et qui est représenté dans les *fig.* 325 et 326. Il en différait toutefois par plusieurs points. Les deux tubes AB, A'B', au lieu de plonger dans une cuvette commune, étaient réunis par un conduit à robinet et formaient les deux branches d'un manomètre, l'une ouverte dans l'air, l'autre terminée par le ballon A (*fig.* 326), et l'on maintenait le niveau du mercure dans cette branche à un repère toujours le même. On avait jaugé le ballon à diverses températures, de façon que l'on connaissait son volume v_0 à zéro et $v_0(1+kt)$ à une température quelconque t, et l'on avait introduit dans son intérieur une ampoule contenant le poids π du liquide qui devait s'y vaporiser. Quand on voulait mesurer les forces élastiques, il fallait que l'espace fût toujours saturé de vapeur; mais comme il faut, au contraire, qu'il ne le soit pas quand on mesure la densité des vapeurs, on avait, approximativement, calculé le poids π pour que l'espace fût saturé vers 30 degrés et qu'il cessât de l'être en chauffant au delà de cette température. Pour tout le reste, rien n'était changé à l'appareil. On faisait le vide par le tube B qu'on scellait ensuite;

la cuve était échauffée par une lampe à alcool D dont on réglait la distance et la flamme, de manière à obtenir des températures plus ou moins hautes que des thermomètres mesuraient et que des agitateurs rendaient uniformes; enfin on mesurait la pression à ces diverses températures, en observant le manomètre au cathétomètre à travers une fenêtre en glace.

Comme il faut savoir quelle est, à une température quelconque, la pression de l'air que la machine pneumatique a laissé dans le ballon, on la calcule de la manière suivante. Soit h_0 cette pression mesurée à zéro avant que les ampoules aient été crevées et quand le volume est v_0; à t degrés ce volume sera $v_0(1+kt)$, la pression sera x et l'on aura

$$\frac{v_0(1+kt)}{(1+at)}x = v_0 h_0,$$

$$x = \frac{h_0(1+at)}{1+kt}.$$

Après avoir reconnu par plusieurs épreuves que cette formule donne exactement la pression de l'air à toutes les températures où l'on porte la caisse, M. Regnault fit crever les ampoules, chauffa progressivement le ballon, mesura la force élastique totale à des températures successives et croissantes, et en retranchant de cette force élastique la pression x de l'air resté, il obtint la tension de la vapeur.

En résumé, le poids de la vapeur est celui du liquide enfermé dans l'ampoule, son volume est celui du ballon $v_0(1+kt)$, sa pression est mesurée par le manomètre et sa température est celle de la caisse; on a donc tous les éléments nécessaires pour calculer sa densité.

PROCÉDÉ DE M. DUMAS. — Les deux procédés que nous venons de décrire ne peuvent servir que pour les liquides aisément vaporisables; mais la méthode de M. Dumas peut être appliquée à tous les corps. On prend un ballon de verre mince ayant une capacité égale à $\frac{1}{2}$ litre environ; on y introduit 15 à 20 grammes de la substance solide ou liquide, mais très-pure, que l'on veut étudier et l'on effile le col à la lampe. Ensuite on fixe le ballon sur un support entre deux anneaux qui le

pressent (*fig.* 237 et 238); on l'introduit dans une marmite en fonte au milieu d'une masse d'eau ou d'huile, ou même d'al-

Fig. 337.

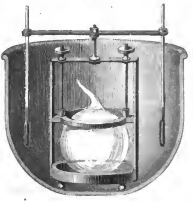
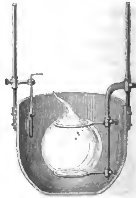


Fig. 338.



liage fusible, suivant que le point d'ébullition de la substance est plus ou moins élevé, et l'on chauffe jusqu'à une température qui doit toujours être très-supérieure à ce point. Bientôt il se produit un jet de vapeur qui s'échappe avec bruit par l'ouverture effilée, qui chasse l'air du ballon, qui dure tant qu'il reste quelque chose à vaporiser et qui cesse brusquement si la température est très-élevée, ce qui est une condition essentielle. A ce moment, il ne reste dans le ballon ni air, ni aucune partie solide ou liquide de la substance; il n'y reste que de la vapeur à une pression inférieure à son élasticité maximum. Alors on ferme le col par un trait de chalumeau. Voyons maintenant comment on obtient les données H, t, v et π qui serviront à calculer le résultat.

La pression H de la vapeur est égale à celle de l'atmosphère; on la trouve en consultant le baromètre. La température est celle du bain, elle se mesure au moment où l'on clôt le ballon avec des thermomètres soit à mercure, soit à air. Le poids π se détermine de la manière suivante.

En pesant le ballon plein d'air avant l'expérience, on a trouvé son poids apparent P qui est égal à son poids réel (P) diminué de celui de l'air déplacé par le verre,

$$P = (P) - \rho.$$

Après l'opération, l'air a été chassé du ballon par la vapeur qui a pris sa place; conséquemment, en pesant de nouveau, on trouvera un second poids apparent P′ égal au poids vrai (P) du ballon, plus le poids π de la vapeur, moins la somme des poids de l'air déplacé par le verre du ballon et par son volume intérieur, qui est $v_0(1+k\theta)$, en désignant par v_0 le volume de ce ballon à o degré et par θ la température de la pesée;

$$P' = (P) + \pi - e - \frac{v_0(1+k\theta)\,(0^{gr},001293187)\,(H - \tfrac{3}{8}f)}{(1+a\theta)\,760},$$

et, en retranchant ces deux équations,

$$P' - P = \pi - \frac{v_0(1+k\theta)\,(0^{gr},001293187)\,(H - \tfrac{3}{8}f)}{(1+a\theta)\,760}.$$

De là on tirera π quand on connaîtra le volume v_0 du ballon.

Pour trouver ce volume, on casse la pointe sous l'eau. Comme la vapeur s'est condensée par le refroidissement, le ballon est vide et l'eau s'y précipite pour le remplir en totalité; on le pèse une dernière fois et l'on trouve P″: on a

$$P'' = (P) - e + \frac{v_0(1+k\theta')}{1+\delta} - \frac{v_0(1+k\theta')\,(0^{gr},001293187)\,(H - \tfrac{3}{8}f')}{(1+a\theta')\,760}$$

et

$$P'' - P = v_0(1+k\theta')\left[\frac{1}{1+\delta} - \frac{(0^{gr},001293187)\,(H - \tfrac{3}{8}f')}{(1+a\theta')\,760}\right].$$

Cette équation fera connaître v_0 et permettra de calculer π.

Il ne reste plus qu'à trouver le volume v de la vapeur; mais comme elle remplissait le ballon à la température t quand il a été fermé, on a évidemment

$$v = v_0(1+kt).$$

On peut maintenant calculer ρ en remplaçant dans la formule (1) H, t, π et v par leurs valeurs.

ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS DES VAPEURS D'APRÈS LEUR DENSITÉ. — On ne saurait étudier avec trop de soin les propriétés des vapeurs au moment où elles s'approchent de leur tension maximum; c'est la seule voie qui nous permette de suivre dans sa continuité le phénomène de la conversion des vapeurs en

liquides, phénomène brusque, mais précédé de modifications dans l'état gazeux, qui annoncent et préparent l'état liquide. Nous avons reconnu précédemment que les gaz permanents suivent la loi de Mariotte et possèdent un coefficient de dilatation commun et égal à 0,00366; mais nous avons vu aussi les gaz liquéfiables s'écarter de cette loi et prendre un coefficient croissant en se rapprochant du point où ils changent d'état. Or si l'analogie déjà constatée entre les gaz et les vapeurs est fondée, si celles-ci sont des gaz très-rapprochés de leur terme de liquéfaction et ceux-là des vapeurs très-éloignées de leur tension maxima, nous devrons retrouver dans les vapeurs les propriétés des gaz permanents quand elles seront loin de leur condensation et les anomalies qui caractérisent les gaz liquéfiables, quand elles s'approcheront du point de saturation; et, en suivant ces anomalies jusqu'à la limite, elles devront s'exagérer progressivement jusqu'au moment enfin où la vapeur de plus en plus condensée se transformera. L'étude des densités nous permet de confirmer ces prévisions.

La formule par laquelle on calcule la densité des vapeurs est la suivante :

$$\rho = \frac{\pi(1+at)\,760}{v(0^{gr},001293187)\,\mathrm{H}}, \tag{1}$$

dans laquelle π, v, t, H sont le poids, le volume, la température et la pression de la vapeur, a étant le coefficient de dilatation de l'air.

Supposons qu'on cherche la densité d'une vapeur par la méthode de Gay-Lussac, que le poids π demeure constant et qu'après une première observation à la température de t degrés, on en fasse une seconde à t' degrés, v se changera en v', H en H', et l'on aura

$$\rho' = \frac{\pi(1+at')\,760}{v'(0^{gr},001293187)\,\mathrm{H}'}. \tag{2}$$

Pour que les deux valeurs trouvées ρ et ρ' soient égales, il faut et il suffit que l'on ait

$$\frac{(1+at)}{v\mathrm{H}} = \frac{(1+at')}{v'\mathrm{H}'}.$$

Soient d'abord $t = t'$; il faudra que $v\mathrm{H} = v'\mathrm{H}'$, c'est-à-dire

1° que la densité d'une vapeur ne peut être constante à la même température et sous diverses pressions que si la loi de Mariotte s'y applique.

Soit en second lieu $H = H'$, l'équation de condition devient

$$\frac{v}{1+at} = \frac{v'}{1+at'},$$

d'où 2° la densité d'une vapeur ne sera constante sous une même pression et à diverses températures que si le coefficient de sa dilatation est le même que celui de l'air.

Nous sommes par là naturellement conduits à mesurer la densité des vapeurs sous diverses pressions et à diverses températures. Si l'expérience prouve qu'elle ne varie pas, nous en conclurons que les vapeurs suivent la même loi de dilatation et de compressibilité que l'air; si au contraire nous trouvons qu'elle change, nous nous servirons de ses variations mesurées pour calculer la compressibilité et la dilatation de ces mêmes vapeurs.

On doit à M. Bineau des expériences sur les acides formique et acétique. Les densités de la vapeur ont été mesurées à la même température sous des pressions différentes. Voici les résultats obtenus avec l'acide formique :

ACIDE FORMIQUE.					
15 DEGRÉS.		20 DEGRÉS.		30 DEGRÉS.	
Tensions.	Densités de la vapeur.	Tensions.	Densités de la vapeur.	Tensions	Densités de la vapeur.
mm 2,60	2,87	mm [illegible]	2,80	mm 3,80	2,61
7,60	2,93	8,00	2,85	8,80	2,70
15,80	3,08	16,70	2,94	18,30	2,76
20,50 (max.)	"	24,20	3,15	27,80	2,81
"	"	30,00 (max.)	"	50,00 (max.)	"

Ces nombres montrent que la pression croissant peu à peu jusqu'à atteindre la tension maximum, la densité augmente très-rapidement; et comme d'après la formule (1) elle est pro-

portionnelle à $\frac{1}{v\mathrm{H}}$, il s'ensuit que $v\mathrm{H}$ diminue quand la pression s'élève et que la vapeur de l'acide formique suit une loi de compressibilité plus rapide que la loi de Mariotte. On peut calculer d'après les expériences précédentes le rapport $\frac{v\,\mathrm{H}}{v'\,\mathrm{H}'}$, qui est égal à $\frac{\rho'}{\rho}$. Cela donne

15 DEGRÉS.		20 DEGRÉS.		30 DEGRÉS	
TENSION.	$\frac{v\mathrm{H}}{v'\mathrm{H}'}$.	TENSION.	$\frac{v\mathrm{H}}{v'\mathrm{H}'}$.	TENSION.	$\frac{v\mathrm{H}}{v'\mathrm{H}'}$.
mm 2.50	"	mm 2,70	"	mm 3,80	"
7,60	1.023	8.00	1,017	8,80	1,037
15,80	1,076	16.70	1,050	18,30	1,055
"	"	24.20	1,125	27,80	1.076

Si l'on se reporte maintenant aux expériences de M. Regnault sur la loi de Mariotte et que l'on compare les résultats précédents avec ceux qu'offrait l'acide carbonique, on voit que des changements de tension qui s'élèvent à peine à quelques millimètres déterminent ici des écarts égaux à ceux que produisaient précédemment des variations considérables dans la pression. Mais si la compressibilité s'exagère beaucoup quand on s'approche très-près du point de liquéfaction, inversement elle diminue quand on s'en éloigne de plus en plus, et la loi de Mariotte représente cette compressibilité avec une approximation de plus en plus satisfaisante. Les vapeurs se conduisent donc absolument comme les gaz liquéfiables quand elles sont près de leur point de saturation, et comme les gaz permanents quand elles en sont éloignées.

Nous allons maintenant, par une discussion toute semblable, montrer qu'en approchant de la tension maximum, la dilatabilité des vapeurs s'accroît comme leur compressibilité. Les expériences qui le prouvent sont dues à M. Cahours. Il opérait par la méthode de M. Dumas, c'est-à-dire sous une pression qui étant toujours celle de l'atmosphère, reste sensiblement

constante, et il déterminait la densité de la vapeur à des températures de moins en moins élevées et s'approchant de plus en plus de celle de l'ébullition. Voici quelques-uns des nombres de M. Cahours, dans lesquels la densité augmente notablement quand la température diminue.

PERCHLORURE DE PHOSPHORE		ACIDE ACÉTIQUE.		EAU.	
TEMPÉRATURE.	DENSITÉ.	TEMPÉRATURE.	DENSITÉ.	TEMPÉRATURE.	DENSITÉ
182°	5,078	124°	3,194	107°	0,645
190	4,987	130	3,105	110	0,640
200	4,851	160	2,604	120	0,625
250	3,991	180	2,480	130	0,621
288	3,670	200	2,248	150	0,6198
300	3,654	240	2,090	200	0,6192
336	3,656	236	2,082	250	0,6182

Désignons par H la pression commune sous laquelle deux expériences ont été faites, par v et v' les volumes à t et à t' degrés d'un même poids π de vapeur. Nous pouvons écrire

$$\rho = \frac{1+at}{v}\,\frac{\pi.760}{(0^{gr},001293)\,\mathrm{H}}, \quad \rho' = \frac{1+at'}{v'}\,\frac{\pi.760}{(0^{gr},001293)\,\mathrm{H}},$$

d'où nous tirons

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{1+at}{1+at'}\,\frac{v'}{v}.$$

Représentons par x le coefficient moyen de dilatation de la vapeur entre t' et t, nous aurons

$$\frac{\rho}{\rho'}\,\frac{1+at'}{1+at} = 1 + x(t'-t),$$

$$x = \frac{1}{t'-t}\left(\frac{\rho}{\rho'}\,\frac{1+at'}{1+at} - 1\right).$$

On peut donc calculer le coefficient moyen de dilatation des vapeurs précédentes en combinant toutes les observations avec la première. Voici le résultat du calcul.

PERCHLORURE DE PHOSPHORE.		ACIDE ACÉTIQUE.		EAU.	
t	x	t	x	t	x
182°	"	124°	"	107°	"
190	0,00501	130	0,00854	110	0,00509
200	0,00658	160	0,01078	120	0,00615
250	0,00874	"	"	130	0,00433
288	0,00623	200	0,00762	150	0,00448
300	0,00403	240	0,00583	200	0,00368
336	0,00365	336	0,00369	250	0,00369

Ce qui frappe tout d'abord dans ce dernier tableau et ce que nous avions l'intention de démontrer, c'est que le coefficient moyen est très-sensiblement égal à celui des gaz permanents quand la vapeur est loin du terme de la saturation; mais il augmente aussitôt qu'on s'en rapproche, et il peut prendre des valeurs très-considérables. D'un autre côté on remarquera qu'après avoir augmenté, ce coefficient diminue, et l'on ne peut guère expliquer ce résultat qu'en admettant qu'il reste au contact des parois du vase où l'expérience se fait une couche de liquide qui ne s'évapore en totalité qu'à une température très-supérieure à celle de l'ébullition.

Après avoir étudié les variations de densité amenées séparément par des changements de pression ou de température, il n'est pas difficile de prévoir ce qui arrivera quand ces deux éléments changeront à la fois; car, puisque la densité augmente quand on s'approche de la force élastique maximum, soit en augmentant la pression, soit en diminuant la température, ces deux causes réunies devront encore produire le même effet, et la densité devra croître de plus en plus à mesure qu'on prendra la vapeur plus près du terme de sa liquéfaction. Les nombres suivants, que l'on doit à M. Regnault, confirment cette prévision. Ces expériences étaient faites sur l'eau par le procédé que nous avons décrit page 182.

Densité de la vapeur d'eau.

T	f	$F_{(T)}$	ρ
°	mm	mm	
30,82	32,14	32,14	0,64693
31,23	32,66	33,86	0,63849
31,54	33,24	34,46	0,62786
37,05	34,19	46,82	0,62140
41,51	34,65	59,51	0,62195
41,88	34,61	60,68	0,62333
45,78	35,22	74,33	0,62003
48,38	35,48	84,84	0,62046
55,41	36,23	119,84	0,62078

DENSITÉ THÉORIQUE DES GAZ ET DES VAPEURS. — Gay-Lussac découvrit que si deux gaz ou deux vapeurs se combinent, les volumes des composants et du composé peuvent être exprimés par des nombres entiers très-simples. Si, conformément à cette loi, on désigne ces nombres par m, m', m'' pour les deux éléments et le composé qu'ils forment, et par d, d', d'' les densités des trois gaz, leurs poids respectifs seront proportionnellement md, $m'd'$, $m''d''$ et l'on aura

$$md + m'd' = m''d''.$$

Cette formule, qui établit une relation entre six quantités, peut servir à déterminer l'une quelconque d'entre elles, et en particulier l'une des trois densités; on obtient ainsi ce que l'on nomme la *densité théorique* d'un gaz. Il est bien évident d'ailleurs que, par suite des actions perturbatrices qui agissent sur les gaz et les vapeurs, la loi de Gay-Lussac ne peut être absolument vraie à toute température et à toute pression, et que par suite il y aura toujours une différence, à la vérité fort petite, mais cependant appréciable entre la densité théorique et la densité observée, d'autant plus que celle-ci est elle-même soumise à des causes de variation que nous venons d'étudier. Néanmoins, la formule précédente permet aux chimistes de calculer avec une grande approximation la densité des élé-

ments ou du composé. Voici quelques exemples :

$$d'' = \frac{md + m'd'}{m''}.$$

Eau.

Oxygène...........	$m = 1$,	$d = 1{,}106$		
Hydrogène.........	$m' = 2$,	$d' = 0{,}069$		
Eau...............	$m'' = 2$,	$d'' =$	calculé..	0,622
			observé.	0,620

Acide cyanhydrique.

Hydrogène.........	$m = 1$,	$d = 0{,}069$		
Cyanogène.........	$m' = 1$,	$d' = 1{,}86$		
Acide cyanhydrique.	$m'' = 2$,	$d'' =$.	calculé..	0,964
			observé.	0,947

$$d' = \frac{m''d'' - md}{m'}.$$

Acide iodhydrique.

Hydrogène.........	$m = 1$,	$d = 0{,}069$		
Iode..............	$m' = 1$,	$d' =$	calculé..	8,786
			observé.	8,716
Acide iodhydrique..	$m'' = 2$,	$d'' = 4{,}428$		

Acide carbonique.

Oxygène...........	$m = 2$,	$d = 1{,}106$		
Charbon...........	$m' = 1$,	$d' =$	calculé..	0,846
			observé.	»
Acide carbonique...	$m'' = 2$,	$d'' = 1{,}529$		

Oxyde de carbone.

Oxygène...........	$m = 1$,	$d = 1{,}106$		
Charbon...........	$m' = 1$,	$d' =$	calculé..	0,828
			observé.	»
Oxyde de carbone...	$m'' = 2$,	$d'' = 0{,}967$		

Quand les densités des trois corps composants et composé sont connues, ainsi que les volumes m et m' des éléments,

on calcule par la même formule le nombre m'' ou le volume de la combinaison, comme on le verra par les exemples suivants :

$$m'' = \frac{md + m'd'}{d''}.$$

Eau.

Hydrogène.........	$d = 0,069$,	$m = 2$.
Oxygène..........	$d' = 1,106$,	$m' = 1$
Eau..............	$d'' = 0,622$,	m'' calculé $= 2$.

Éther.

Gaz oléfiant........	$d = 0,978$,	$m = 2$,
Vapeur d'eau.......	$d' = 0,622$,	$m' = 1$,
Éther.............	$d'' = 2,586$,	m'' calculé $= 1$.

Alcool.

Gaz oléfiant.......	$d = 0,978$,	$m = 1$.
Vapeur d'eau.......	$d' = 0,622$,	$m' = 1$,
Alcool............	$d'' = 1,61$,	m'' calculé $= 1$.

On peut également déduire les équivalents des gaz de la connaissance de leur densité. En effet, lorsque deux gaz se combinent, le rapport de leurs poids est égal à celui de deux multiples entiers de leurs équivalents A et A', et comme, d'après la loi de Gay-Lussac, il est aussi égal au rapport de multiples entiers de leurs densités, on peut écrire

$$\frac{md}{m'd'} = \frac{nA}{n'A'}.$$

Si l'on a mesuré les volumes m et m' qui entrent dans la combinaison, ainsi que les densités d et d', et si en même temps on connaît les nombres d'équivalents n et n' qui forment la combinaison, ce que l'on détermine en consultant les analogies chimiques, on pourra déduire A' de A : par exemple,

Eau.

Oxygène... $m = 1$, $d = 1,106$, $n = 1$, $A = 100$.
Hydrogène. $m' = 2$, $d' = 0,069$, $n' = 1$, A' calculé $= 12,52$.

Tableau des densités de plusieurs gaz ou vapeurs.

D'APRÈS M. DUMAS	DENSITÉ	
	OBSERVÉE.	CALCULÉE.
Iode	8,716	8,6118
Protochlorure de phosphore	4,875	4,8076
Hydrogène arsenique	2,695	2,695
Protochlorure d'arsenic	6,300	6,2969
Mercure	6,976	6,9783
Chlorure de silicium	5,939	5,9599
Fluorure de silicium	3,600	3,5973
Chlorure de bore	3,942	4,0793
Acide fluoborique	2,3124	2,3075
Perchlorure d'étain	9,199	8,993
Perchlorure de titane	6,836	7,047
Phosphore	4,420	4,410
Soufre	6,617	6,665
D'APRÈS DIVERS OBSERVATEURS		
Hydrogène protocarboné	"	0,5596
Vapeur d'eau	0,6235	0,6200
Acide cyanhydrique	0,9476	0,9442
Oxyde de carbone	0,9569	0,9732
Bioxyde d'azote	1,0388	1,0390
Acide chlorhydrique	1,2474	1,2474
Protoxyde d'azote	1,5269	1,5269
Alcool absolu	1,6133	1,6016
Cyanogène	1,8064	1,8197
Acide sulfureux	2,1930	"
Chlore	2,4216	2,4260
Éther sulfurique	2,5860	2,5830
Essence de térebenthine	5,0130	4,2110

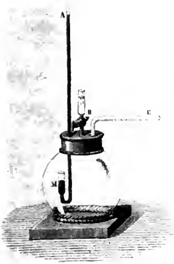
QUARANTE ET UNIÈME LEÇON.

LOIS DU MÉLANGE DES GAZ ET DES VAPEURS.

Tension maximum de la vapeur dans les gaz. — Loi du mélange des gaz et des vapeurs. — Application de la loi de Mariotte aux mélanges de gaz et de vapeurs. — Évaporation. — Froid produit par l'évaporation.

TENSION MAXIMUM DE LA VAPEUR DANS LES GAZ. — Nous avons précédemment étudié la production des vapeurs dans un espace vide ; il faut maintenant chercher les lois de leur formation dans une enceinte contenant des gaz. C'est encore à Dalton qu'on doit les premières expériences précises qui aient été faites sur ce sujet. Il prenait un ballon de verre (*fig.* 339) qui communiquait à l'extérieur par un entonnoir à robinet B, qui était en relation avec une machine pneumatique par un tube C et qui contenait la cuvette M d'un baromètre AM ou l'une des branches d'un manomètre à air libre. Si on fait le vide dans cet appareil, qu'on y laisse ensuite tomber par le robinet B quelques gouttes d'un liquide quelconque, ce liquide entre immédiatement en ébullition, et la vapeur atteint instantanément sa tension maximum. Dans ces conditions, l'expérience ne diffère point de celles que nous avons exécutées dans le vide barométrique. Mais on la recommence ensuite en laissant de l'air

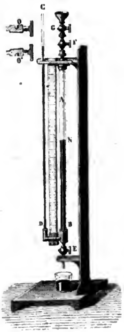
Fig. 339.



dans le ballon à des pressions plus ou moins grandes et à des températures qu'on élève plus ou moins en plongeant l'appareil dans l'eau chaude. On voit alors que la pression augmente après l'introduction du liquide, non plus rapidement comme dans le vide, mais avec une lenteur d'autant plus grande que la quantité d'air est plus considérable. A cette différence près, tout se passe comme dans le vide, et l'on mesure par l'augmentation que reçoit la pression la tension de la vapeur qui se forme. Dalton a trouvé que cette tension est, dans tous les cas, rigoureusement égale à celle qui se produit dans le vide à la même température.

Depuis Dalton, cette loi générale a été confirmée par Gay-Lussac, qui la vérifiait au moyen d'un appareil plus simple (*fig.* 340). AB et CD sont les deux branches d'un manomètre à air libre; la première est fermée en haut par une douille à robinet F qui est en fer. On peut visser sur elle un entonnoir muni d'un second robinet G dont la clef n'est pas percée; elle est seulement creusée d'une capsule que l'on voit à part sur la figure, qui s'emplit de liquide dans l'entonnoir quand on la tourne vers le haut en O, et qui verse ce liquide dans AB si on la dirige vers le bas en O'.

Fig. 340.



Quand on veut faire une expérience, on sèche l'appareil par un courant d'air, on le remplit de mercure chaud, puis on introduit un gaz bien sec dans l'intérieur en mettant la partie supérieure F en communication avec le réservoir de ce gaz et en laissant écouler du mercure par le robinet inférieur E. On ferme, on mesure la pression en notant la différence des niveaux et le volume en observant la division N où s'arrête le mercure; puis, ayant vissé le robinet à capsule G, on fait pénétrer plusieurs gouttes de liquide à l'intérieur. Aussitôt le mercure

baisse dans AB et monte dans CD, et bientôt, quoiqu'il y ait un excès de liquide, la pression devient stationnaire. Quand cela est, on ramène le niveau au point N, en versant du mercure par CD, l'air reprend le volume et la pression qu'il avait primitivement, et l'élévation du niveau dans CD représente la force élastique de la vapeur formée. Comme Dalton, Gay-Lussac trouva que cette force élastique est égale à celle qu'on observe dans le vide à la même température.

Ces expériences suffisaient pour qu'on admît la loi comme une approximation ; mais elles ne furent ni assez nombreuses ni assez suivies pour démontrer qu'elle est rigoureusement vraie. On peut même, à priori, douter de son exactitude absolue ; car si l'on mettait dans un vase plusieurs liquides différents, leurs tensions devraient toutes s'ajouter et produire une pression totale indéfiniment croissante si leur nombre augmentait indéfiniment. Comme cela n'est pas, il est probable que, même avec un seul liquide, la loi n'est qu'approximative.

Pour s'en assurer, M. Regnault fit de nouvelles expériences beaucoup plus complètes. Il se servit encore de l'appareil décrit page 136 et représenté dans les *fig.* 325 et 326. Après avoir déterminé préalablement la force élastique de la vapeur d'eau dans le vide presque complet, entre les températures de 0 et de 40 degrés, il recommença les mêmes mesures et de la même manière en laissant de l'air dans l'appareil, ou en y introduisant de l'azote. Il construisit ainsi une table des forces élastiques maxima que la vapeur prend dans les gaz et il la compara à celle qui résultait de ses expériences dans le vide. Je cite quelques-uns des résultats de M. Regnault.

TEMPÉRATURE.	TENSIONS DANS L'AIR		DIFFÉRENCE.
	DANS LE GAZ.	DANS LE VIDE	
o	mm	mm	
0,00	4,47	4,60	— 0,13
15,00	12,38	12,70	— 0,32
21,07	18,28	18,58	— 0,30
24,69	22,73	23,13	— 0,40
31,00	32,97	33,41	— 0,44
35,37	43,39	44,13	— 0,74
38,00	48,70	49,30	— 0,60
	TENSIONS DANS L'AZOTE.		
0,00	4,31	4,60	— 0,29
16,49	13,29	13,96	— 0,67
21,46	18,61	19,03	— 0,42
25,50	23,71	24,27	— 0,56
37,50	35,92	36,38	— 0,46
37,74	47,80	48,63	— 0,83
39,81	53,72	54,36	— 0,64

On voit par là que les tensions dans les gaz, bien que très-sensiblement égales aux tensions observées dans le vide, sont cependant toujours un peu plus faibles; et comme dans le vide et dans les gaz les mesures se faisaient avec le même appareil, ce n'est pas à une erreur constante de l'instrument qu'il faut attribuer ces écarts. M. Regnault craignit d'abord que le mercure ne fût attaqué par l'air; c'est pour cela qu'il recommença ses expériences dans l'azote; mais les mêmes différences se montrant, il est incontestable que la tension n'est pas tout à fait aussi grande dans les gaz que dans le vide. Cependant, comme ces différences sont très-faibles, on les a négligées, et M. Regnault a calculé de 10e en 10e de degré une table des forces élastiques entre les limites de température de l'atmosphère (*Annales de Chimie et de Physique*, tome XV, page 138). Nous extrayons de cette table les nombres suivants, pris de $\frac{1}{2}$ degré en $\frac{1}{2}$ degré; ils nous serviront bientôt pour l'hygrométrie. Quand on voudra trouver la force élastique pour une température comprise entre deux termes consécutifs de cette table, on pourra, sans erreur sensible,

admettre qu'elle croît proportionnellement à la différence des températures.

Table des tensions de la vapeur d'eau dans le vide ou dans les gaz.

°	m	°	m	°	m	°	m
− 10,0	2,078	+ 0,0	4,600	+ 10,0	9,165	+ 20,0	17,391
9,5	2,168	0,5	4,767	10.5	9,474	20,5	17,935
9,0	2,261	1,0	4,940	11.0	9.792	21.0	18.495
8,5	2,356	1,5	5,118	11,5	10.120	21,5	19,069
8,0	2,456	2,0	5,302	12,0	10,457	22,0	19,659
7,5	2,561	2,5	5,491	12,5	10,804	22,5	20,265
7,0	2,666	3,0	5,687	13,0	11,162	23.0	20.888
6,5	2,776	3,5	5,889	13,5	11,530	23,5	21,528
6,0	2,890	4,0	6,097	14,0	11,908	24,0	22,184
5,5	3,010	4,5	6,313	14,5	12,298	24,5	22,858
5,0	3,131	5,0	6,534	15,0	12,692	25,0	23,550
4,5	3,257	5,5	6,763	15,5	13,112	25,5	24,261
4,0	3,387	6,0	6,998	16,0	13,536	26,0	24,988
3,5	3,522	6,5	7,242	16.5	13,972	26,5	25,738
3,0	3,662	7,0	7,492	17,0	14,421	27,0	26,505
2,5	3,807	7,5	7,751	17,5	14,882	27,5	27,294
2,0	3,955	8,0	8,017	18,0	15,357	28,0	28,101
1,5	4,109	8,5	8,291	18.5	15,845	28,5	28,931
1,0	4,267	9,0	8,574	19.0	16,346	29.0	29,782
0,5	4,430	9,5	8.805	19.5	16.861	29.5	30,654
"	"	"	"	"	"	30,0	31,548

LOI DU MÉLANGE DES GAZ ET DES VAPEURS. — Dans tout ce qui précède, nous n'avons fait rien autre chose que de mesurer l'augmentation de pression qui survient dans un gaz quand on y met un liquide qui s'y vaporise. En voyant que cette augmentation est précisément égale à la tension maximum de la vapeur, on admet qu'il se forme une quantité de cette vapeur absolument égale en *poids* à celle qui prendrait naissance dans le même espace s'il était vide, et qu'elle se mêle purement et simplement au gaz sans aucune condensation, en ajoutant sa pression à la sienne. Non-seulement on admet cette loi quand les vapeurs sont à leur maximum, mais on l'étend aussi au cas où elles auraient une pression moindre, et l'on dit : Les gaz et les vapeurs en se mêlant entre eux prennent une tension égale

à la somme de celles qu'ils auraient individuellement dans le même espace.

Cependant les expériences précédentes ne suffisent point pour justifier cette conclusion ; car si l'on a mesuré l'accroissement de tension occasionné par la vapeur, on n'a point déterminé son poids, et il se pourrait qu'il fût plus grand que dans le vide.

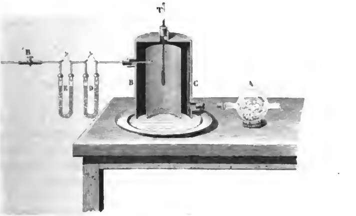
Les expériences de M. Regnault donnent même à cette hypothèse un certain degré de probabilité ; car, bien que nous ayons négligé les petites différences qui ont été trouvées entre les tensions de la vapeur dans le vide et dans les gaz, elles existent cependant, et il n'est point déraisonnable de les expliquer en supposant que l'air et la vapeur se contractent en se mêlant, de manière à acquérir une pression moindre que la somme de leurs tensions respectives. Si cela avait réellement lieu, la densité de la vapeur serait plus grande dans l'air que dans le vide, puisque cette vapeur serait réduite à un volume moindre. Il faut donc, avant d'admettre la loi que nous venons d'énoncer, chercher quelle est la densité de la vapeur dans les gaz.

Le procédé que M. Regnault a employé pour trouver dans le vide la densité de la vapeur d'eau pourrait également convenir pour la mesurer dans l'air : il suffirait de ne point faire le vide dans le ballon, de le remplir, au contraire, avec un gaz sec, et, après avoir fait crever les ampoules et mesuré la pression totale, d'en retrancher celle de l'air. La tension de vapeur qu'on obtiendrait ainsi serait plus faible que la tension théorique si une contraction de volume se fait réellement entre l'air et la vapeur. Toutefois M. Regnault fait remarquer qu'une partie du liquide peut demeurer adhérente au verre, y être retenue sans se vaporiser et produire le même effet de diminuer la pression. Pour éviter cette cause d'incertitude, il a imaginé d'autres procédés, parmi lesquels nous citerons le suivant.

Un courant d'air déterminé par un aspirateur traverse d'abord un ballon A rempli d'éponges mouillées (*fig.* 341) ; il arrive ensuite sous une cloche BC ; il filtre à travers un manchon de toile métallique que l'on a couvert de linges mouillés, et, saturé par ces contacts multipliés avec l'eau, il s'échappe à travers le conduit BDER. Il traverse plusieurs tubes à dessicca-

tion, dépose son humidité dans les deux premiers et arrive enfin dans l'aspirateur qu'il remplit.

Fig. 341.



Je suppose que le poids de la vapeur condensée dans ces tubes soit π, que la température et la pression moyennes de l'air pendant l'expérience soient t et H; il ne reste qu'à trouver le volume d'air saturé v qui a traversé les tubes à dessiccation.

A la fin de l'expérience, la température et la pression sont t' et H'; l'aspirateur contient un volume d'air $v_0(1+kt')$. Cet air est saturé, étant en contact avec l'eau; et il contient un volume de gaz sec qui, ramené à zéro et à 760 millimètres, est égal à

$$\frac{v_0(1+kt')}{1+at'}\,\frac{(H'-F')}{760}.$$

C'est cet air qui a traversé les tubes à dessiccation; mais il était alors à une température moyenne t; il était saturé et supportait une pression H — F; son volume était

$$v = v_0(1+kt')\,\frac{H'-F'}{H-F}\,\frac{1+at}{1+at'}.$$

Connaissant maintenant le volume v, qui contient à saturation un poids π de vapeur à la tension maximum F et dont la

densité est ρ, on a la formule connue

$$\rho = \frac{\pi}{v}\,\frac{(1+at)\,760}{(0,001293)\,F}.$$

On peut remplacer dans cette équation F par sa valeur tirée des tables précédentes, ρ par la densité théorique 0,622, calculer π, et comparer sa valeur calculée à sa valeur observée. C'est ce qu'a fait M. Regnault, et comme le calcul et l'observation s'accordent toujours très-sensiblement, on peut admettre qu'un mélange d'air et de vapeur à saturation peut être réellement considéré comme formé d'air sec d'une part et de vapeur dont la densité est 0,622 et dont la force élastique est celle qu'elle aurait dans le vide d'autre part, lesquels se mêlent sans contraction et en ajoutant leurs pressions. La loi du mélange des gaz et des vapeurs est maintenant vérifiée rigoureusement. Voici quelques résultats de M. Regnault :

TEMPÉRATURE	POIDS π.		DIFFÉRENCE.
	OBSERVÉ.	CALCULÉ.	
0,00°	0,273	0,273	0,000
5,85	0,424	0,424	0,000
12,88	0,653	0,659	— 0,007
14,65	0,731	0,736	— 0,006
20,57	1,010	1,013	— 0,003
25,11	1,315	1,328	— 0,013

LOI DE MARIOTTE APPLIQUÉE AU MÉLANGE DES GAZ ET DES VAPEURS. — Nous avons admis que les vapeurs suivent sensiblement la loi de Mariotte et se dilatent avec le coefficient 0,00366. Dès lors, quand on changera la température, la pression et le volume d'une masse donnée de vapeur, on aura les relations

$$\frac{vf}{1+at} = \frac{v'f'}{1+at'}, \quad f' = \frac{v}{v'}\,\frac{1+at'}{1+at}\,f.$$

Toutefois cette formule n'est applicable que dans les cas où la valeur calculée de f' est inférieure ou égale à la tension maximum de la vapeur à la température t'; si la formule don-

nait une valeur plus grande, cela indiquerait qu'une portion de la vapeur se serait condensée, en prenant la température t' et le volume v'.

Il en est de même d'un mélange de gaz et de vapeurs. Soient v, H, t, f les données dans un premier état du gaz, v', H', t', f' les mêmes quantités dans un deuxième état, on aura pour l'air seul,

$$\frac{v(\mathrm{H}-f)}{1+at}=\frac{v'(\mathrm{H}'-f')}{1+at'},\quad f'=\mathrm{H}'-\frac{v}{v'}\,\frac{1+at'}{1+at}(\mathrm{H}-f).$$

Il peut arriver que f' soit plus petit que la tension maximum de la vapeur à t', ou bien qu'elle lui soit égale; dans ces deux cas le problème sera possible; mais si f' dépasse la limite du maximum de tension, la rélation précédente ne s'appliquera pas. Ces formules permettent de résoudre un grand nombre de problèmes sur les vapeurs ou sur les mélanges de gaz et de vapeurs.

ÉVAPORATION. — Après avoir recherché, comme nous venons de le faire, les lois de la tension des vapeurs quand elles se produisent lentement par l'évaporation d'un liquide dans les gaz, nous allons étudier les circonstances de cette évaporation elle-même.

Dalton prenait un vase plat dans lequel il mettait de l'eau; il le pesait à un moment donné, puis il l'abandonnait dans l'atmosphère, et après un temps déterminé il le pesait une seconde fois. La perte de poids donnait la quantité de liquide évaporé.

Il fit d'abord cette expérience avec de l'eau échauffée et maintenue à des températures fixes, qui étaient comprises entre 40 et 100 degrés. L'air dans lequel il opérait était sensiblement sec. Il reconnut que la quantité d'eau évaporée pendant un même temps est proportionnelle à la force élastique de la vapeur aux températures de l'expérience.

Il prit ensuite l'eau à la température ordinaire et mesura son évaporation dans de l'air dont il déterminait le degré d'humidité. Dans ce cas, il trouva que l'évaporation est proportionnelle à $\mathrm{F}-f$, c'est-à-dire à la différence entre la tension maximum et la tension de la vapeur contenue dans l'air à la température de l'observation.

Cette deuxième loi, qui comprend la première comme cas particulier, peut se résumer par la formule suivante où C est un coefficient et où E exprime la quantité d'eau évaporée dans l'unité de temps,

$$E = C(F - f).$$

Plusieurs circonstances influent sur la valeur de C, c'est d'abord l'étendue S de la surface libre du liquide à laquelle C est proportionnel; c'est ensuite la pression du gaz H. A mesure que H diminue, les phénomènes se rapprochent de ceux qui se produisent dans le vide, c'est-à-dire que l'évaporation devient de plus en plus rapide; on admet qu'elle est en raison inverse de H, mais il est probable que cette loi n'est qu'approximative. Quoi qu'il en soit, nous l'accepterons et la formule deviendra

$$E = \frac{BS}{H}(F - f).$$

Quand l'air est plus ou moins agité, l'évaporation est plus ou moins abondante et cela n'a rien qui doive nous étonner. On conçoit, en effet, que la couche d'air en contact avec l'eau commence d'abord à se charger et même à se saturer de vapeur. Si elle reste immobile, elle cède peu à peu une partie de cette vapeur aux couches supérieures qui n'arrivent que lentement à la saturation; si, au contraire, on renouvelle constamment la portion d'air qui touche au liquide, toutes les parties du courant gazeux enlèvent une certaine quantité de vapeur dans leur passage et l'évaporation s'accélère. Dalton a aisément constaté l'exactitude de cette prévision en plaçant le vase plein d'eau tantôt dans une chambre fermée, tantôt sous le manteau d'une cheminée où se produisait un tirage qu'on activait encore en ouvrant les fenêtres. Mais comme il n'a point mesuré la vitesse du courant, on ne sait pas comment le coefficient B varie avec l'agitation de l'air.

Les liquides différents s'évaporent plus ou moins. Dalton, ayant comparé l'alcool et l'eau, trouva que la même formule leur est applicable à tous deux avec le même coefficient. Il n'y a donc, pour passer de l'un à l'autre, qu'à remplacer dans la formule la force élastique de l'eau par celle de l'alcool. En admettant cette loi, on voit que les liquides les plus aisément éva-

porables seront ceux qui ont le point de fusion le plus bas. Inversement, le mercure ou l'acide sulfurique devront s'évaporer très-peu. On n'a jamais pu, en effet, constater cette propriété dans l'acide sulfurique, mais M. Faraday a fait voir que le mercure la possède jusqu'à des températures très-basses; car en plaçant des lames d'or dans un flacon au-dessus d'un bain de mercure, elles blanchissent au bout de six semaines, même pendant les froids de l'hiver.

FROID PRODUIT PAR L'ÉVAPORATION. — Comme toute vapeur absorbe de la chaleur en se formant, toute évaporation est une cause de refroidissement. C'est ce qui explique l'expérience de Leslie ou le froid qu'on éprouve quand on verse de l'éther dans sa main, et c'est ce qui a conduit à l'emploi des alcarazas. Conséquemment, si l'on suspend dans l'air un thermomètre entouré d'un linge toujours humecté, il se refroidira et arrivera à une température stationnaire lorsque la chaleur qu'il perd par suite de l'évaporation sera devenue égale à celle qu'il reçoit par les causes extérieures qui le réchauffent. Or la chaleur qu'il perd est proportionnelle à la quantité de vapeur qui se forme ou à $\frac{\text{BS}}{\text{H}}(\text{F}'-f)$, et la chaleur qu'il reçoit est proportionnelle à son abaissement de température $(t-t')$ et aussi à sa surface S; donc on devra avoir la relation

$$\text{MS}(t-t')=\frac{\text{BS}}{\text{H}}(\text{F}'-f) \quad \text{ou} \quad t-t'=\frac{\text{A}}{\text{H}}(\text{F}'-f),$$

F′ étant la force élastique maximum à la température t' du liquide.

Nous verrons bientôt le parti qu'on peut tirer et qu'on a tiré de cette formule; nous ferons seulement remarquer que l'agitation de l'air doit peu influer sur le refroidissement; car si, d'une part, un courant gazeux enlève plus d'humidité au thermomètre, d'un autre côté il le réchauffe davantage et ces deux actions se balancent à peu près. La seule différence, c'est qu'un courant d'air amène plus vite le maximum de refroidissement.

QUARANTE-DEUXIÈME LEÇON.

HYGROMÉTRIE.

But de l'hygrométrie. — Hygromètre de Saussure. — Méthode chimique. — Psychromètre. — Hygromètres à condensation. — Hygromètre de Daniell. — Hygromètre de M. Regnault.

BUT DE L'HYGROMÉTRIE. — L'atmosphère terrestre, qui est toujours en contact avec l'eau par des surfaces considérables, contient évidemment des quantités de vapeur variables avec le temps et les lieux; c'est cette vapeur, transportée par les vents, qui détermine les météores aqueux, tels que la pluie, les brouillards, la neige, etc. Nous n'étudierons pas ces phénomènes qui sont du domaine spécial de la météorologie; mais nous allons montrer comment on peut mesurer à chaque instant la quantité d'humidité que l'air renferme. C'est le but de l'hygrométrie.

On peut considérer le problème de l'hygrométrie à trois points de vue différents :

1°. On peut se proposer de trouver quelle est à un moment donné la force élastique f de la vapeur dans l'air.

2°. On peut chercher quel est le poids π de la vapeur contenue dans v litres d'air atmosphérique; ce poids π est représenté par la formule suivante

$$\pi = \frac{v(1^{gr},293)(0,622)}{(1+at)\,760} f = \frac{v(0^{gr},81)}{(1+at)\,760} f.$$

Il est évident que cette deuxième recherche revient à la première; car si l'on connaît f, on pourra calculer π; et réciproquement, si l'on a mesuré π, on trouvera f par la formule précédente.

3°. L'air étant plus ou moins humide, suivant qu'il est plus ou moins rapproché de son point de saturation, ou suivant que

la force élastique f de la vapeur qu'il contient est plus ou moins près d'être égale à la tension maximum F, on peut se proposer de déterminer le rapport $\frac{f}{F}$; ce sera une fraction d'autant plus petite que l'air sera plus sec, et d'autant plus rapprochée de l'unité que l'air sera plus humide; sa valeur peut être prise comme mesure de l'*état hygrométrique* ou de la *fraction de saturation* de l'air.

Si l'air était saturé, le poids Π de vapeur contenu dans un volume v à t degrés serait

$$\Pi = \frac{v(0^{gr},81)F}{(1+at)760}$$

et l'on a, en divisant π par Π,

$$\frac{\pi}{\Pi} = \frac{f}{F}.$$

L'état hygrométrique représente donc à la fois les rapports $\frac{f}{F}$ et $\frac{\pi}{\Pi}$; il est égal au quotient de la force élastique existant dans l'air par la tension maxima, ou bien au quotient du poids de vapeur contenu dans un volume v par le poids qui s'y trouverait si l'air était saturé.

On voit maintenant que F étant donné à toutes les températures par les tables de tensions de la vapeur d'eau, on pourra calculer $\frac{f}{F}$ si l'on a mesuré f ou π, comme aussi l'on pourra obtenir la valeur de f et de π si l'on a déterminé $\frac{f}{F}$.

En résumé, toutes les questions que l'on peut se proposer dans l'hygrométrie pourront être résolues si l'on a déterminé expérimentalement, ou la force élastique de la vapeur f contenue dans l'air, ou le poids π de vapeur contenu dans un volume v, ou enfin le rapport $\frac{\pi}{\Pi} = \frac{f}{F}$, c'est-à-dire l'état hygrométrique; or il y a trois méthodes expérimentales qui mesurent ces trois quantités f, π, $\frac{f}{F}$, nous allons les exposer en suivant l'ordre historique des découvertes.

HYGROMÈTRE DE SAUSSURE. — Il y a, comme tout le monde le sait, des substances que l'on nomme *hygrométriques*, parce qu'elles absorbent dans l'air l'humidité qui s'y trouve. Presque toutes les matières animales ou végétales séchées possèdent cette propriété, et l'observation prouve en outre qu'elles augmentent de volume toutes les fois qu'elles se chargent d'eau. Ainsi, le bois, les fanons de baleine, les cordes à boyau, se gonflent perpendiculairement au sens de leurs fibres, et les cheveux, que l'on peut considérer comme étant formés par une suite de cônes emboîtés, s'allongent ou se raccourcissent suivant qu'ils sont placés dans l'air humide ou sec. D'ailleurs, ces corps ne se dilatent pas sensiblement par l'effet de la chaleur, et puisque leurs changements de volume sont exclusivement produits par l'humidité de l'air, ils peuvent servir à la mesurer. Ayant reconnu cette propriété, Saussure construit de la manière suivante le premier hygromètre précis qui fut imaginé.

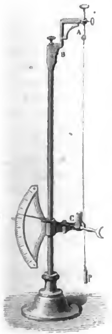
Il prend une mèche de cheveux, longs, lisses et soyeux, qui doivent être coupés sur une tête vivante et saine. Comme ils sont toujours revêtus d'une couche huileuse qui les préserverait de l'action de l'humidité, il commence par les dégraisser. A cet effet, il les coud dans une enveloppe de toile, il les fait bouillir pendant trente minutes dans une lessive contenant $\frac{1}{10}$ de carbonate de soude et il les laisse refroidir en les maintenant dans la solution. Cette opération suffit pour les rendre propres à l'usage auquel on les destine; si on la prolongeait davantage, on les altérerait.

Il choisit ensuite un de ces cheveux, le fixe par une de ses extrémités à la partie supérieure A (*fig.* 342) d'un support de laiton, l'enroule sur une poulie C et le termine par un poids P qui doit être assez fort pour le tendre, et trop faible pour l'allonger; Saussure limite ce poids à $0^{gr},2$. La poulie porte une aiguille qui parcourt un limbe métallique où l'on tracera tout à l'heure la graduation de l'appareil, et qui, étant entraînée par les mouvements du cheveu, accuse les variations de l'état hygrométrique; elle monte quand il pleut et descend quand l'air est sec.

Pour graduer identiquement tous les hygromètres, on les couvre avec une cloche pleine d'air que l'on dessèche d'abord

en y introduisant une plaque de tôle revêtue d'un vernis fondu de carbonate de potasse. On voit l'appareil se fixer en un point invariable qui indique la sécheresse absolue et que l'on marque zéro. Après cela, on place la cloche sur une assiette pleine d'eau; l'air se sature, le cheveu s'allonge et l'aiguille s'arrête à une autre position qui correspond à l'humidité extrême; on y marque 100 degrés. Enfin on divise en 100 parties égales l'intervalle compris entre les deux points fixes.

Fig. 342.



Abandonné maintenant dans l'air, cet instrument indique des *degrés* d'humidité variables; c'est un hygroscope, mais il ne résout aucun des problèmes que nous avons proposés précédemment. Saussure le sentit et il commença des expériences pour chercher quel est l'état hygrométrique qui correspond à chaque degré de la division empirique précédente. Après lui, cette question fut reprise par Dulong, Gay-Lussac et Melloni, mais ce n'est qu'après les expériences de M. Regnault que l'on connut complétement toutes les circonstances qui influent sur l'hygromètre. Ces expériences sont les seules que nous rapporterons.

M. Regnault commença par préparer des solutions titrées d'acide sulfurique; elles avaient les compositions suivantes.

$$SO^3 + 2HO,\quad SO^3 + 3HO, \ldots,\quad SO^3 + 10HO,$$
$$SO^3 + 12HO,\quad SO^3 + 18HO.$$

Il introduisit ensuite une petite quantité de ces diverses dissolutions dans le baromètre à vapeur de l'appareil représenté *fig.* 325, page 136. Comme on le pense bien, les forces élastiques de la vapeur produite furent d'autant moindres que la solution était plus concentrée; M. Regnault les mesura, et opérant absolument comme il l'avait fait précédemment pour

l'eau pure, il dressa les tables de ces forces élastiques entre les températures de 5 et 35 degrés. Ces tables se trouvent dans les *Annales de Chimie et de Physique*, tome XV, page 179; nous y renverrons le lecteur.

Après ces recherches préliminaires, on verse au fond d'un grand bocal en verre une couche peu épaisse de l'une des solutions précédentes; on suspend au-dessus l'hygromètre et un thermomètre, et, après avoir fermé le vase par un plateau de verre rodé, on attend que l'hygromètre s'arrête à une division fixe du limbe. Soient a cette division et t la température. On cherche dans les tables les tensions f et F données à t degrés par la solution et par l'eau pure, et le quotient $\frac{f}{F}$ exprime l'état hygrométrique qui correspond à la division a marquée sur l'échelle de Saussure. On répète ensuite la même opération avec toutes les solutions préparées, ce qui donne autant de points de correspondance que l'on a fait d'épreuves. Par interpolation, on dresse enfin une table qui fera connaître les états hygrométriques pour chaque degré du limbe divisé.

M. Regnault fit cette table de correspondance pour plusieurs hygromètres qu'il plongeait à la fois dans le même bocal. Ils avaient été préparés, les uns avec les mêmes cheveux lavés dans la même lessive, les autres avec des cheveux très-différents par leur origine, leur finesse et leur couleur, que l'on avait dégraissés ensemble ou séparément; quelques autres ne différaient que par leur poids tenseur, et enfin l'un d'eux, qui était très-ancien, avait été construit à Genève par un artiste nommé Paul, contemporain de Saussure. Cette comparaison d'appareils si divers fit voir qu'ils ne sont point identiques, comme on l'avait supposé sans preuve; toutes les circonstances qui établissent une différence entre les cheveux qu'on emploie, font changer la table de correspondance qui leur convient. Les résultats qui suivent mettent ce fait hors de toute contestation.

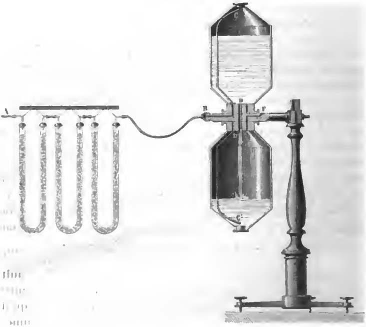
$\frac{f}{F}$	1er hygromètre.	2e hygromètre.	3e hygromètre.
0,000	0,0	0,0	0,0
0,021	2,4	2,6	4,6
0,092	14,2	14,5	19,3
0,189	35,5	36,3	40,0
0,356	58,5	59,9	61,3
0,541	76,8	77,6	78,0
0,671	87,3	87,7	86,7
0,778	93,4	93,2	91,3
1,000	100,0	100,0	100,0

On ne peut donc plus songer à construire une table de graduation unique applicable à tous les hygromètres, comme l'avaient essayé Dulong, Gay-Lussac et Melloni; il faut, au contraire, après avoir adapté à chaque appareil la division arbitraire de Saussure, le graduer spécialement en suivant la méthode de M. Regnault. Cette obligation enlève à l'hygromètre toute sa simplicité et même, quand on y a satisfait, toute incertitude n'a pas disparu; car nous ne savons pas si la table, construite pour une température donnée, resterait exacte à d'autres degrés du thermomètre. Il est, au contraire, très-probable que f et F changeant tous deux, les allongements du cheveu ne resteront pas rigoureusement égaux quand l'état hygrométrique $\frac{f}{F}$ demeurera constant et qu'il faudrait avoir pour chaque température une table spéciale. M. Regnault avait commencé des expériences pour étudier cette influence de la température; mais un accident survenu à l'appareil qu'il employait ne lui a pas permis de les terminer. En résumé, l'hygromètre de Saussure est un instrument fort incomplet. Tel que le construisait son inventeur, il ne donnait que des indications empiriques; et si on veut le graduer rationnellement, il faut exécuter pour chaque instrument une série d'expériences longues et délicates; il faudrait même les répéter de temps en temps pour être certain qu'un appareil si altérable et si fragile ne se transforme pas. Enfin on manque de données pour savoir si la graduation peut être appliquée à toutes les températures.

MÉTHODE CHIMIQUE. — M. Brunner a imaginé de déterminer directement par une véritable analyse chimique le poids d'eau renfermé dans un volume déterminé *v* d'air. Cette méthode, qui ne laisse rien à désirer sous le rapport de l'exactitude, se pratique de la manière suivante :

Un tube de caoutchouc fixé en A (*fig.* 343) va chercher l'air dans l'atmosphère au point que l'on veut étudier, et un aspi-

Fig. 343.



rateur plein d'eau qui s'écoule lentement, provoque un courant d'air qui traverse trois tubes pleins de ponce sulfurique. Le gaz dépose la presque totalité de sa vapeur dans le premier tube et achève de se dessécher dans le second; le troisième est destiné à empêcher l'humidité de l'aspirateur de revenir en sens inverse du courant gazeux, pour se dissoudre dans la pierre ponce. On a pesé les deux premiers avant l'opération, on les pèse de nouveau quand elle est terminée, et l'augmen-

tation qu'ils ont éprouvée est le poids de la vapeur. On a

$$(1)\qquad \pi = \frac{v(0^{gr},81)x}{(1+at)\,760}.$$

x est la force élastique de la vapeur contenue dans l'air, t est la température moyenne pendant l'opération, v est le volume d'air écoulé exprimé en litres.

Pour déterminer ce volume v, il faut avoir préalablement jaugé l'aspirateur. Soit v_0 sa capacité à 0 degré; elle devient $v_0(1+kt')$ à la fin de l'expérience, quand la température est t'; elle contient un volume d'air égal qui est à la pression H′ de l'atmosphère, qui est saturé d'humidité, puisqu'il est en contact avec l'eau, et qui renferme de l'air sec à la pression $H'-F'$. Le volume de cet air sec serait, sous la pression 760 et à la température de zéro,

$$\frac{v_0(1+kt')(H'-F')}{(1+at')\,760}.$$

C'est l'air sec qui a traversé les tubes; mais, pendant l'expérience, il était à une température moyenne t et comme il contenait de la vapeur à une tension x, il avait une pression $(H-x)$, H représentant la pression moyenne pendant l'opération. Son volume v était donc

$$v = v_0(1+kt')\,\frac{H'-F'}{H-x}\,\frac{1+at}{1+at'}.$$

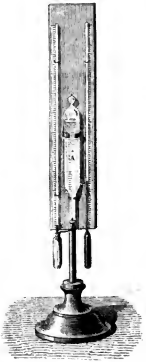
On peut maintenant remplacer v par sa valeur dans l'équation (1) et calculer x.

Les aspirateurs que l'on emploie aujourd'hui permettent de continuer l'opération pendant très-longtemps. Ils sont composés de deux réservoirs placés l'un au-dessus de l'autre (*fig.* 343) et qui tournent à frottement autour d'un axe horizontal BF qui les supporte. Dans la position indiquée par la figure, l'air est aspiré par le tube ABC, il arrive en C au-dessus du niveau de l'eau et la remplace dans le réservoir DC, pendant qu'elle s'écoule par le conduit DD. En même temps le vase inférieur s'emplit et l'air s'en échappe par un autre tube EF. Quand tout le liquide est tombé, on retourne les deux réservoirs, et comme ils sont construits d'une manière identique, ils ne font que changer de rôle en changeant de place.

La méthode que nous venons d'exposer ne s'appuie sur aucun principe incertain; elle serait parfaite si elle n'exigeait une manipulation longue et délicate qu'il serait fort difficile de recommencer plusieurs fois par jour à toutes les époques de l'année. Pour cette raison on a cherché un autre appareil qui pût réunir à la fois tout le degré de certitude de la méthode chimique et toute la commodité de l'hygromètre à cheveu. On a cru pendant longtemps l'avoir trouvé dans le psychromètre que nous allons discuter.

PSYCHROMÈTRE. — Plaçons l'un auprès de l'autre (*fig.* 344) sur une même planchette deux thermomètres B et C, bien concordants et très-sensibles. Enveloppons le réservoir du second avec une étoffe de gaze toujours humectée par de l'eau qu'elle reçoit d'un réservoir A, par l'intermédiaire d'une mèche de coton. Cet instrument est le psychromètre. On sait, par ce qui a été dit au sujet de l'évaporation, que la température t' du thermomètre mouillé devient inférieure à t, celle du thermomètre sec, et que la différence $t - t'$, est donnée par la formule de la page 205.

Fig. 344.



$$t - t' = \frac{A}{H}(F' - x).$$

Si donc on a déterminé préalablement la constante A, on pourra mesurer $t - t'$ et H, chercher dans les tables la tension maximum F′ et calculer la valeur de x. Le psychromètre a été d'abord proposé par Leslie et étudié par Gay-Lussac; le Dr August, de Berlin, lui a donné sa dernière forme, et par des considérations théoriques il a déterminé la constante A à peu près comme il suit :

On suppose, 1° qu'une enveloppe mince d'air atmosphérique de volume v arrive sur la surface du thermomètre; 2° qu'elle se refroidit de t à t' et cède de la chaleur; 3° que l'évaporation de l'eau sature cette couche et absorbe de la chaleur; 4° qu'après la saturation l'enveloppe gazeuse est remplacée par une autre qui continue le même effet; 5° que l'équilibre de température est atteint quand la chaleur cédée par le refroidissement de la couche d'air est égale à la chaleur absorbée par la vapeur qui la sature en se formant.

Le poids de l'air sec contenu dans l'enveloppe considérée, au moment où elle est à t' degrés et saturée de vapeur, est donné par la formule connue,

$$\frac{v(0^{gr},001293)(H-F')}{(1+at')760} = \omega(H-F').$$

Le poids de la vapeur qu'elle contenait à l'origine et dont la tension était x, sera, en désignant par δ la densité de la vapeur,

$$\frac{v(0^{gr},001293)\delta x}{(1+at')760} = \omega\delta x.$$

Enfin le poids de la vapeur qui est formée par l'évaporation et dont la tension est $F'-x$, s'exprime par

$$\frac{v(0^{gr},001293)(F'-x)\delta}{(1+at')760} = \omega\delta(F'-x).$$

L'air sec que contient cette couche et la vapeur qui s'y trouvait à l'origine se refroidissent de t à t' et la quantité de chaleur qu'ils perdent sera, en désignant par k et k' les chaleurs spécifiques de l'air et de la vapeur,

$$\omega(H-F')k(t-t') + \omega\delta x k'(t-t').$$

D'un autre côté, la vapeur qui s'est formée absorbe une quantité de chaleur qui est égale au produit de son poids par sa chaleur latente λ,

$$\omega\delta(F'-x)\lambda.$$

En égalant la chaleur cédée à la chaleur absorbée, et mettant x en facteur commun,

$$x[\delta\lambda + \delta k'(t-t')] = F'[\delta\lambda + k(t-t')] - k(t-t')H,$$

d'où l'on tire

$$x = \mathrm{F}' \frac{1 + \frac{k}{\delta\lambda}(t - t')}{1 + \frac{k'}{\lambda}(t - t')} - \mathrm{H} \frac{\frac{k}{\delta\lambda}(t - t')}{1 + \frac{k'}{\lambda}(t - t')}.$$

Il faut maintenant remarquer que λ étant une quantité très-grande, tandis que k, k' et $(t - t')$ sont toujours très-petits, on peut sans erreur sensible réduire la formule à

$$x = \mathrm{F}' - \frac{k}{\delta\lambda}(t - t')\,\mathrm{H},$$

dans laquelle il n'y a plus qu'à remplacer k, δ et λ par leurs valeurs, qui sont $k = 0,237$, $\delta = 0,622$, et $\lambda = 600$,

$$x = \mathrm{F}' - 0,000635\,(t - t')\,\mathrm{H}.$$

Pour établir cette formule, nous avons admis que la couche très-mince d'air qui entoure le thermomètre se sature d'humidité et se refroidit jusqu'à t', qu'ensuite elle disparaît pour faire place à une autre couche qui éprouve à son tour les mêmes effets. C'est une hypothèse que rien ne démontre. Sans doute cette couche prend de la vapeur et se refroidit; mais rien ne prouve qu'elle en prenne jusqu'à saturation et se refroidisse jusqu'à t'. Il se pourrait très-bien qu'elle abandonnât le réservoir mouillé avant d'avoir atteint cet état limite, et cela arrivera très-certainement si l'air est vivement agité autour de l'instrument. Dans ce cas, l'évaporation deviendra plus rapide et l'abaissement de température devra être augmenté. Non-seulement le calcul de la constante repose sur cette hypothèse et ne tient aucun compte de l'agitation perturbatrice de l'air, mais il néglige encore une autre action qui ne peut être nulle : c'est le rayonnement des corps voisins vers le thermomètre et le réchauffement qu'il en doit recevoir. Il y a donc dans la théorie comme dans l'emploi du psychromètre des incertitudes et des causes d'erreur que M. Regnault a mises en évidence par des observations nombreuses que nous allons sommairement rapporter.

M. Regnault a placé dans un tube maintenu à une température constante deux thermomètres, dont l'un était mouillé, et

il fit passer dans ce tube un courant d'air bien desséché dont il faisait varier la vitesse. Dans ce cas, $x = 0$, puisque l'air ne contient pas d'humidité, et la formule devient

$$0 = F' - \frac{k}{\delta\lambda}(t - t')\,H;$$

par conséquent, le refroidissement $t - t'$ devrait être constant et pourrait se calculer par des approximations successives, en remplaçant F' dans la relation précédente, d'abord par F et successivement par les tensions maxima F' correspondantes aux valeurs successivement trouvées pour t'.

Les résultats suivants prouvent que cette constance n'existe pas, que $t - t'$ augmente avec la vitesse de l'air, et qu'il est différent du nombre 11°,23 que la formule donnerait.

t	t'	$t - t'$	Gaz écoulés en 1 minute.
°			cc
14,96	7,58	7,38	797
	6,87	8,09	1096
	5,42	9,54	1466
	5,16	9,80	1845
	4,67	10,29	3045
	4,33	10,63	5067

Bien que ces expériences soient exécutées dans des circonstance tout exceptionnelles, elles montrent que les indications du psychromètre dans l'air atmosphérique doivent dépendre de la vitesse du vent. On en a d'ailleurs la preuve directe par une expérience bien simple, qui consiste à attacher à une côrde le thermomètre mouillé et à le faire rapidement tourner comme une fronde. Cette opération le fait toujours baisser de plusieurs dixièmes de degré. Néanmoins, tant que la vitesse du vent ne dépasse pas 4 à 5 mètres par seconde, elle est sans influence appréciable.

La deuxième cause perturbatrice est la présence des parois rayonnantes voisines. Pour l'étudier, M. Regnault faisait concurremment l'emploi de la méthode chimique et du psychromètre, de manière à contrôler les indications de celui-ci par des expériences analytiques certaines. Il opéra successivement, dans une petite chambre bien close, dans l'amphithéâtre

de physique du Collége de France, dont les fenêtres étaient d'abord fermées, ensuite ouvertes, et enfin il plaça le psychromètre dans une vaste cour et loin des murs. Dans ces circonstances diverses, la température observée t' fut toujours un peu plus élevée que sa valeur calculée par la formule, et le réchauffement de l'appareil fut d'autant plus considérable, que l'espace était plus abrité et plus resserré.

Il résulte de ces diverses observations que le psychromètre, tout en s'approchant beaucoup de se conformer à la formule théorique précédente, est néanmoins soumis à des causes de perturbation locales et variables que l'on ne peut introduire dans le calcul, et dont il faut cependant tenir compte si l'on veut employer cet instrument dans les observatoires. Ce qui paraît le plus simple à faire, c'est de conserver la même forme de fonction, et d'y remplacer le coefficient $\frac{k}{\delta\lambda}$ par une quantité A que l'on déterminera spécialement dans chaque localité. La formule devient alors

$$x = f' - A(t - t')H.$$

Pour calculer la valeur de A qui convient au lieu dans lequel on veut placer un psychromètre, on fera par la méthode chimique plusieurs expériences qui donneront la valeur exacte de x; en même temps on observera le psychromètre qui fera connaître t et t', et en remplaçant ces quantités x, t et t', dans la formule, on calculera A. Les valeurs que l'on trouve ainsi sont à peu près constantes pour un même lieu, à moins que le vent n'y soit considérable ou que l'eau ne se congèle sur la boule; mais elles ne varient ni quand les autres circonstances atmosphériques changent, ni même quand l'instrument est frappé par les rayons solaires.

Pour donner une idée des variations que A peut éprouver, voici les résultats de quelques expériences :

Valeurs de A.

D'après la formule	0,000635
Cour du Collége de France	0,000740
Amphithéâtre ouvert...........	0,000770
Amphithéâtre fermé.............	0,001000
Petite chambre fermée	0,001280
A l'air libre, au-dessous de zéro, si l'air est presque sec.........	0,000750
A l'air libre, au-dessous de zéro, si l'air est presque saturé.....	0,001300

Une fois qu'on aura déterminé la valeur de A qui convient à un instrument et à une orientation donnée, on pourra se servir du psychromètre pour mesurer x; mais on voit que cet instrument est loin d'obéir à une loi aussi simple qu'on l'avait d'abord supposé; c'est un appareil en réalité aussi empirique que l'hygromètre de Saussure, et qui exige comme lui une graduation spéciale.

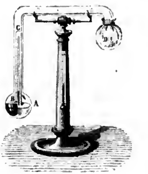
HYGROMÈTRES A CONDENSATION. — Nous arrivons enfin à une dernière méthode incomparablement préférable aux précédentes. Le Roy, de Montpellier, a proposé le premier de refroidir dans l'air un vase plein d'eau en y jetant successivement de petits morceaux de glace, jusqu'au moment où un dépôt de rosée commence à se former sur sa surface. Il est évident que la couche d'air qui est en contact avec le vase en partage la température, et si la rosée se forme à t', c'est qu'alors l'air commence à être sursaturé et que la force élastique x de la vapeur qu'il contient est un peu plus grande que la tension maximum F' qui correspond à t'. On laisse ensuite réchauffer le vase peu à peu, et bientôt la rosée disparaît à la température t''; à cet instant l'air cesse d'être saturé, puisque l'eau condensée reprend l'état gazeux, et conséquemment la force élastique x est inférieure à la tension maximum F'' qui correspond à t''. x se trouve ainsi compris entre F' et F'' et peut être pris en moyenne comme égal à $\frac{F'+F''}{2}$.

Tel est le principe des hygromètres condenseurs. Ce principe est simple; aucune cause perturbatrice ne peut intervenir

pour le modifier, et la seule chose qui reste à faire est d'imaginer une disposition d'appareils qui permette de réaliser aisément ces conditions théoriques.

Daniell place sur un support (*fig.* 345) un siphon de verre fermé, purgé d'air et contenant de l'éther en A. Il est terminé par deux boules; la première D qui est couverte d'une gaze; la deuxième A, qui est nue, et dans laquelle est fixé un thermomètre très-sensible BC. Quand on veut faire une observation, on verse quelques gouttes d'éther sur la gaze qui recouvre D; elles s'évaporent rapidement, refroidissent la boule D et, d'après le principe de la paroi froide, il se produit une distillation du liquide intérieur de A vers D, une absorption de chaleur latente en A, un refroidissement du thermomètre BC et bientôt un dépôt de rosée sur la boule A. L'observateur se place à une petite distance, de manière à voir se réfléchir l'image du ciel sur la surface du verre en B; il reconnaît le moment où la rosée se forme, au voile qui s'étend sur le point brillant et à une diminution brusque dans l'intensité de lumière réfléchie; il note alors la température, c'est t'. En cessant de verser de l'éther sur D, cette température se relève, et quand la rosée disparaît, le thermomètre marque t''.

Fig. 345.



Cet appareil laisse subsister quelques causes d'erreur. 1° Le refroidissement se fait en A par la surface supérieure du liquide, qui est toujours plus froide que la masse : c'est au niveau de cette surface que la rosée se dépose; c'est aussi à ce niveau qu'il faudrait mesurer la température, mais le thermomètre plongé dans l'intérieur marque une température plus élevée que celle de la couche terminale; 2° la paroi de la boule, qui est en verre, conduisant imparfaitement la chaleur, est plus chaude à l'extérieur qu'à l'intérieur, et le thermomètre n'indique pas la température de la couche d'air quand elle commence à déposer de la rosée; 3° l'observateur, obligé de se tenir au voisinage de l'appareil, introduit de la vapeur dans

l'air et modifie, par l'évaporation dont il est le siége, l'état hygrométrique du lieu; 4° l'éther versé sur la boule A en s'évaporant dans l'air y amène de nouvelles vapeurs qui doivent influer sur le résultat, puisque lui-même contient de l'eau; 5° enfin la manipulation n'est pas commode, car il est difficile de verser régulièrement l'éther en D et de régler la progression du refroidissement, qui peut être trop rapide ou trop lent et qui dans les temps secs et chauds devient insuffisant pour produire la condensation.

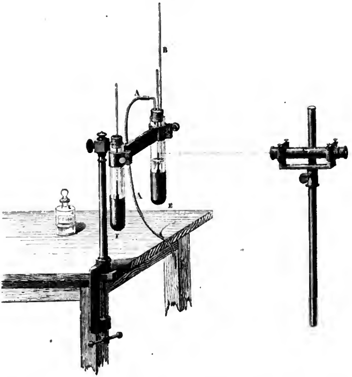
On voit que l'hygromètre de Daniell laisse à désirer, non pas au point de vue de la théorie, mais parce qu'il ne réalise pas sans causes d'erreur le principe de la condensation. M. Regnault remplace cet instrument par un autre auquel on ne peut rien reprocher de semblable.

Un tube de verre E (*fig.* 346), terminé par un dé d'argent très-mince et parfaitement poli, contient de l'éther. Le bouchon qui le ferme donne accès, d'abord à un tube B qui plonge dans le liquide, ensuite à un autre tube A qui communique avec un aspirateur, enfin à un thermomètre qui indique la température intérieure. Quand l'aspirateur marche, un courant d'air circule dans l'éther, y produit une évaporation et un refroidissement, et bientôt la rosée se dépose sur le dé d'argent. On remarquera, 1° que cette manipulation tout intérieure ne change pas l'état de l'air ambiant; 2° que le dé d'argent très-mince et très-conducteur est à la même température sur ses deux faces; 3° que le liquide agité constamment est au même degré dans tous ses points, et que le thermomètre indique nécessairement la température de l'air qui enveloppe la surface du dé; 4° enfin qu'en réglant convenablement le jeu de l'aspirateur on peut produire un refroidissement rapide ou lent, à volonté, et s'arrêter précisément au moment où le voile de rosée se forme.

Avec ces conditions, ce nouveau condenseur possède déjà sur celui de Daniell une supériorité marquée; mais il fallait encore pouvoir saisir avec une précision plus grande que précédemment le moment où la rosée se dépose, et voici comment on y parvient. A côté du dé précédent, on en fixe un second F qui est tout semblable, qui contient lui-même un thermomètre pour mesurer la température de l'air, mais dans

lequel on ne met pas d'éther. L'observateur se place à 10 mètres environ, avec une lunette G qui vise les deux tubes à la fois et

Fig. 346.



qui, avant l'opération, permet de constater la parfaite égalité de leur poli. La lunette doit grossir assez pour que tous les détails des surfaces soient parfaitement saisis, et posséder un champ assez large pour qu'on puisse lire sans la déplacer les températures des deux thermomètres. A cette distance, l'observateur n'exerce aucune influence sur l'air ni sur les thermomètres, et l'aspirateur étant à la portée de sa main, il en règle la marche en manœuvrant le robinet, de façon que l'abaissement de température se fasse très-lentement et très-régulièrement. Au bout d'un certain temps, la rosée se forme, et grâce au grossissement de la lunette, on en est averti aus-

sitôt par la différence d'éclat des deux dés. On ferme le robinet à l'instant même et on lit la température t'. L'appareil se réchauffe ensuite, et après un temps très-court la surface réfléchissante redevenant claire, on note t'' qui est très-sensiblement égal à t'.

Avec un peu d'habileté, avec la précaution de régler convenablement le jeu de l'aspirateur, on voit souvent la rosée se former et disparaître alternativement sans que l'on puisse constater aucune variation de la température; c'est que les effluves d'air qui arrivent à l'appareil sont alternativement plus ou moins chargés de vapeur et que l'instrument possède toute la sensibilité qu'il faut pour manifester ces variations, et à plus forte raison pour accuser tout changement hygrométrique si minime qu'il soit. Bien qu'il exige pendant quelques minutes l'intervention de l'observateur, l'appareil condenseur n'offre guère plus de difficulté dans son emploi continu que l'hygromètre de Saussure ou le psychromètre; et il rachète cette légère infériorité par tant de certitude dans les mesures et tant de sensibilité dans les indications, qu'on ne peut hésiter à laisser de côté les méthodes précédentes pour adopter exclusivement celle-ci.

PROPAGATION DE LA CHALEUR.

QUARANTE-TROISIÈME LEÇON.

DÉCOMPOSITION DE LA CHALEUR RAYONNANTE.

Notions préliminaires. — Appareil de Melloni. — Graduation du galvanomètre. — Décomposition de la chaleur. — Chaleurs lumineuses. — Chaleurs obscures.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES. — Lorsqu'un corps a été échauffé et qu'on le place dans le voisinage ou au contact de substances dont la température est plus basse que la sienne, il se refroidit et les échauffe. La chaleur peut donc se transmettre. On reconnaît aisément d'ailleurs que cette communication s'accomplit suivant deux modes distincts : 1° lentement et de proche en proche, à travers les molécules de milieux continus, c'est-à-dire par *conductibilité;* 2° rapidement et à distance, en franchissant directement l'intervalle qui sépare deux corps éloignés; alors elle se propage par *rayonnement.* Nous allons étudier d'abord ce dernier phénomène.

L'expérience journalière nous apprend que la chaleur du soleil, des lampes ou des foyers traverse l'air, les carreaux des fenêtres, les châssis des serres et en général tous les corps transparents solides, liquides ou gazeux. Ce fait, qu'il est impossible de contester, peut s'expliquer par deux suppositions contradictoires. Quelques physiciens ont cru que, pendant cette communication, la surface antérieure des corps commence par absorber la chaleur qu'elle reçoit et finit par l'abandonner de molécule à molécule aux parties voisines, qui s'échaufferaient ainsi de proche en proche. D'autres, au contraire, ont pensé

que la chaleur chemine directement à travers les milieux sans changer leur température et qu'elle les traverse instantanément comme le fait la lumière. Cette dernière opinion a définitivement prévalu après les expériences suivantes. Prévost, de Genève, a fait voir qu'un flux calorifique passe en quantité parfaitement égale à travers une nappe d'eau, soit quand elle est maintenue immobile, soit quand elle coule avec assez de rapidité pour n'avoir pas le temps de s'échauffer. Il a montré qu'une lentille convexe taillée dans l'eau congelée, qui se fond et ne s'échauffe pas quand elle absorbe la chaleur, transmet néanmoins et concentre à son foyer une assez grande proportion de rayons solaires pour enflammer du bois. Enfin Delaroche vit qu'une lame de verre recouverte de noir de fumée cesse d'être traversée par la chaleur, précisément parce qu'elle l'absorbe en s'échauffant.

D'ailleurs, ce qui exclut toute idée de propagation par échauffements successifs, c'est que la chaleur traverse le vide; cela est évident, puisqu'elle nous vient du soleil, et cela fut démontré directement par Rumford. Il prépara dans cette intention un baromètre long, étroit et terminé à son sommet par un large ballon, au centre duquel était le réservoir d'un thermomètre. Il ramollit ensuite le tube à la lampe au-dessus du niveau de mercure et au-dessous du ballon, et il enleva la partie supérieure qui se trouva ainsi fermée et vide. Quand on plongea ce ballon dans l'eau chaude, on vit que le thermomètre montait instantanément, c'est-à-dire que la chaleur traversait le vide barométrique.

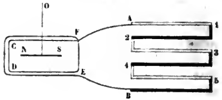
On voit par ce qui précède que nous allons envisager la chaleur à un point de vue tout nouveau. Jusqu'à présent nous avons exclusivement étudié l'action qu'elle exerce sur les corps, lorsque étant accumulée dans leur intérieur elle les dilate, les fond ou les volatilise. Aujourd'hui nous la considérons en elle-même, dans son état de *chaleur rayonnante*, quand elle est en mouvement de propagation rapide à travers les milieux, et qu'elle les traverse, sans y développer aucun changement de température, de volume ou d'état physique. Elle peut même s'isoler d'eux et se propager dans le vide. Alors elle va affecter tous les caractères et prendre toutes les propriétés de la lumière, qu'elle accompagne toujours et avec laquelle elle se

réfracte, se transmet ou se réfléchit. Pour constater dès maintenant cette analogie, nous emploierons le mot *rayon de chaleur* dans le même sens que le mot rayon de lumière, et pour nous guider dans l'étude que nous allons faire, nous serons obligés d'anticiper sur les phénomènes lumineux que nous supposerons connus dans leurs principales lois.

APPAREIL DE MELLONI. — On possède aujourd'hui pour étudier la chaleur rayonnante un instrument d'une extrême sensibilité. Il se fonde sur des propriétés qui seront étudiées dans la suite de ces Leçons, et que nous allons sommairement énoncer.

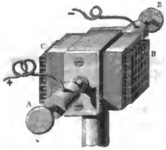
I. Je suppose que l'on forme une chaîne continue de petits barreaux d'antimoine et de bismuth, soudés alternativement l'un à l'autre et repliés de manière à offrir d'un côté toutes les soudures impaires 1, 3, 5, 7,... (*fig.* 347), et de l'autre toutes

Fig. 347.



les soudures paires 2, 4, 6,.... Je suppose, en outre, que les deux extrémités A et B de cette chaîne soient reliées entre elles par un fil métallique continu. Toutes les fois que l'on exposera à une cause de réchauffement, soit les soudures paires, soit les soudures impaires, il se développera un courant électrique circulant à travers le circuit tout entier dans un sens ou dans l'autre. En se fondant sur cette propriété, qui a été découverte par Seebek, Nobili a construit une *pile thermo-électrique*, qui est représentée *fig.* 348, dont les soudures paires et impaires

Fig. 348.



sont alignées sur deux faces opposées C et D, et dont les extrémités aboutissent à deux pinces A et B, que l'on réunit par un fil métallique destiné à compléter le circuit.

II. OErsted a découvert ensuite que tout courant électrique circulant dans un fil dévie de sa position d'équilibre une aiguille aimantée placée dans son voisinage et tend à la diriger perpendiculairement à la direction du circuit. Conséquemment, si l'on enroule le fil qui réunit les extrémités A et B (*fig.* 347) autour d'un cadre rectangulaire BDCF placé dans le méridien magnétique, et qu'on suspende à l'intérieur une aiguille aimantée NS, elle se déplacera toutes les fois qu'un courant électrique traversera le fil enroulé et l'on pourra mesurer sa déviation sur un cercle horizontal divisé. Pour faire cette mesure aisément, on a construit un appareil représenté en FO (*fig.* 349), et qui se nomme *galvanomètre.*

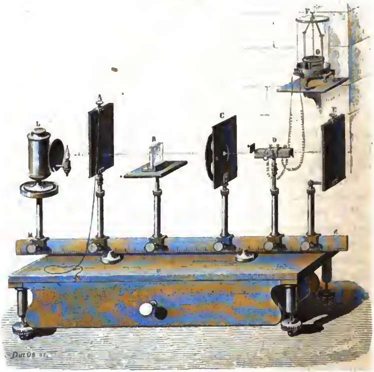
III. Si maintenant on réunit une pile thermo-électrique avec un galvanomètre, et qu'on dirige un rayonnement calorifique sur les soudures paires ou impaires, il se développera un courant électrique d'autant plus fort que le rayonnement sera plus intense, et ce courant imprimera à l'aiguille aimantée une déviation d'autant plus grande que lui-même sera plus énergique. Dès lors, sans tenir aucun compte du courant électrique qui sert de lien entre les deux phénomènes extrêmes, on peut dire que tout rayon de chaleur en tombant sur la pile fait marcher l'aiguille aimantée, et l'on conçoit la possibilité de mesurer son intensité par la grandeur de la déviation qu'il occasionne. C'est là le principe de l'appareil qui a été construit par Melloni et que nous allons décrire.

Sur une table en bois repose une règle métallique MN, le long de laquelle glissent diverses petites colonnes en laiton que l'on fixe à la place voulue par des vis de pression (*fig.* 349). Chacune d'elles est creuse et reçoit dans son intérieur un cylindre métallique qui peut être élevé, ou abaissé, ou fixé à une hauteur quelconque. C'est sur ces cylindres que sont portées toutes les pièces de l'appareil. On voit qu'elles sont alignées parallèlement à MN et qu'on peut les mettre toutes à la même hauteur.

Ces pièces, représentées dans les *fig.* 349, 355, 358, sont : 1° Une source calorifique L. 2° Un écran A formé par une

double lame de laiton que l'on peut élever ou abaisser autour d'une charnière horizontale. On le manœuvre en le tirant par

Fig. 349.



un fil de soie sans le toucher avec la main, afin de ne pas l'échauffer. 3° Une petite table en bois qui supporte les substances que la chaleur doit traverser. 4° Un écran limitateur C percé d'orifices plus ou moins larges destinés à restreindre l'étendue du faisceau. 5° La pile thermo-électrique D, dont les faces opposées sont couvertes de noir de fumée, et garnies de tuyaux prismatiques en cuivre. Ces tuyaux, qui s'ouvrent ou se ferment par des portes à charnière, reçoivent et conduisent à la pile les rayons partis de la source L, et arrêtent ceux qui viennent des corps voisins. 6° Le galvanomètre FO, qui est relié à la pile par des fils conducteurs et qui repose sur une ta-

blette invariable scellée contre un mur. 7° Un dernier écran E, qui empêche tout rayonnement opposé d'arriver sur la deuxième face de la pile.

Quand on a besoin de dévier le faisceau calorifique par des réflexions ou des réfractions, on ajoute à l'appareil une règle supplémentaire PG (*fig.* 355). Elle fait avec MN un angle que l'on change à volonté et qu'on mesure sur un cercle horizontal par une alidade G. C'est sur cette règle qu'on place alors la pile D dans la direction du faisceau dévié.

Cet appareil possède une sensibilité si grande, qu'il suffit d'approcher la main à 30 centimètres de la pile pour imprimer à l'aiguille une déviation de 20 à 25 degrés. Conséquemment, la présence trop rapprochée de l'observateur, ou l'existence d'un foyer, même éloigné, ou le rayonnement des parois de la salle produiront des actions perturbatrices qu'il faut soigneusement éviter. On doit se tenir loin de l'instrument, supprimer toute cause extérieure de réchauffement ou de refroidissement, envelopper l'instrument tout entier dans une tente en toile, sur laquelle on ne laissera que les ouvertures strictement nécessaires pour la manœuvre, et l'on évitera de jamais toucher avec la main une des pièces voisines de la pile.

GRADUATION DU GALVANOMÈTRE. — Avant de procéder aux expériences, il faut commencer par graduer le galvanomètre, c'est-à-dire par chercher une table qui fasse connaître les intensités des rayonnements correspondant à une déviation quelconque de l'aiguille aimantée. On emploie pour cela diverses méthodes, parmi lesquelles nous choisirons la suivante.

Nous placerons la pile entre deux écrans, et derrière chacun d'eux nous disposerons une lampe de Locatelli. De cette façon nous pourrons ou faire agir une lampe sur une face, ou l'autre lampe sur la face opposée, ou les deux lampes à la fois sur les deux extrémités. Nous désignerons par A et B ces deux lampes et par x_a et x_b les intensités des faisceaux qu'elles envoient. Voici la série des opérations qu'il faut exécuter.

1°. Faire agir la lampe A seule et la placer à une distance telle qu'elle produise une déviation égale à 1 degré. On prend pour unité le rayonnement correspondant :

$$x_a = 1.$$

2°. A et B agissant ensemble, régler la position de B jusqu'à détruire l'effet de A; le faisceau envoyé par B est alors égal à l'unité,

$$x_b = 1.$$

3°. Laissant B à la place précédente, et faisant agir les deux lampes à la fois, rapprocher A jusqu'à obtenir une déviation de 1 degré. A ce moment c'est la différence des deux rayonnements qui dévie l'aiguille; cette différence est égale à l'unité et l'on a

$$x_a - x_b = 1, \quad x_a = x_b + 1 = 2.$$

4°. Enlever B, faire agir A seule. On trouve une déviation égale à 2 degrés.

Ainsi, quand l'intensité du rayonnement est égale à 2 unités, la déviation trouvée est égale à 2 degrés du galvanomètre.

On continue de la même manière.

1°. A seule; déviation, 2 degrés :

$$x_a = 2.$$

2°. A et B agissent ensemble et s'équilibrent :

$$x_b = 2.$$

3°. B reste à la même place, A est rapprochée jusqu'à donner 2 degrés de déviation différentielle :

$$x_a - x_b = 2, \quad x_a = x_b + 2 = 4.$$

4°. On éteint B; A donne une déviation de 4 degrés.

Donc l'intensité étant 4, la déviation est 4 degrés.

En continuant de la même manière, on reconnaît que jusqu'à 25 degrés environ la déviation est proportionnelle à l'intensité; mais cette limite passée, la proportionnalité ne se soutient plus, comme on va le voir par l'exemple suivant.

1°. A seule; déviation totale, 25 degrés :

$$x_a = 25.$$

2°. A et B, ensemble et s'équilibrant :

$$x_b = 25.$$

3°. B restant à la même place, A rapprochée; déviation dif-

férentielle, 10 degrés :

$$x_a - x_b = 10, \quad x_a = x_b + 10 = 35.$$

4°. A restant au même point, B enlevée. On trouve une déviation égale à 34 degrés.

Ainsi l'intensité étant 35, la déviation est 34 degrés. Ces quantités ne sont plus proportionnelles, et la différence s'exagère de plus en plus quand l'angle augmente davantage.

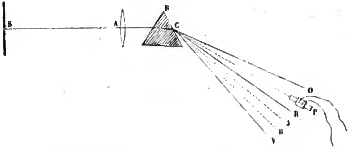
Alors on construira une courbe en prenant les déviations pour abscisses et les intensités pour ordonnées. Ce sera une droite passant par l'origine tant que l'abscisse ne dépasse pas 25; elle se relèvera ensuite en une courbe convexe vers l'axe des x. Il est évident d'ailleurs qu'elle variera avec le galvanomètre et qu'elle devra être vérifiée de temps en temps.

Quand on fait tomber des rayons de chaleur sur la pile, ils échauffent aussitôt la surface des soudures; l'aiguille atteint une déviation stable au bout de quelques secondes et revient au zéro dès qu'on cesse l'action. Mais si l'on a prolongé l'échauffement pendant quelque temps, la pile ne se refroidit ensuite que très-lentement, et l'expérimentateur est obligé d'attendre que l'aiguille ait repris sa position première. Pour éviter cet inconvénient, il faut diminuer autant qu'on le peut la durée du temps pendant lequel la pile reçoit le rayonnement. Or on observe que l'aiguille se met en marche immédiatement après que l'écran est abaissé, qu'elle parcourt un arc d'impulsion considérable, et qu'ensuite elle atteint sa position d'équilibre après une série d'oscillations. Melloni remarqua que l'arc d'impulsion est toujours le même pour une même déviation définitive, et il dressa une table de correspondance entre chaque déviation stable et l'arc d'impulsion qui la précède. Grâce à cette table, il n'est plus nécessaire d'attendre que l'aiguille devienne stationnaire, et la durée de chaque expérience étant considérablement diminuée, l'échauffement permanent de la pile ne se produit plus. Nous admettrons dans ce qui va suivre que l'on ait construit les deux tables dont nous venons de parler, et nous ne donnerons dans les tableaux que des nombres proportionnels aux intensités observées.

DE LA DÉCOMPOSITION DE LA CHALEUR.

Introduisons dans une chambre obscure un faisceau de rayons solaires par une fente étroite S (*fig.* 350); faisons-le tomber d'abord sur une lentille A, ensuite sur un prisme B,

Fig. 350.



tous deux en sel gemme très-pur, et recevons sur un écran le faisceau réfracté par ces appareils. Si le prisme est placé dans la position qui donne au faisceau émergent la plus petite déviation, si les distances de la fente S à la lentille d'une part et de la lentille à l'écran d'autre part sont égales entre elles et au double de la distance focale principale, nous verrons s'étaler sur l'écran un spectre très-pur commençant en R et présentant une série indéfinie de teintes successives, parmi lesquelles nous distinguerons le rouge, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo et le violet (1). On admet que toutes ces couleurs, dont le nombre est infini, étaient toutes contenues et superposées dans le faisceau incident, et qu'ayant la propriété d'être inégalement déviées par le prisme, elles se séparent en le traversant.

Cela posé, prenons une pile de Melloni assez mince pour qu'elle ne reçoive à la fois que des rayons d'une réfrangibilité sensiblement égale, et disposons-la de manière à l'amener successivement dans la direction de chacune des couleurs du spectre. Elle n'accusera presque rien dans le violet; mais, à mesure qu'on la déplacera vers les rayons bleus, verts, etc.,

(1) *Voyez l'Optique*; décomposition de la lumière.

on verra l'action calorifique augmenter, devenir considérable à partir du vert et continuer à croître jusqu'au rouge extrême.

Il faut donc admettre que chaque lumière simple est accompagnée dans sa réfraction par une chaleur correspondante ; et, puisque la formation du spectre lumineux démontre la coexistence de lumières simples superposées dans le rayon incident et leur séparation à travers le prisme, la formation d'un spectre calorifique démontre de la même manière et pour les mêmes raisons que le faisceau calorifique solaire est composé d'une infinité de chaleurs diverses qui se séparent l'une de l'autre, parce qu'elles sont inégalement réfrangibles.

Les yeux voyant la lumière, les diverses espèces de rayons lumineux se distinguent les unes des autres par la différence des sensations qu'elles nous apportent; mais l'impression produite sur nos organes par les chaleurs d'espèce différente étant absolument identique, il est impossible de les distinguer par nos sens, et nous ne pouvons que les définir par leur réfrangibilité. Néanmoins, pour continuer par les mots l'analogie que les faits nous révèlent entre les chaleurs et les lumières, nous dirons que celles-là ont des *thermochrôses* diverses, comme nous disons que celles-ci possèdent des *couleurs* différentes, et même nous appellerons *chaleurs rouges*, *jaunes*, etc., celles qui accompagnent dans le spectre les couleurs de même nom.

Si nous continuons maintenant d'incliner la pile en deçà de la ligne CR, qui correspond au rouge extrême, et si nous la plaçons dans les directions CP, CO, etc., nous trouvons que, loin de cesser où cesse l'effet lumineux, l'action calorifique continue ; elle augmente même rapidement, atteint un maximum suivant CP et ne devient nulle que dans la direction CO qui fait avec CR un angle sensiblement égal à RCV.

Il y avait donc dans la radiation solaire incidente non-seulement des chaleurs *lumineuses* qui accompagnent le spectre calorifique, mais il y avait encore des chaleurs *obscures* qui sont moins réfrangibles que les premières. Elles ne sont point d'espèce unique, puisqu'elles s'étalent dans l'espace OCR; elles doivent être distinguées, au contraire, en une infinité de radiations qui sont différentes en nature, puisqu'elles se réfractent inégalement. Comme c'est au milieu de ce spectre

obscur que se trouve le maximum calorifique, on voit que la chaleur solaire contient bien plus de chaleurs obscures qu'elle n'en renferme de lumineuses.

Pour faciliter l'étude que nous allons faire de ces radiations, nous conviendrons de séparer les chaleurs obscures en sept groupes principaux, en divisant l'espace OR en sept parties égales, et nous représenterons les intensités de chacun d'eux par $O_1, O_2, O_3, \ldots, O_7$.

Nous diviserons de même les chaleurs lumineuses qui s'étalent de CR à CV en sept autres groupes caractérisés par les sept couleurs principales du spectre, et nous désignerons leurs intensités par $L_1, L_2, \ldots, L_7$. De cette manière l'intensité totale du faisceau incident, avant sa décomposition par le prisme, sera la somme des intensités de ces chaleurs simples, obscures ou lumineuses :

$$I = (O_1 + O_2 + \ldots + O_7) + (L_1 + L_2 + \ldots + L_7).$$

Si nous analysons de même les rayonnements envoyés par des foyers quelconques en les faisant passer à travers un prisme de sel gemme, ils se décomposeront de la même manière en radiations simples, qui auront les mêmes réfrangibilités que les précédentes, mais dont les intensités varieront avec la source. Si le faisceau total provient d'un foyer qui ne soit pas lumineux, il ne contiendra que des chaleurs obscures. S'il est plus ou moins lumineux, il contiendra plus ou moins de chaleurs lumineuses, mêlées au groupe des radiations obscures, et en général ces divers rayonnements différeront, non pas seulement par la nature, mais encore par la quantité des chaleurs simples qui les composent.

C'est W. Herschel qui le premier a reconnu le spectre calorifique et découvert les chaleurs obscures dans les rayons solaires; mais comme il employait un prisme de verre pour les séparer et que ce prisme en absorbe la plus grande partie, il n'a point su quelle était l'étendue du spectre obscur. Melloni, au contraire, profita de la propriété que possède le sel gemme de laisser passer tous les rayons et compléta l'étude dont nous venons d'exposer les principaux points.

QUARANTE-QUATRIÈME LEÇON.

TRANSMISSION DE LA CHALEUR RAYONNANTE.

Transmission des chaleurs lumineuses. — Transmission des chaleurs obscures. — Loi de la transmission. — Transmission d'un faisceau multiple. — Identité probable de la chaleur et de la lumière.

Puisqu'un flux de chaleur rayonnante, loin d'être homogène, est toujours composé d'une infinité de radiations distinctes, tous les effets qu'il pourra éprouver pendant sa propagation seront la résultante des actions individuellement exercées sur chacun de ses éléments. Nous allons en conséquence examiner séparément les propriétés de chaque radiation simple, et nous commencerons par chercher les lois de leur transmission à travers diverses substances transparentes. Ce sujet a été traité d'abord par W. Herschel, continué par Melloni et repris plus récemment par M. Masson et moi. C'est de ce dernier travail, qui n'a point été publié encore, que j'extrairai la plupart des résultats qui vont suivre.

Je suppose qu'après avoir décomposé un pinceau de chaleur solaire à travers un prisme de sel gemme, nous placions dans le spectre une pile assez mince pour ne recevoir à la fois que des chaleurs de réfrangibilité égale, et que nous la fixions successivement dans le trajet de chaque radiation depuis L_7 jusqu'à O_1. Nous mesurerons d'abord l'intensité I du faisceau direct, puis, sans toucher à la pile, nous placerons en avant la substance transparente que nous voudrons essayer. L'effet galvanométrique s'affaiblira, l'intensité se réduira à I' et le rapport de I' à I représentera la proportion de chaleur transmise. Commençons par étudier ainsi les chaleurs lumineuses depuis le violet L_7 jusqu'au rouge L_1.

Transmission des chaleurs lumineuses. — Trois lames de sel gemme, de verre et d'alun, d'une épaisseur commune,

égale à 8 millimètres, ont été d'abord placées dans le trajet des radiations verte, jaune et rouge. Elles ont donné les nombres suivants :

NATURE de la chaleur incidente.	PROPORTION DES RAYONS TRANSMIS.		
	Sel gemme	Verre.	Alun.
Vert	0,92	0,91	0,92
Jaune	0,92	0,93	0,94
Rouge limite	0,93	0,85	0,84

Voulant reconnaître l'effet dû à l'épaisseur des substances traversées, nous avons pris deux auges en verre à faces parallèles ; la plus mince avait 10 centimètres, la plus épaisse 50 centimètres de longueur. Nous les avons successivement remplies d'eau ou de diverses dissolutions salines incolores, et nous avons toujours trouvé qu'elles laissaient passer une proportion de chaleur constante et égale à 0,92.

Or, puisque le faisceau transmis ne s'affaiblit pas quand l'épaisseur augmente, il est évident qu'il n'est point absorbé par les substances interposées dans son trajet et que la perte très-faible de chaleur éprouvée ne tient qu'aux réflexions qui ont lieu aux faces d'entrée et de sortie. Par conséquent, toutes les chaleurs lumineuses, pourvu qu'elles ne soient pas à la limite rouge extrême du spectre, sont transmises en totalité par les substances transparentes, absolument comme les rayons de lumière qui accompagnent ces chaleurs.

Pour étendre cette identité d'effet qu'on vient de constater entre la chaleur et la lumière, nous avons répété les mêmes expériences avec des substances colorées ou noircies. Des lames de verre ou de sel gemme, sur lesquelles on avait déposé du noir de fumée, et qui ne laissaient pas passer la lumière, éteignirent également tous les faisceaux calorifiques contenus dans la partie visible du spectre. Un verre coloré en rouge par le protoxyde de cuivre, qui éteint, comme on le sait, toutes les lumières du spectre, excepté la lumière rouge, se comporta de la même manière avec la chaleur, c'est-à-dire qu'il ne laissa passer que la radiation calorifique rouge. En général,

un corps quelconque qui éteint ou transmet certaines couleurs simples, éteint ou transmet les chaleurs correspondantes.

Il ne suffit point d'avoir constaté que les radiations calorifiques et lumineuses de même réfrangibilité sont transmises ou absorbées en même temps, il faut encore comparer numériquement les proportions de chaleur et de lumière concomitantes qui traversent un même corps. Dans cette intention nous avons choisi trois verres, l'un vert, l'autre bleu, le troisième violet, qui agissent très-différemment sur les lumières simples. Le premier éteint absolument le rouge, le second l'orangé et le vert; mais ils laissent passer tous les autres rayons en proportion plus ou moins grande. Enfin le dernier verre arrête toutes les couleurs, à l'exception du rouge et du violet. Nous avons placé ces verres successivement dans les diverses parties du spectre, et en même temps que nous mesurions par la pile de Melloni la proportion transmise d'une chaleur donnée, nous déterminions, par un procédé optique, la proportion transmise de la lumière correspondante.

Le tableau suivant renferme le résultat de cette comparaison; on y verra que la chaleur et la lumière éprouvent un effet égal.

SUBSTANCES.	RADIATIONS calorifiques et lumineuses étudiées.	PROPORTIONS TRANSMISES de lumière.	PROPORTIONS TRANSMISES de chaleur.
Verre vert	Rouge	0,000	0,000
	Orangé	0,044	0,040
	Jaune	0,080	0,093
	Vert	0,217	0,209
Verre bleu	Rouge	0,390	0,375
	Orangé	0,000	0,000
	Jaune	0,008	0,0012
	Vert	0,004	0,002
	Bleu	0,132	0,131
	Violet	0,455	0,461
Verre violet	Rouge	0,025	0,032
	Vert	0,000	0,000
	Violet	0,045	0,046

Toutes ces expériences peuvent maintenant se résumer. Elles prouvent qu'un faisceau solaire se décompose en une

infinité de rayons, de réfrangibilités différentes, et que si l'on considère en particulier l'un de ceux qui sont compris entre les limites du spectre visible, il possède deux propriétés distinctes, l'une d'être lumineuse, l'autre d'être calorifique. On ne peut lui enlever la première sans lui enlever la seconde, et toutes les fois qu'il passe à travers une substance quelconque, *la propriété lumineuse et la propriété calorifique sont transmises en proportion égale.*

TRANSMISSION DES CHALEURS OBSCURES. — Si après avoir étudié les chaleurs lumineuses, nous voulons maintenant examiner les radiations obscures qui sont étalées dans le spectre invisible depuis O_7, qui confine au rouge, jusqu'à O_1, qui est la moins réfrangible, il n'est plus possible de prévoir l'action exercée sur la chaleur par l'effet optique, puisque celui-ci n'existe plus; il n'y a d'autre ressource que d'isoler les diverses radiations, de les définir par leur réfrangibilité et d'examiner leurs propriétés individuellement. Nous allons en conséquence prendre comme précédemment des lames également épaisses de sel gemme, de verre et d'alun, les placer dans le trajet des radiations O_7, O_6, ..., O_1, et chercher les rapports des intensités du faisceau transmis à celles du faisceau direct. Nous trouvons ainsi :

NATURE des radiations.	CHALEURS TRANSMISES.		
	Sel gemme.	Verre.	Alun.
Rouge limite. L_1	0,93	0,85	0,84
Obscur limite. O_7	0,92	0,88	0,412
Obscur. O_5	0,92	0,54	0,29
Obscur. O_4	0,91	0,22	0,00
Obscur. O_2	0,90	0,00	0,00

Les trois substances que nous venons d'employer, le sel gemme, le verre et l'alun, sont incolores et transparentes, c'est-à-dire qu'elles laissent passer également et en totalité les diverses lumières; et nous avons vu de plus qu'elles sont *athermochroïques* et *diathermanes* pour les chaleurs lumineuses, c'est-à-dire qu'elles les transmettent toutes également

et en totalité. Elles agissaient donc identiquement sur toutes les radiations comprises entre L_1 et L_1; mais les expériences qui précèdent prouvent qu'elles ont une action très-inégale sur les divers rayons obscurs depuis O_1 jusqu'à O_1.

Le sel gemme les laisse passer en totalité; il est par conséquent diathermane et athermochroïque aussi bien pour le groupe des chaleurs obscures que pour celui des chaleurs lumineuses. C'est le seul corps connu qui possède cette propriété, dont on doit la découverte à Melloni.

Le verre commence à éteindre les radiations aussitôt qu'elles commencent à devenir obscures; et il les absorbe en proportion d'autant plus grande, que leur réfrangibilité diminue davantage.

L'alun se comporte comme le verre, avec cette différence que la proportion de chaleur absorbée augmente beaucoup plus rapidement.

En général, tous les corps transparents et incolores agissent comme le verre et l'alun; ils sont *thermochroïques* pour les radiations obscures, c'est-à-dire qu'ils les absorbent ou les transmettent inégalement; celles qu'ils éteignent le plus sont les moins déviées par le prisme, celles qu'ils transmettent le mieux sont les plus voisines du rouge. Il en résulte que leur interposition dans le spectre tend à en diminuer l'étendue et à le réduire aux seuls rayons visibles. L'action de ces corps est d'ailleurs inégale, et on peut les ranger dans l'ordre suivant par rapport à leur diathermanéité décroissante :

Sel gemme,
Fluorine,
Spath d'Islande,
Verre,
Cristal de roche,
Alun,
Eau congelée.

LOIS DE LA TRANSMISSION. — Quand une radiation simple d'intensité I traverse une substance quelconque d'épaisseur égale à *e* millimètres, elle s'affaiblit et se réduit à I'. On peut trouver théoriquement le rapport de I' à I; en effet, négligeons la perte produite par la réflexion et décomposons la lame en tranches

successives d'épaisseur égale à 1 millimètre, le rayon I en traversant la première deviendra $I\alpha$; ce faisceau $I\alpha$ éprouvera proportionnellement les mêmes effets dans la seconde et se réduira à $(I\alpha)\alpha$ ou à $I\alpha^2$. En général une épaisseur *e* transmettra une proportion $I\alpha^e$. α est une constante que nous nommerons le *coefficient de transmission*. Sa valeur change avec la substance et la nature des radiations.

Pour vérifier cette loi théorique, nous avons pris un verre jaune d'une épaisseur *e* égale à 1 millimètre environ; nous l'avons coupé en plusieurs morceaux, et nous faisions passer la chaleur jaune du spectre à travers une ou deux ou trois de ces plaques superposées. Quand il n'y en avait qu'une, le faisceau s'affaiblissait, d'abord par la réflexion aux deux surfaces et il devenait IR, puis par l'absorption à travers la lame et il devenait $IR\alpha^e$. En traversant deux ou trois plaques il se réduisait à $IR^2\alpha^{2e}$ ou à $IR^3\alpha^{3e}$. Pour éliminer l'effet des réflexions, nous faisions ensuite passer le même rayon simple à travers un, deux ou trois verres blancs superposés : la perte par la réflexion était la même que précédemment, l'absorption par la substance était nulle, et le faisceau transmis devenait dans ces trois cas IR, IR^2, IR^3. En divisant les intensités du faisceau après le passage à travers les verres jaunes par l'intensité après le passage à travers le même nombre de verres blancs, nous devions avoir les quotients α^e, α^{2e}, α^{3e}; enfin, en extrayant les racines carrée et cubique des deux derniers résultats, nous devions trouver un nombre constant α^e. C'est, en effet, ce que montre le tableau suivant, et ces expériences justifient approximativement la loi que nous avons théoriquement trouvée.

Nombre des verres jaunes.		Proportion transmise.	α^e.
1	α^e.	0,497	0,497
2	α^{2e}......	0,2097	0,458
3	α^{3e}......	0,0940	0,455

TRANSMISSION D'UN FAISCEAU MULTIPLE. — Après avoir décomposé le faisceau provenant du soleil ou d'une lampe en ses radiations élémentaires et trouvé la loi de leur transmission individuelle, nous allons aborder un phénomène plus complexe; nous allons diriger le faisceau total sur une substance

diathermane et étudier sa transmission sans le décomposer. Il est évident que dans cette action multiple chaque radiation simple se conduira comme si elle était isolée et que le faisceau transmis sera égal à la somme de toutes les radiations simples qui auront individuellement traversé la lame.

Soient, d'après la notation convenue, $O_1, O_2, O_3, \ldots, O_7$, les intensités des sept groupes de chaleurs obscures, et $L_1, L_2, \ldots, L_7$ les intensités des sept chaleurs lumineuses qui composent le faisceau multiple; nous aurons

$$I = (O_1 + O_2 + \ldots + O_7) + (L_1 + L_2 + \ldots + L_7).$$

La composition de ce faisceau changera avec la nature de la source; il ne contiendra que des chaleurs obscures s'il provient d'un corps échauffé au-dessous du rouge; il renfermera, au contraire, des chaleurs obscures et lumineuses si ce corps est incandescent; elles seront mêlées en proportions inégales si la nature et la température du foyer changent, et en général le faisceau calorifique considéré pourra varier par la qualité et par la quantité de ses radiations élémentaires.

En passant à travers une lame diathermane, chaque radiation simple se transmettra suivant la loi $I\alpha^e$, avec des coefficients de transmission différents de l'une à l'autre; nous les désignerons par $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_7$, pour les chaleurs obscures, et par $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_7$, pour les radiations lumineuses. Le faisceau total deviendra donc

$$I' = (O_1 \beta_1^e + O_2 \beta_2^e + \ldots O_7 \beta_7^e) + (L_1 \alpha_1^e + L_2 \alpha_2^e + \ldots + L_7 \alpha_7^e),$$

et le rapport du rayon incident au rayon transmis sera représenté par la formule

$$(1) \qquad \frac{I'}{I} = \frac{(O_1 \beta_1^e + \ldots + O_7 \beta_7^e) + (L_1 \alpha_1^e + \ldots + L_7 \alpha_7^e)}{(O_1 + \ldots + O_7) + (L_1 + \ldots + L_7)}.$$

Il est évident, d'après cette formule, que le rapport $\frac{I'}{I}$ doit changer, 1° avec la composition primitive du faisceau incident, c'est-à-dire avec les sources calorifiques; 2° avec la nature de la substance traversée, puisque les coefficients de transmission changent avec le milieu; 3° avec l'épaisseur e; 4° la composition du faisceau primitif sera altérée, puisque chacune des

radiations qui le composaient aura diminué dans des proportions différentes. Après ces prévisions théoriques, nous devons faire connaître et discuter les résultats de l'expérience : ce que nous allons dire est extrait des travaux de Melloni.

Melloni a étudié les sources de chaleur les plus différentes, et les plus constantes qu'il put trouver; ce sont : 1° le rayonnement solaire; 2° la lampe d'Argant; 3° la lampe de Locatelli L (*fig.* 349), qui n'a point de cheminée, mais qui porte un réflecteur métallique; 4° une spirale de platine placée au-dessus d'une lampe à alcool (*fig.* 351); elle y devient incandescente et se maintient rouge quand on souffle la lampe; 5° une lame de cuivre noirci (*fig.* 352), que l'on chauffe à 400 degrés par une flamme d'alcool; 6° enfin un cube plein d'eau toujours maintenue en ébullition (*fig.* 353).

Fig. 351.



Fig. 352.



Fig. 353.



Pour exécuter les expériences, on dispose l'appareil comme il est représenté dans la *fig.* 349 (page 228). Après avoir déterminé d'abord l'intensité I du faisceau envoyé directement sur la pile, on interpose en B une substance diathermane qui réduit l'intensité à I'. On évite les erreurs qui viendraient d'une variation de la source pendant l'intervalle des deux mesures, en croisant les observations du faisceau direct et transmis. Ainsi on mesure $I, I', I_1, I'_1, \ldots$, et l'on compare I' à $\frac{I + I_1}{2}$, $I' + I'_1$ à I_1, et ainsi de suite. En supposant le faisceau incident égal à 100, on a calculé dans le tableau suivant l'intensité de ce faisceau réduite par l'absorption de la lame et par les réflexions aux faces d'entrée et de sortie. Si l'on voulait corriger ces nombres de l'effet des réflexions, il faudrait les multiplier par $\frac{100}{92}$.

	LAMPE de Locatelli.	PLATINE incandescent.	CUIVRE à 400 degrés.	CUBE à 100 degrés.
Rayonnement direct...	100	100	100	100
Sel gemme............	92	92	92	92
Fluorure de calcium...	78	69	42	33
Spath d'Islande.......	39	28	6	0
Verre de glace.........	39	24	6	0
Cristal de roche.....	37	28	6	0
Acide citrique.........	11	2	0	0
Alun..................	9	2	0	0
Glace très-pure.......	6	0	0	0

Ces résultats justifient les conclusions auxquelles nous avons été conduits par la théorie; nous allons les reproduire et les compléter.

1°. Les rayonnements provenant de diverses sources sont inégalement transmissibles et, par conséquent, diversement composés.

Nous voyons, en effet, que les rayons émis par le cuivre à 400 degrés et par le cube à 100 degrés sont absorbés en plus grande proportion que ceux de la lampe de Locatelli ou du platine incandescent. Cela était évident, puisque les premiers sont exclusivement composés de radiations obscures et que les seconds renferment à la fois des chaleurs lumineuses et des chaleurs obscures superposées.

De plus, l'alun éteignant absolument toutes les chaleurs obscures, arrête en totalité celles qui viennent du cuivre à 400 degrés et du cube à 100 degrés, et il décompose le rayonnement de la lampe de Locatelli ou du platine incandescent en deux parts : les chaleurs obscures qu'il absorbe, et les chaleurs lumineuses qu'il laisse passer. Or, comme pour ces deux sources la proportion du faisceau transmis est égale à 0,09 ou 0,02, nous devons conclure que le faisceau total, bien que visible, ne contenait cependant que 0,09 ou 0,02 de chaleurs lumineuses, et qu'il est presque totalement composé de radiations obscures.

En comparant les propriétés des quatre sources précédentes, nous voyons que leurs rayonnements sont de moins en moins

transmissibles de la première à la dernière; et comme les radiations obscures sont absorbées d'autant plus qu'elles sont moins réfrangibles, il faut admettre que de la dernière à la première source, les rayons $O_1, \ldots, O_3$ deviennent de moins en moins abondants, tandis que $O_4, \ldots, O_7$ augmentent en proportion. En général, on peut dire que lorsqu'on prend pour foyer calorifique un corps dont la température, d'abord très-basse, augmente ensuite progressivement, il commence par envoyer exclusivement les radiations limites O_1, auxquelles s'ajoutent ensuite peu à peu $O_2, \ldots, O_7$. Quand il commence à devenir rouge, il commence à rayonner la chaleur rouge limite L_1, et ce n'est qu'au moment où il est chauffé à blanc qu'il émet la série entière des radiations depuis O_1 jusqu'à L_7. Les proportions de ces diverses chaleurs sont d'ailleurs différentes non-seulement avec la température, mais avec la nature des corps échauffés.

2°. Le même tableau nous montre en second lieu que diverses substances éteignent inégalement un même rayonnement, et cela prouve par conséquent que les coefficients de transmission $\beta_1, \ldots, \beta_7, \alpha_1, \ldots, \alpha_7$ sont différents pour les divers corps.

Jusqu'à présent nous n'avons trouvé qu'une seule substance, le sel gemme, qui soit parfaitement diathermane. Mais, dans les expériences exécutées pour décomposer la chaleur, cela n'avait rien d'étonnant et ne prouvait rien; car nous avions fait passer le faisceau primitif à travers un prisme de sel gemme, lequel doit éteindre tous les rayons incapables de le traverser, s'il en existe, et les radiations qui se trouvaient dans le spectre calorifique étaient évidemment aptes à se transmettre de nouveau dans une seconde lame de sel gemme placée dans leur trajet. Mais les nombres contenus dans le tableau précédent démontrent que les rayonnements des diverses sources traversent le sel gemme sans s'y affaiblir.

On a cru pendant longtemps que cette propriété était absolue; mais il a été démontré par MM. de la Provostaye et Desains que les flux calorifiques provenant de sources à température très-basse étaient partiellement arrêtés par le sel gemme. Dès lors cette substance agit comme toutes les autres : elle éteint les radiations les moins réfrangibles. Il résulte évidemment de là que le spectre calorifique étudié précédemment n'est point

complet, qu'il y a vraisemblablement des radiations encore moins réfrangibles que celles qui ont été examinées et que nous n'avons aucun moyen de savoir jusqu'où elles peuvent s'étendre.

Melloni eut l'idée ingénieuse de couvrir diverses substances transparentes avec une couche de noir de fumée, en les plaçant au-dessus d'une flamme fuligineuse. Cette préparation n'altère pas la propriété qu'elles avaient de transmettre les chaleurs obscures; mais elle les rend opaques pour les chaleurs lumineuses. Alors le sel gemme laisse passer les rayons compris entre O_1 et O_7. La fluorine transmet $O_2, \ldots, O_7$, le verre $O_3, \ldots, O_7$, et l'alun devient entièrement athermane.

3°. En discutant la formule (1), nous avons vu que l'intensité du faisceau transmis doit diminuer avec l'épaisseur des lames traversées. Melloni fit à ce sujet des expériences très-nombreuses sans pouvoir les résumer par une loi simple. Cette impossibilité était évidente; car chaque rayon individuel se transmet suivant la loi $I\alpha^e$ avec un coefficient de transmission variable de l'un à l'autre; et pour calculer l'effet total, il faudrait que l'on connût la valeur de ces coefficients $\beta_1, \ldots, \beta_7$, $\alpha_1, \ldots, \alpha_7$, et les intensités $O_1, \ldots, O_7$, $L_1, \ldots, L_7$ de chaque espèce de radiations. L'expérience ne peut donc donner que la valeur du résultat, et il n'y a point de loi à chercher, puisque ce résultat est une fonction complexe d'éléments inconnus, en nombre infini. Tout ce que l'on peut dire, c'est que, pour les substances transparentes autres que le sel gemme, le groupe des chaleurs obscures finira par s'éteindre, tandis que celui des chaleurs lumineuses passera sans être affaibli. Après une certaine limite d'épaisseur, on aura donc

$$\frac{I'}{I} = \frac{L_1\alpha_1^e + \ldots + L_7\alpha_7^e}{I},$$

et comme $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_7 = 1$,

$$\frac{I'}{I} = \frac{L_1 + \ldots + L_7}{I}.$$

Alors le rapport de $\frac{I'}{I}$ deviendra indépendant de l'épaisseur. C'est ce que l'expérience justifie.

4°. Puisque la composition du rayonnement incident est représentée par la formule

$$I = (O_1 + \ldots + O_7) + (L_1 + \ldots + L_7),$$

et celle du faisceau transmis par

$$I_1 = (O_1 \beta_1^e + \ldots + O_7 \beta_7^e) + (L_1 \alpha_1^e + \ldots + L_7 \alpha_7^e),$$

les intensités relatives des radiations élémentaires sont changées, et par conséquent les propriétés du faisceau total sont transformées après qu'il a traversé une substance autre que le sel gemme. Généralement il contiendra proportionnellement moins de chaleurs obscures et plus de chaleurs lumineuses, et il se transmettra mieux à travers l'alun, le verre, etc.

Une expérience, qui est due à Delaroche, et qui alors était inexplicable, justifie cette conséquence. Delaroche ayant interposé dans le trajet d'un faisceau calorifique une lame de verre et mesuré la proportion qu'elle transmettait, dirigea le faisceau sortant sur une deuxième lame pareille à la première, et il trouva qu'elle l'affaiblissait beaucoup moins. En continuant la même action à travers plusieurs verres successifs, il vit que le dernier laissait passer en totalité les rayons qui sortaient des précédents.

Une lame de sel gemme noirci ne transmet que des radiations obscures, et l'alun les éteint; par conséquent, la superposition de ces deux substances réalise un système imperméable à toute chaleur. En général, si deux substances sont placées en succession et qu'elles aient une thermochrôse identique, la deuxième sera franchie par le rayonnement qui aura traversé la première; mais elle l'arrêtera entièrement si les deux thermochrôses sont opposées.

Les résultats suivants démontrent cette conclusion :

1re substance.	2e substance.	Proportion transmise.
Sel gemme noirci.	Alun.	0
Sel gemme.	Alun.	9
Verre de glace.	Alun.	27
Acide citrique.	Alun.	85
Alun.	Alun.	92

IDENTITÉ PROBABLE DE LA CHALEUR ET DE LA LUMIÈRE. — Avant de continuer l'étude de la chaleur rayonnante, nous allons résumer les expériences précédentes et chercher s'il est possible de les expliquer par une hypothèse sur la constitution des radiations.

I. Il existe une infinité de chaleurs rayonnantes élémentaires, qui se distinguent par toutes leurs propriétés physiques et en particulier par leur réfrangibilité différente. Superposées dans les rayonnements naturels, elles se séparent à travers un prisme et s'étalent en un spectre calorifique très-étendu.

II. Il existe de même une infinité de lumières simples qui, par la même cause, se répartissent dans un spectre lumineux moins dilaté que le précédent, mais qui lui est superposé dans une partie de son étendue.

III. Il y a des chaleurs sans lumière : ce sont les moins réfrangibles ; il y a aussi des lumières sans chaleur sensible, car le violet affecte à peine la pile de Melloni ; et d'une extrémité à l'autre du spectre mixte l'effet lumineux et l'effet calorifique concomitants ne varient pas proportionnellement. Ainsi, la lumière augmente du rouge au jaune, pour diminuer du jaune au violet, tandis que la chaleur décroît graduellement du rouge au violet.

IV. En prenant dans le spectre mixte une direction quelconque, mais déterminée, elle contient à la fois un rayon lumineux et un rayon calorifique concomitants ; ils ne peuvent jamais se séparer l'un de l'autre, et toute action qui affaiblit l'un affaiblit l'autre en proportion égale.

On peut expliquer ces résultats par deux hypothèses :

1°. On peut admettre que la chaleur et la lumière coexistant dans un point quelconque du spectre mixte sont dues à deux rayonnements de même réfrangibilité, mais tout à fait distincts. Dans cette hypothèse, on concevrait que les parties les plus lumineuses du spectre ne soient pas les plus calorifiques ; on concevrait aussi qu'il y ait des chaleurs sans lumière et des lumières sans chaleur, puisque les causes de ces effets seraient différentes ; mais on ne saurait expliquer comment une radiation calorifique et une radiation lumineuse de même réfrangibilité ne puissent s'isoler l'une de l'autre et soient si

intimement liées, que tout affaiblissement de la première entraîne un affaiblissement égal de la seconde.

2°. On peut, au contraire, supposer que la cause de la chaleur est la même que celle de la lumière. Nous ferons voir dans la suite que la lumière s'explique si l'on admet qu'il y ait dans l'espace un éther élastique continu capable de transmettre avec une vitesse très-grande des mouvements vibratoires très-rapides. Ces vibrations de l'éther impressionnent la rétine comme celles de l'air affectent l'oreille. On démontre que si une somme de vibrations en nombre infini, différentes par la rapidité de leurs oscillations, sont superposées dans une direction unique, elles se séparent en traversant un prisme, les moins rapides se déviant le moins, et toutes s'étalant dans un spectre où elles se succèdent d'après l'ordre croissant de la rapidité de leurs mouvements. Cela étant, la deuxième théorie de la chaleur consiste à supposer que les vibrations de l'éther qui sont les moins rapides et les moins réfrangibles produisent de la chaleur sans affecter l'œil et forment le spectre calorifique obscur, qu'à une certaine limite de rapidité d'oscillation, elles commencent à impressionner la rétine sans cesser d'échauffer les corps qui les reçoivent, et qu'ensuite les vibrations de plus en plus rapides produisent toutes les lumières, du rouge au violet et toutes les chaleurs correspondantes. Dans cette hypothèse, il n'y aurait donc, suivant une même direction de réfraction, qu'un seul mouvement vibratoire; mais il aurait deux propriétés et produirait deux effets : la propriété et l'effet lumineux, la propriété et l'effet calorifique. Par conséquent il est de toute évidence que jamais on ne pourra séparer les deux effets l'un de l'autre, et que toute action qui affaiblira la vibration affaiblira en même temps et également la chaleur et la lumière qu'elle produit.

On voit que non-seulement nous expliquons ainsi les phénomènes précédents, mais que nous prévoyons tous ceux qui vont suivre et qu'à l'avance nous pouvons dire que la chaleur suivra toujours la lumière de même réfrangibilité et offrira toutes ses propriétés; c'est ce qui se trouvera confirmé sans aucune exception par tous les travaux qui suivront.

Si l'on accepte cette théorie, on peut se demander comment il se fait que d'une extrémité à l'autre du spectre les deux

effets calorifique et lumineux ne sont pas proportionnels. A cet égard il faut remarquer que l'effet physiologique ne doit pas seulement dépendre de l'intensité des vibrations, mais encore et surtout de leur rapidité ; la sensibilité de la rétine peut être très-diverse, absolument comme celle de l'oreille, qui est très-inégalement impressionnée par les vibrations sonores, lentes on rapides. Mais, sans recourir à aucune considération de ce genre, on peut au moins savoir pourquoi nous ne voyons pas les radiatlons obscures ; cela tient uniquement à ce que ne pouvant traverser les liquides, elles s'éteignent à travers les humeurs de l'œil avant de pénétrer jusqu'à la rétine. Nous admettrons à l'avenir cette théorie, qui explique tout et qui peut tout prévoir.

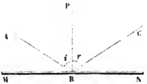
QUARANTE-CINQUIÈME LEÇON.

DE LA RÉFLEXION DE LA CHALEUR.

Direction du faisceau réfléchi. — Intensité du faisceau réfléchi. — Cas des substances transparentes. — Cas des métaux. — Diffusion de la chaleur.

Quand un rayon calorifique AB d'intensité connue rencontre dans son trajet une surface polie MN (*fig.* 354), il se réfléchit

Fig. 354.

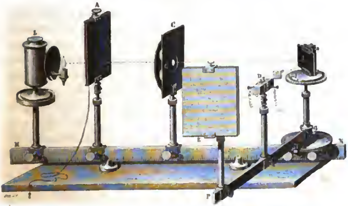


suivant BC. Nous allons chercher, 1° quelle est la direction du faisceau BC; 2° quelle est son intensité.

DIRECTION DU FAISCEAU RÉFLÉCHI. — Pour trouver les lois géométriques de la réflexion, on peut employer l'appareil de Melloni, disposé comme le montre la *fig.* 355. Il porte sur la base MN un appareil additionnel composé de deux cercles horizontaux superposés et réunis par un axe commun autour duquel tournent, à la base, une règle GP qui soutient la pile de Melloni et, au sommet, un miroir I. Ce miroir et la règle GP peuvent faire avec le rayon incident des angles quelconques que l'on mesure sur les divisions de deux cercles par les deux verniers G et F. Supposons qu'après avoir fixé le miroir dans une position déterminée, on fasse tomber sur sa surface un rayon limité convenablement par un diaphragme C; puis que l'on dirige la pile jusqu'à recevoir sur elle la lumière réfléchie; on verra qu'alors l'aiguille du galvanomètre est déviée, et qu'elle

cesse de l'être aussitôt que la pile est placée en dehors du faisceau lumineux. Conséquemment, la réflexion de la chaleur

Fig. 355.



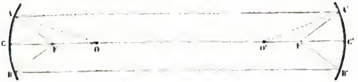
suit les mêmes lois que celle de la lumière. Ces lois sont les suivantes .

1°. Le plan d'incidence se confond avec le plan de réflexion.

2°. L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion.

Comme la mesure précédente est essentiellement grossière et qu'il n'y a aucun moyen de la rendre plus précise, on a cherché à justifier les lois de la réflexion de la chaleur en montrant que les conséquences auxquelles elles mènent sont toujours exactes. Par exemple, on sait qu'en faisant tomber sur un miroir sphérique concave des rayons lumineux parallèles à son axe OC (*fig.* 356), ils se concentrent après la réflexion en un foyer F situé au point milieu de CO. Consé-

Fig. 356.



quemment, si la chaleur suit les mêmes lois de réflexion que

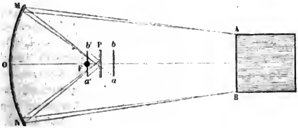
la lumière, elle devra se concentrer au même foyer. On sait, en effet, que cela a lieu, et c'est sur cette propriété que se fonde la construction des *miroirs ardents* qui peuvent liquéfier les métaux ou enflammer les corps combustibles.

Pour continuer ce genre de démonstration à posteriori, on fait dans les cours publics l'expérience des miroirs conjugués. Ces miroirs concaves, en laiton poli, et qui ont au moins 60 centimètres d'ouverture, sont placés l'un vis-à-vis de l'autre à 10 ou 15 mètres de distance et dirigés de manière à ce que leurs axes OC, O'C' soient confondus (*fig.* 356). Il est clair qu'une bougie allumée placée en F enverra sur le premier miroir un cône de rayons AFB; ceux-ci se réfléchiront, seront renvoyés parallèlement à l'axe et formeront un faisceau cylindrique AA', BB' qui se transmettra dans l'espace sans s'affaiblir, puisque son étendue ne varie pas. Arrivé sur le second miroir, il se réfléchira de nouveau et viendra se concentrer en F' où il formera une petite image très-limitée et très-brillante. On en détermine exactement la place et l'on y fixe la mèche d'une fusée. Après cela, on remplace la bougie F par un boulet rougi qui envoie des rayons de même direction, mais plus intenses que ceux de la bougie et qui suffit pour enflammer la fusée; mais si l'on avait placé celle-ci à une distance même très-petite de F', on n'aurait pas réussi à l'allumer. La chaleur en se réfléchissant suit donc la même route que la lumière.

INTENSITÉ DU FAISCEAU RÉFLÉCHI. — La question de mesurer la proportion de chaleur réfléchie offre plus de difficulté. On la crut d'abord plus simple qu'elle ne l'est en réalité, et Leslie se contenta de la solution suivante. Un cube rempli d'eau bouillante AB (*fig.* 357) envoyait des rayons sur un miroir concave qui les réfléchissait et tendait à former une image renversée *ba* de la face AB. Mais avant d'arriver à ce plan focal, les rayons étaient reçus en P sur des lames de diverses substances, de dimensions égales et polies sur leur surface antérieure. Là ils étaient réfléchis de nouveau et se concentraient en *a'b'* où l'on fixait un thermomètre différentiel F. Il est évident que les différentes lames placées en P interceptent une partie toujours égale de la chaleur émise par AB, qu'elles laissent arriver au

miroir MN et qu'elles reçoivent sur leur face antérieure un faisceau toujours égal. Par suite, les élévations de température

Fig. 357.



du thermomètre F sont proportionnelles à la quantité de chaleur réfléchie par les lames diverses que l'on place en P, et leur rapport mesure celui des *pouvoirs réflecteurs* des diverses substances. Leslie trouva que le laiton poli possède le plus grand pouvoir réflecteur; il le prit comme terme de comparaison, le désigna par 100, et ceux des autres corps furent proportionnellement exprimés par les nombres suivants :

Résultats de Leslie.

Laiton..............	100	Plomb..............	60
Argent..............	90	Étain amalgamé......	50
Étain...............	85	Verre...............	10
Étain plané.........	80	Verre huilé.........	5
Acier...............	70	Noir de fumée.......	0

On voit que Leslie considérait les pouvoirs réflecteurs comme des constantes spécifiques propres à chaque substance et qu'il se contentait d'en déterminer les rapports. Cela était une idée fausse; la quantité de lumière réfléchie change avec l'inclinaison, et pour la déterminer, nous prendrons un rayon incident d'intensité connue I, nous mesurerons l'intensité I' du rayon réfléchi, et nous calculerons *la proportion* $\frac{I'}{I}$ de lumière réfléchie; nous chercherons suivant quelles lois elle varie avec l'incidence, et comme la chaleur rayonnante est un composé multiple de radiations simples superposées, nous

examinerons successivement chacune d'elles. Cette étude rationnelle a été commencée par Melloni et continuée par MM. de la Provostaye et Desains.

Le rayon incident arrivant suivant la direction de MN (*fig.* 355) et la pile étant placée sur la règle mobile GP, on la dirige d'abord sur le prolongement de MN, de manière à recevoir le faisceau direct et à mesurer son intensité I. On place ensuite en I le miroir qu'on veut étudier, et on lui donne une inclinaison qu'on détermine par l'alidade F; puis amenant la pile dans la direction du faisceau réfléchi, on mesure de nouveau l'intensité I'. Dans les deux cas, la distance de la source à la pile est la même; par conséquent, le rapport $\frac{I'}{I}$ est égal à la proportion de chaleur réfléchie. On trouve qu'il augmente généralement avec l'inclinaison.

SUBSTANCES TRANSPARENTES. — Pour obtenir les lois de la réflexion calorifique, il était naturel de comparer les proportions de chaleur et de lumière réfléchie par un même corps. On a commencé par les substances transparentes et l'on a pris le verre pour exemple. Or Fresnel trouva théoriquement que la fraction de lumière réfléchie est représentée par la formule

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{1}{2}\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)},$$

dans laquelle i et r sont les angles d'incidence et de réflexion qui sont liés par la relation

$$\sin i = n \sin r.$$

On pouvait donc calculer la proportion $\frac{I'_1}{I_1}$ de lumière réfléchie par le verre, mesurer avec l'appareil de Melloni la fraction $\frac{I'}{I}$ de chaleur réfléchie par le même corps sous les mêmes incidences et comparer $\frac{I'_1}{I_1}$ à $\frac{I'}{I}$. Voici le résultat de cette comparaison qui montre l'identité numérique des deux phénomènes:

Incidence.	Proportion réfléchie de chaleur.	de lumière.
80°	55,1	54,6
75	40,7	40,8
70	30,6	30,8
60	17,99	18,3
50	11,66	11,7
40	8,08	8,1
30	6,12	6,1
20	5,03	5,0

La question qui nous occupe peut donc être considérée comme étant résolue pour les substances transparentes. On voit que pour calculer $\frac{I'}{I}$ sous une incidence quelconque, il suffira d'avoir déterminé l'indice de réfraction n. Comme cet indice est sensiblement le même pour les diverses couleurs, il sera aussi très-peu différent d'une chaleur à une autre, et l'on peut dire que toutes seront très-approximativement réfléchies en proportion égale.

SUBSTANCES MÉTALLIQUES. — Le phénomène est plus complexe quand on s'adresse aux métaux. Cependant Cauchy a réussi à exprimer théoriquement les lois de la réflexion de la lumière sur ces corps, et j'ai fait de mon côté des expériences nombreuses qui confirment les formules. La question optique est donc aussi bien résolue pour les métaux que pour les corps transparents, et la comparaison des effets calorifiques et lumineux peut se faire de la même manière. Elle présente ici un intérêt de plus. Le verre réfléchissait également les couleurs diversement réfrangibles, mais les métaux ne sont plus dans ce cas. Le cuivre est rouge, parce qu'il réfléchit mieux les lumières moins réfrangibles; l'or est jaune, parce qu'il réfléchit mieux la partie moyenne du spectre, et le zinc doit sa teinte bleuâtre à cette circonstance qu'il éteint par la réflexion une partie des lumières rouge et jaune et une portion plus petite de la lumière bleue. Nous avons donc à examiner si ces substances réfléchissent inégalement les chaleurs différentes, et également les chaleurs et les lumières simples de même ré-

frangibilité. J'avais déterminé pour chacun de ces métaux les proportions réfléchies des diverses couleurs du spectre; de leur côté MM. de la Provostaye et Desains ont fait la même opération pour les chaleurs qui ont la même réfrangibilité, et ayant comparé leurs expériences aux miennes, ils ont reconnu que les deux ordres de phénomènes sont absolument identiques, comme on en jugera par le tableau suivant :

		INCIDENCE DE 70 DEGRÉS.			
		Platine.	Zinc.	Métal des miroirs.	Laiton.
Chaleur.	Vert du spectre..	0,59	0,65	0,58	0,63
	Rouge..........	0,60	0,60	0,65	0,75
	Obscure........	"	"	"	0,90
Lumière.	Vert du spectre..	"	0,62	0,62	0,62
	Rouge.	"	0,58	0,69	0,72

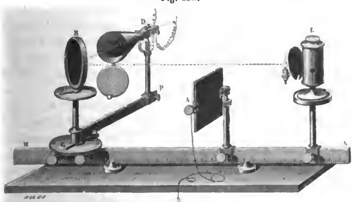
Toutes ces expériences prouvent, en résumé, que les mêmes lois de la réflexion s'appliquent aux deux ordres de phénomènes, et cette égalité des proportions réfléchies est une nouvelle raison pour croire que la chaleur et la lumière ne sont rien autre chose que des effets différents d'une même cause. Nous allons encore les comparer dans un autre genre de phénomènes.

DIFFUSION DE LA CHALEUR. — Quand un faisceau lumineux rencontre une surface qui n'est pas polie, il est renvoyé dans toutes les directions à la fois, et le rayon incident se décompose en une infinité de pinceaux qui, partant de la surface, se propagent vers tous les points de l'espace. Cette action se nomme la *diffusion;* c'est à elle que les corps doivent la propriété d'être visibles quand ils sont frappés par la lumière. Ce n'est d'ailleurs qu'une réflexion irrégulière qui se fait à la surface même ou à une petite profondeur, et qui s'exerce avec une intensité très-différente sur les corps de natures diverses et diversement polis. Elle est souvent accompagnée d'une particularité qu'il faut noter : c'est que tous les rayons solaires ne sont pas également diffusés. Que l'on éclaire par exemple

une étoffe rouge par le rouge du spectre, elle s'illumine avec beaucoup d'éclat; qu'on fasse tomber sur elle des rayons bleus, ils s'éteignent presque totalement. Et puisque les diverses couleurs simples prises isolément sont inégalement renvoyées quand elles tombent sur cette étoffe, la lumière blanche qui les contient toutes cessera d'être blanche dans le faisceau diffusé et prendra une teinte rouge. C'est donc parce que les corps choisissent ainsi certains rayons qu'ils réfléchissent et certains autres qu'ils éteignent, qu'ils nous paraissent colorés dans la nature. Cela posé, la question que nous allons étudier est celle de savoir si la chaleur éprouve les mêmes actions que la lumière; si elle se diffuse dans toutes les directions et si les divers rayons de chaleur sont inégalement renvoyés.

Melloni prend une plaque B de nature quelconque, la couvre de blanc de céruse, par exemple, et l'expose sous une incidence quelconque à l'action d'une source calorifique L (*fig.* 358),

Fig. 358.



puis il place la pile sur la règle mobile GP et la dirige vers la plaque B. L'effet se manifeste aussitôt; mais comme il est extrêmement faible, on a soin, pour le mieux constater, d'armer la pile avec un large cône de laiton poli qui recueille une grande quantité de rayons et les concentre sur les soudures; alors le galvanomètre marque plusieurs degrés, et l'on en conclut que la plaque B, qui a reçu le faisceau calorifique, renvoie de la chaleur vers la pile. Cette action se produit dans toutes les directions.

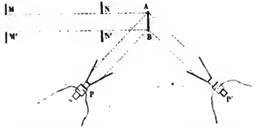
Il n'y a que deux manières possibles d'expliquer cet effet. Ou bien il prouve une diffusion calorifique analogue à la diffusion lumineuse, ou bien il doit être attribué à l'échauffement de la plaque qui rayonnerait vers l'espace, après l'avoir absorbée, une portion du flux incident. Melloni démontre que la première explication seule est acceptable.

Il remarque d'abord que l'effet est instantané, qu'il est indépendant de l'épaisseur de la plaque et qu'il devient à peu près nul lorsqu'elle est couverte de noir de fumée, c'est-à-dire lorsqu'elle absorbe le plus. Il fait observer en outre que si la plaque s'échauffait, elle rayonnerait de la chaleur obscure, que si elle diffuse, elle renverra les rayons qu'elle reçoit sans les transformer, et conséquemment que la question revient à savoir si, dans l'expérience précédente, un faisceau de chaleur lumineuse est ou non changé en rayons obscurs. Alors Melloni opéra avec le rayonnement solaire dont il éteignait les chaleurs obscures par l'interposition de plusieurs lames de verre; il mesura l'intensité du faisceau renvoyé par B dans une direction déterminée, et il vit qu'en plaçant ensuite entre la plaque et la pile une nouvelle lame de verre, on diminuait très-peu l'effet thermoscopique. Il en conclut que la chaleur renvoyée n'étant point devenue obscure, elle était due à une véritable diffusion.

Il ne reste plus qu'à chercher si la diffusion de la chaleur varie avec la thermochrôse des rayons, comme la diffusion de la lumière change avec la couleur. Melloni prépara une lame de cuivre très-mince; il la couvrit de noir de fumée sur ses deux faces, puis il fit tomber normalement sur elle les rayons provenant de diverses sources. Deux effets se produisaient : une portion de la chaleur était diffusée par la face antérieure, une autre partie était absorbée, échauffait la lame et à la longue était rayonnée par les deux faces. En plaçant la pile en P′ (*fig.* 359) vis-à-vis la partie postérieure, elle recevait la chaleur rayonnée par suite de l'échauffement; en la disposant symétriquement en P, elle accusait à la fois la chaleur rayonnée et la chaleur diffusée. Melloni modifia ensuite l'expérience en couvrant de blanc de céruse la face antérieure et de noir de fumée la surface opposée. Voici les résultats qu'il obtint :

		MÉTAL a 400 degrés	PLATINE incandescent.	LAMPE de Locatelli.	LAMPE d'Argant.
Face	postérieure noire...	100	100	100	100
	antérieure noire....	118	117	119	118
Face	postérieure noire...	93	84	69	46
	antérieure blanche..	129	152	181	250

Fig. 359.



Si nous considérons d'abord le cas où la face antérieure est blanche, nous voyons qu'elle émet beaucoup plus de chaleur que le côté opposé qui est noirci; cela prouve qu'elle diffuse. Le tableau précédent montre en outre qu'elle diffuse inégalement les diverses chaleurs et d'autant plus que les sources employées envoient des rayons plus réfrangibles. D'autres substances ont été étudiées ensuite par M. Knoblauch, et l'on peut dire en général que la diffusion de la chaleur, comme la diffusion de la lumière, se fait avec des intensités très-diverses, suivant les substances et suivant la qualité des radiations.

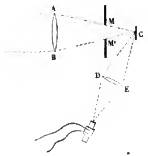
Le cas où la lame est noircie sur ses deux faces mérite une attention toute spéciale. On voit d'abord que le noir de fumée diffuse environ le dixième des rayons émis. Conséquemment toute la chaleur qui arrive au noir de fumée n'est pas absorbée, comme les physiciens l'avaient jusqu'alors admis. Mais, quelle que soit la source, c'est-à-dire la thermochrôse des rayons, cette diffusion reste identique. On verra bientôt toute l'importance de ce résultat.

Il faudrait maintenant chercher les lois numériques de la diffusion. Ici l'on ne peut se laisser guider par les phénomènes

de l'optique, par la raison que la diffusion de la lumière n'a point été étudiée. Mais on doit à MM. de la Provostaye et Desains quelques résultats que nous allons rapporter.

On couvre de céruse, par exemple, une lame très-petite C (*fig.* 360) et l'on dirige normalement sur elle un faisceau concentré par une lentille et limité par un écran MM'. On reçoit la chaleur diffusée sur une pile armée d'une lentille de sel gemme DE, et l'on trouve que l'effet varie avec l'inclinaison : il est minimum sous la direction normale et augmente progressivement à mesure qu'on incline la pile. En comparant les divers résultats obtenus, on a trouvé qu'ils sont sensiblement proportionnels au cosinus de l'obliquité i et qu'ils peuvent se représenter par $\frac{A \cos i}{I}$. A est une constante que l'on détermine; I est l'intensité du faisceau direct.

Fig. 360.



Si l'on fait ensuite la somme des rayons renvoyés à la fois dans toutes les directions, ce qui est facile, puisqu'on connaît la loi qu'ils suivent, on trouve la proportion totale de la chaleur diffusée. Voici les résultats obtenus par MM. de la Provostaye et Desains :

	Diffusion totale.
Céruse	0,82
Argent en poudre	0,76
Chromate de plomb	0,66
Cinabre	0,48

Ces études sur la diffusion sont bien loin d'être complètes. Il faudrait non-seulement pouvoir calculer la chaleur diffusée quand le rayon incident est normal à la lame, mais encore lorsqu'il la rencontre sous un angle quelconque. Jusqu'à présent, les lois de ce phénomène sont ignorées aussi bien pour la chaleur que pour la lumière.

QUARANTE-SIXIÈME LEÇON.

DE L'ÉMISSION DE LA CHALEUR.

Lois hypothétiques du rayonnement. — Cas de l'incidence normale. — Cas de l'incidence oblique. — Loi des distances. — Échange entre deux éléments de surface. — Vitesse de refroidissement. — Loi de Newton. — Comparaison des pouvoirs émissifs.

Vérifications expérimentales. — Variation du pouvoir émissif. — Inexactitude de la loi du cosinus. — Inexactitude de la loi de Newton.

L'expérience montre qu'une substance portée à une température plus élevée que l'enceinte dans laquelle elle se trouve se refroidit peu à peu, et par conséquent émet de la chaleur. Les lois de cette émission sont extrêmement complexes, et si on voulait les trouver rationnellement, il faudrait étudier successivement l'influence de toutes les circonstances qui le font varier.

1°. Les expériences de Melloni ayant montré que les surfaces chaudes émettent un ensemble de radiations simples superposées, il faudrait commencer par chercher quelles *espèces* de chaleurs sont rayonnées par diverses substances à diverses températures.

2°. Il est évident ensuite que la *quantité* de chaque radiation simple qui est émise pendant un temps donné varie avec la nature de la surface, avec son inclinaison, avec sa température $t+\theta$, avec celle de l'enceinte θ, et qu'elle peut se représenter par $f(\mathrm{A}, t, \theta)$. Il faudrait rechercher la forme de cette fonction et les valeurs différentes $f(\mathrm{A}_1, t, \theta), \ldots, f(\mathrm{A}_2, t, \theta), \ldots$, qu'elle prend pour chacune des radiations envoyées. Alors le faisceau total Q serait représenté en qualité et en quantité par

$$\mathrm{Q} = f(\mathrm{A}_1, t, \theta) + f(\mathrm{A}_2, t, \theta) + \ldots.$$

3°. Le phénomène se complique encore si l'on opère dans

un gaz; car alors une partie de la chaleur disparaît par le rayonnement direct et une autre est enlevée par le gaz qui s'échauffe au contact du corps chaud; on devrait donc déterminer séparément la quantité de chaleur perdue par chacune de ces deux causes.

4°. Enfin, pendant qu'un corps émet de la chaleur, il en reçoit qui lui vient des divers points de l'enceinte, et la quantité de cette chaleur qu'il perd définitivement n'est que la différence entre celle qui en sort et celle qui y rentre. Il serait donc nécessaire d'étudier les influences des enceintes diverses.

Mais cette marche rationnelle, qui consisterait à étudier isolément chacune des actions élémentaires dont se compose le phénomène total et qui ferait connaître la loi cherchée en fonction de toutes ses variables, était trop complexe pour qu'on pût la suivre avec les seules ressources de l'expérimentation. On ne s'est point d'abord préoccupé de la *qualité* des radiations émises; on n'a point isolé l'action de l'air de celle du rayonnement; on n'a point étudié l'influence des enceintes diverses. Considérant le phénomène en bloc, on a simplement cherché comment varie la *quantité* de chaleur émise quand la température et la surface rayonnante changent. On est arrivé par là à une première solution qui est tout à fait empirique, qui n'a pas la moindre valeur théorique et qui n'est exacte que d'une manière approximative. Nous allons cependant exposer cette première solution, à cause des nombreuses applications qui en sont faites, et dans la suite nous reviendrons sur le même sujet à propos des lois du refroidissement.

LOIS HYPOTHÉTIQUES DU RAYONNEMENT. — 1°. Supposons que le corps rayonnant soit toujours à une température peu élevée, inférieure ou au plus égale à 100 degrés; il n'enverra dans ce cas que le groupe des chaleurs obscures les moins réfrangibles. On pourra sans erreur sensible admettre que ces chaleurs sont d'espèce unique, et qu'elles ne varient pas en *nature*, mais seulement en *quantité* quand la température du corps change.

Alors la quantité q de chaleur émise pendant l'unité de temps par une surface S, dans une direction normale, pourra

se représenter par

$$q = \mathrm{S}f(t, \theta).$$

2°. Supposons en second lieu que les expériences soient toujours faites dans l'air ou dans un gaz pris à la température de l'atmosphère; alors θ sera sensiblement constant et q ne variera qu'avec l'excès de température t. L'expression précédente pourra s'écrire

$$q = \mathrm{S}f(t),$$

et, si on développe la fonction,

$$q = \mathrm{S}(\varepsilon t + \varepsilon' t^2 + \ldots).$$

3°. Comme par la première hypothèse t n'atteindra jamais des valeurs très-élevées, on admet que l'on peut se contenter du premier terme de la fonction précédente, et il vient

$$(1) \qquad q = \mathrm{S}\varepsilon t.$$

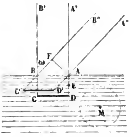
ε représente la quantité de chaleur perdue pendant l'unité de temps, par l'unité de surface, dans une direction normale, quand l'excès de température est égal à l'unité : c'est ce que nous nommerons le *pouvoir émissif* de la substance dans la direction normale.

CAS DE L'ÉMISSION OBLIQUE. — La formule (1) ne représente que la quantité de chaleur émise par un corps dans une direction normale à sa surface. Pour trouver celle qu'il envoie dans des directions obliques quelconques, nous allons nous appuyer sur l'expérience suivante. En couvrant une surface métallique avec une couche mince de vernis, on augmente la quantité de chaleur qu'elle peut émettre; on l'augmente encore, mais beaucoup moins, par une deuxième couche superposée à la première; enfin l'effet produit par l'addition successive de nouvelles couches décroît progressivement et devient nul lorsque l'épaisseur totale du vernis déposé atteint $0^{mm},025$. A partir de cette limite, le rayonnement est indépendant de la surface métallique sous-jacente. On voit que le vernis ne rayonne pas seulement par sa surface terminale, mais encore par les molécules situées à une profondeur appréciable.

Partant de là et généralisant cette observation, on a fait une

hypothèse dite du *rayonnement particulaire*, que nous invoquerons encore dans la suite. On admet que dans l'intérieur d'un corps une molécule M (*fig.* 361) envoie dans toutes les directions des rayons qui s'affaiblissent rapidement par des absorptions ou des réflexions et s'éteignent à la surface d'une sphère limite décrite du point M comme centre avec un rayon très-petit. D'après cette hypothèse, la chaleur émise à l'extérieur dans une direction normale AA′ se composera des rayons partis de A qui s'échappent en totalité, et des rayons qui viennent de toutes

Fig. 361.



les molécules E situées à une distance de A moindre que la distance limite AD; ceux-ci seront de plus en plus faibles à mesure que E sera plus près de D. Soit i l'intensité totale de cette somme de rayons; chaque file de molécules situées au-dessous de la surface enverra un faisceau égal à i, et la quantité totale de chaleur q émise par l'élément $AB = S$ pendant l'unité de temps, dans la direction normale, sera proportionnelle à iS. Si l'on considère maintenant une direction oblique AA″ faisant avec la normale un angle ω, chacun des rayons particulaires se composera de chaleurs venues des mêmes profondeurs et aura la même intensité i que précédemment; mais le faisceau total ayant une section AF égale à $S\cos\omega$, la quantité de chaleur q' envoyée dans cette direction pendant l'unité de temps sera proportionnelle à $iS\cos\omega$. On aura donc

$$\frac{q'}{q} = \frac{\cos\omega}{1},$$

et en remplaçant q par sa valeur tirée de l'équation (1),

$$q' = Si\cos\omega. \tag{2}$$

La loi résumée par cette formule, et à laquelle on donne le nom de *loi du cosinus*, a été énoncée par Lambert, et c'est Fourier qui en a donné la démonstration précédente, qui est loin d'être irréprochable. Elle suppose, en effet, que les

rayons qui se présentent pour sortir, ou ne se réfléchissent pas intérieurement ou se réfléchissent également sous toutes les incidences. Il est donc évident qu'elle ne sera vraie que pour les substances sans pouvoir réflecteur, et qu'on devra la modifier pour toutes les autres. Nous l'admettrons provisoirement.

LOI DES DISTANCES. — Enfin si un corps très-petit et que nous supposerons réduit à un point rayonne dans l'espace une quantité totale de chaleur Q, elle pourra être recueillie sur une sphère concentrique de rayon r, et la portion dQ de cette chaleur qui sera reçue sur un élément ds sera

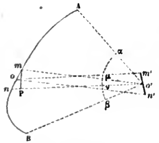
$$\frac{dQ}{Q}=\frac{ds}{4\pi r^2}, \quad dQ=\frac{Q\,ds}{4\pi r^2}.$$

Elle variera en raison inverse du carré des distances.

Ces trois lois, du rayonnement suivant la normale, de l'émission dans des directions obliques et de la variation d'intensité avec la distance, sont les principes de la théorie qui nous occupe. Nous allons en développer les conséquences.

I. Soient mn et $m'n'$ (*fig.* 362) deux éléments infiniment petits à une distance r; le premier enverra vers chaque point o' du second un cône de rayons qui feront avec la normale à mn des angles qui ne différeront entre eux que d'un infiniment petit et que nous pouvons considérer comme égaux entre eux et à ω. La chaleur envoyée en o' pendant l'unité de temps sera égale à $\varepsilon ds \cos\omega t$, et pour avoir la quantité totale de chaleur reçue par $m'n'$, il faudra faire la somme de tous les faisceaux coniques qui arriveront en chaque point de $m'n'$. Cette somme sera donc égale à $\varepsilon ds \cos\omega t$ multipliée par un facteur qui ne dépendra que de $m'n'$. D'un autre côté, chaque point o de mn enverra sur $m'n'$ un cône de rayons $m'on'$ qui sera proportionnel à la surface apparente de $m'n'$, ou à $\frac{ds'\cos\omega'}{r^2}$, et pour

Fig. 362.

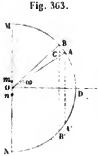


avoir la chaleur totale envoyée sur $m'n'$, il faudra faire la somme des faisceaux émis par chaque point de mn; elle sera égale au produit de $\frac{ds' \cos \omega'}{r^2}$ par un facteur qui ne dépend que de mn. Il résulte de là que cette chaleur totale sera proportionnelle à la fois à $\varepsilon ds \cos \omega t$ et à $\frac{ds' \cos \omega'}{r^2}$ et qu'elle pourra se représenter par leur produit

$$q = \frac{\varepsilon ds\, ds' \cos \omega \cos \omega'}{r^2} t.$$

Or $ds \cos \omega$ est égal à l'élément de sphère mP décrit du point o' comme centre et compris dans le cône $mo'n$, et $\frac{ds \cos \omega}{r^2}$ représente l'élément $\mu\nu$ contenu dans le même cône d'une autre sphère de rayon égal à l'unité. Par conséquent $\mu\nu$ enverrait la même quantité de chaleur que mn, s'il avait le même pouvoir émissif ε et s'il était porté à la même température. En répétant le même raisonnement pour chaque élément d'une surface rayonnante quelconque AB, on voit qu'elle pourra se remplacer par la portion de sphère $\alpha\beta$ de rayon 1, limitée au même cône Ao'B.

Fig. 363.



II. Un élément $mn = ds$ (*fig.* 363) n'envoie pas seulement de la chaleur dans une direction, mais dans tous les sens à la fois, et tous les rayons émis pendant l'unité de temps peuvent être reçus sur une demi-sphère MDN décrite avec un rayon r. Nous allons calculer leur somme. Décomposons la sphère en zones par des plans infiniment voisins, parallèles à mn; soit ABA'B' l'une d'elles; soient ω et $\omega + d\omega$ les angles que les rayons oA et oB font avec la normale; la chaleur reçue par la zone sera

$$dq = \frac{\varepsilon ds \cos \omega}{r^2} t \times \text{surf ABA'B'} = \frac{\varepsilon ds \cos \omega}{r^2} t \times 2\pi r \text{AC}.$$

Or

$$\text{AC} = \text{AB} \sin(\omega + d\omega) = r \sin \omega\, d\omega,$$

par suite

$$dq = \frac{\varepsilon ds \cos\omega}{r^2} t \times 2\pi r^2 \sin\omega d\omega = 2\pi\varepsilon t ds \cos\omega \sin\omega d\omega,$$

et en intégrant,

$$q = 2\pi\varepsilon t ds \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\omega \sin\omega \, d\omega = \pi\varepsilon t ds.$$

Par conséquent, si ε est le pouvoir émissif dans la direction normale, $\pi\varepsilon$ sera le *pouvoir émissif total*, c'est-à-dire la quantité de chaleur émise pendant l'unité de temps dans tous les sens à la fois; nous le représenterons généralement par E, et nous aurons, pour la chaleur perdue pendant l'unité de temps par un élément de surface,

$$q = \mathrm{E} t ds,$$

et pour la chaleur perdue par la surface tout entière S d'un corps,

$$\mathrm{Q} = \mathrm{SE}t.$$

Il est évident que cette relation entre ε et E ne sera exacte que si la loi du cosinus est applicable au corps considéré.

III. Puisqu'un corps échauffé dont la surface est S abandonne une quantité totale de chaleur $\mathrm{SE}t$ pendant l'unité de temps, il perdra $\mathrm{SE}tdx$ pendant un temps infiniment petit dx. D'un autre côté il se refroidira de $-dt$, et sa perte de chaleur sera égale au produit de son poids P par sa chaleur spécifique C et par son abaissement de température $-dt$. On a donc

$$\mathrm{SE}t\,dx = -\mathrm{PC}\,dt,$$

$$-\frac{dt}{dx} = \frac{\mathrm{SE}}{\mathrm{PC}} t = v. \tag{3}$$

$-\frac{dt}{dx}$ représente l'abaissement de température qui se ferait pendant l'unité de temps s'il restait uniforme; c'est ce qu'on nomme la *vitesse du refroidissement*. On voit que dans l'hypothèse admise, cette vitesse v est proportionnelle à l'excès t.

IV. On tire de l'équation précédente

$$\mathrm{Q} = \mathrm{SE}t = \mathrm{PC}v.$$

c'est-à-dire que la quantité de chaleur Q perdue pendant l'unité de temps pour un excès de température constant t est égale à PCv. On pourra la calculer si l'on connaît v, et réciproquement on calculera v si l'on a mesuré Q.

V. Si l'on intègre l'équation (3), on trouve

$$t = t_0 e^{-\frac{SE}{PC}x}. \tag{4}$$

ce qui montre que quand un corps se refroidit, les excès de température décroissent comme les termes d'une progression géométrique quand le temps x croît en progression arithmétique. Cette loi a été énoncée par Newton et porte son nom. Elle est une conséquence de l'hypothèse que nous avons faite précédemment, à savoir que la perte de chaleur est proportionnelle à l'excès t. Dans les limites de t où cette loi est applicable, elle permet de calculer E et v. Il suffit de laisser refroidir le corps que l'on veut étudier et de mesurer ses excès de température de minute en minute. Soient t_1 et t_2 deux valeurs de cet excès, observées après des temps x_1 et x_2, on trouvera aisément

$$\frac{SE}{PC} = \frac{\log t_1 - \log t_2}{(x_2 - x_1)\log e}.$$

Connaissant $\frac{SE}{PC}$, on trouvera la vitesse de refroidissement ou $\frac{SE}{PC}t$ pour toutes les valeurs de l'excès t, et enfin si la surface S, le poids P et la capacité C sont connus, on calculera le pouvoir émissif total E.

Après avoir développé cette théorie, nous allons maintenant nous occuper des mesures expérimentales.

COMPARAISON DES POUVOIRS ÉMISSIFS. — Pour comparer les pouvoirs émissifs de diverses surfaces, Leslie plaçait devant un miroir concave un cube rempli d'eau bouillante, dont les quatre faces verticales étaient couvertes, la première de noir de fumée et les autres des diverses substances qu'on voulait étudier. Au foyer du miroir était disposée la boule d'un thermomètre différentiel revêtue de noir de fumée; elle s'échauffait et arrivait à un excès final τ de température. Il est facile de

voir que les pouvoirs émissifs des diverses faces du cube sont proportionnels à τ. En effet, la chaleur envoyée pendant l'unité de temps sur le miroir par la face du cube qui lui est opposée est $\mu s \varepsilon t$, t étant l'excès de la température du cube sur l'air. Le miroir réfléchit une partie r de cette chaleur et la renvoie sur le thermomètre, lequel en absorbe une fraction A', A' étant le pouvoir absorbant total du noir de fumée. La chaleur qui échauffe le thermomètre est donc

$$\mu s \varepsilon r A' t.$$

D'un autre côté, le thermomètre perd pendant le même temps une quantité de chaleur $s' E' \tau$ proportionnelle à sa surface s', à son pouvoir émissif total E' et à l'excès τ de sa température; et quand il est arrivé à l'état stationnaire, la perte est égale au gain,

$$\mu s \varepsilon r A' t = s' E' \tau.$$

Si l'on change la face du cube, rien n'est changé, que ε qui devient ε_1; alors τ prend la valeur τ_1, et l'on a

$$\mu s \varepsilon_1 r A' t = s' E' \tau_1,$$

et en divisant

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{\tau}{\tau_1}.$$

Leslie a comparé ainsi le pouvoir émissif des diverses substances à celui du noir de fumée; il a obtenu les nombres suivants :

Pouvoirs émissifs.

Noir de fumée	100	Plombagine	75
Papier	98	Plomb terne	45
Cire à cacheter	95	Plomb brillant	19
Verre	90	Mercure	20
Encre de Chine	88	Fer poli	15
Glace	85	Étain, argent, cuivre, or	12
Minium	80		

Melloni recommença ces mesures avec son appareil. Il prenait pour source de chaleur un cube plein d'eau porté sur un support au-dessus d'une lampe à alcool qui servait à l'échauffer jusqu'à 100 degrés (*fig.* 353). Les faces de ce cube étaient

couvertes des diverses substances que l'on voulait essayer; on les tournait successivement vers la pile, et l'on prenait pour rapport des pouvoirs émissifs le rapport des déviations galvanométriques observées. Melloni trouva

Noir de fumée...........	100
Blanc de céruse..........	100
Colle de poisson...........	91
Encre de Chine............	85
Gomme laque.............	72
Métaux..................	12

MM. de la Provostaye et Desains ont signalé plusieurs causes d'erreur dans ces expériences. Melloni plaçait un diaphragme entre la pile et le cube, afin de limiter le faisceau incident; or ce diaphragme réfléchissait de la chaleur vers le cube, qui la renvoyait à la pile. Cette cause d'inexactitude est faible lorsque la face rayonnante réfléchit peu de chaleur; mais elle devient considérable quand cette face est polie et qu'elle rayonne peu. On put remédier à cet inconvénient en employant un diaphragme noirci vers le cube et poli vers la pile, et l'on en ajoutait un deuxième pour éviter l'effet de l'échauffement du premier.

Quand on prend ces précautions, on trouve entre le noir de fumée et les métaux des différences très-considérables. Si la face du cube qui est noircie donne 33 degrés de déviation, le côté argenté ne donne rien, et quand la première produit 63 degrés, le deuxième imprime à l'aiguille un déplacement à peine égal à 2 degrés. Ces différences sont trop grandes pour qu'on puisse directement comparer les métaux au noir et nécessitent l'emploi d'une méthode détournée. MM. de la Provostaye et Desains interposaient un diaphragme percé de deux trous qui pouvaient se substituer l'un à l'autre, et tels que l'effet sur la pile était 7,5 fois plus considérable avec le premier qu'avec le second. On recevait à travers ce dernier le rayonnement du noir de fumée, on mesurait son intensité i et on la multipliait par 7,5 pour avoir celle qui aurait été trouvée avec la grande ouverture. Ensuite on faisait passer le faisceau provenant des faces métalliques à travers cette large ouverture, et l'on comparait l'intensité trouvée i' à $i(7,5)$; le rapport don-

nait le pouvoir émissif du métal rapporté à celui du noir. Voici les résultats obtenus quand la température de la source est égale à 120 degrés :

Noir de fumée	1
Argent vierge	0,030
Argent mat chimiquement déposé	0,536
Platine laminé	0,108
Argent bruni	0,025
Argent chimiquement déposé, bruni	0,022
Or en feuilles	0,0428
Platine bruni	0,095
Cuivre en feuilles	0,049

On voit par ces résultats que Leslie et Melloni avaient assigné aux métaux des pouvoirs émissifs trop considérables, et que les erreurs inhérentes à leur mode d'expérimentation les avaient empêchés de reconnaître les inégalités de ces pouvoirs pour les diverses substances métalliques.

Toutes ces expériences ne servent qu'à mesurer le rapport des pouvoirs émissifs à celui du noir de fumée. Si on voulait avoir leurs valeurs absolues, il faudrait opérer par la méthode indiquée page 268; mais on n'a point fait d'études sur ce point.

DISCUSSION DE LA THÉORIE PRÉCÉDENTE. — Il faut maintenant se rappeler que la théorie qui vient d'être exposée ne se fonde point sur des principes absolument exacts. Elle suppose que la chaleur émise est d'espèce unique et invariable, que t est peu élevé, que θ est sensiblement constant et que la loi du cosinus est applicable. Nous allons maintenant montrer que ces hypothèses et leurs conséquences ne sont justifiées que dans des cas très-restreints.

VARIATIONS DES POUVOIRS ÉMISSIFS. — Nous avons d'abord admis que la quantité de chaleur envoyée normalement pendant l'unité de temps est égale à $S\varepsilon t$. Tant que cela sera exact, deux surfaces de même étendue, mais de nature différente et portées à une même température, émettront des faisceaux $S\varepsilon_1 t$, $S\varepsilon_2 t$, dont le rapport sera constant et égal à celui de ε_1 à ε_2. Si donc nous trouvons que ce rapport varie avec t, nous en

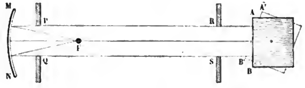
conclurons que les lois de l'émission ne sont point représentées par la formule précédente.

MM. de la Provostaye et Desains ont pris pour source de chaleur une lame de platine à travers laquelle ils faisaient passer un courant électrique et qui s'échauffait jusqu'à une température plus ou moins élevée, suivant l'énergie de ce courant. Après l'avoir couverte de noir de fumée sur ses deux faces, ils la plaçaient entre deux piles de Melloni, et ils déterminaient la distance de ces piles à la lame de manière à rendre égales les déviations des deux galvanomètres correspondants. Cela fait, ils ont enlevé le noir de fumée de l'une des faces, et l'ayant remplacé par du borate de plomb, ils ont comparé les deux déviations en portant la lame à des températures croissantes. Ces déviations devaient être proportionnelles à $S'\varepsilon_1 t$ et $S'\varepsilon_2 t$, ou à ε_1 et ε_2. On trouva qu'elles étaient égales jusqu'à 100 degrés, qu'en chauffant davantage elles différaient l'une de l'autre de plus en plus et qu'à 550 degrés le rapport du pouvoir émissif du borate à celui du noir n'était plus que 0,75. De là il faut conclure que la loi de l'émission change inégalement pour les divers corps et qu'elle ne peut être représentée par la formule $S\varepsilon t$ quand t dépasse 100 degrés.

LOI DU COSINUS. — La démonstration que nous avons donnée précédemment de la loi du cosinus s'appuyant sur une hypothèse, et ne tenant aucun compte des réflexions intérieures, il est indispensable de chercher si l'expérience la confirme.

Leslie plaçait vis-à-vis le miroir concave MN (*fig.* 364) un

Fig. 364.



cube AB plein d'eau bouillante et il interposait entre ces deux appareils plusieurs écrans PQ, RS,..., percés d'orifices égaux. De cette manière il obtenait un faisceau sensiblement composé de rayons parallèles qui se réfléchissaient sur le miroir et

étaient concentrés en F sur la boule focale d'un thermomètre différentiel. Il commençait par mettre la surface AB perpendiculairement à la direction des rayons incidents, puis il l'inclinait progressivement dans des positions telles que A′ B′.

Si nous désignons par S et S′ la section du cylindre PQRS et la portion de surface du cube comprise dans ce cylindre, la chaleur envoyée pendant l'unité de temps doit être $S'\varepsilon t \cos\omega$, et comme $S' = \frac{S}{\cos\omega}$, elle est égale à $S\varepsilon t$, c'est-à-dire indépendante de l'inclinaison du cube. Leslie trouva en effet que le thermomètre F ne variait pas quand on changeait cette inclinaison. La loi de Lambert se trouve donc justifiée ; mais le cube employé par Leslie était couvert de noir de fumée, et ce corps réalisant les conditions supposées par la démonstration de Fourier, puisqu'il n'a pas de pouvoir réflecteur sensible, la vérification précédente ne s'adresse qu'à un cas tout spécial.

MM. de la Provostaye et Desains recommencèrent ces expériences sur le noir de fumée. Ils employaient la même disposition d'appareils, avec cette différence que le faisceau cylindrique PQRS avait exactement la même section qu'une pile de Melloni, sur laquelle on le recevait. Voici le tableau des déviations comparées quand l'angle ω était de 0 ou 80 degrés.

Noir de fumée mat.

Inclinaisons. ω	Déviations.			Pouvoir émissif.
0°	22°,35	20°,15	35°,03	100,0
80	22,03	22,02	34,95	100,0

Noir de fumée déposé à l'essence.

0	13,5	12,65	»	100,0
80	10,02	9,55	»	74,8

Le premier de ces tableaux justifie la loi de Lambert ; le second montre que le noir de fumée commence à s'en écarter aussitôt qu'il cesse d'être mat et qu'il commence à réfléchir la chaleur.

Pour aborder enfin le cas général, MM. de la Provostaye et

Desains ont appliqué une lame de verre sur l'une des faces du cube. Les résultats furent en discordance complète avec la loi du cosinus. Les nombres qui suivent expriment le rapport de la chaleur envoyée par la lame à celle qui est émise par le noir de fumée :

Inclinaisons. ω	Chaleur émise par $S' = \frac{S}{\cos\omega}$.
0°	90,00
60	83,60
70	75,01
80	54,44

Ainsi la loi de Lambert n'est vraie que dans un cas très-particulier; mais on peut aisément la remplacer par une formule plus générale en complétant la démonstration de Fourier. Soit i l'intensité des rayons particulaires au moment où ils se présentent pour sortir normalement à la surface. Une portion R se réfléchit, une autre $1 - R$ émerge, et la quantité totale de chaleur émise par l'élément AB (*fig.* 361) est $\mu i S(1 - R)$. On a

$$\mu i S(1 - R) = S\varepsilon t.$$

Dans une direction inclinée d'un angle ω, l'intensité des rayons particulaires reste la même et égale à i quand ils arrivent de l'intérieur sur la surface AB; mais ils sont réfléchis dans une proportion différente R', et l'ensemble des rayons émis par la même surface AB est $\mu i S \cos\omega(1 - R')$. En représentant par ε' le pouvoir émissif sous cette inclinaison, on a

$$\mu i S \cos\omega(1 - R') = S\varepsilon' t,$$

et en divisant ces deux équations l'une par l'autre

$$\varepsilon' = \varepsilon \cos\omega \frac{1 - R'}{1 - R}.$$

Enfin, si l'on compare la chaleur q émise normalement par une surface S à la chaleur q' émise sous une inclinaison ω par une surface $\frac{S}{\cos\omega}$, c'est-à-dire si l'on compare (*fig.* 364) les intensités du faisceau cylindrique PQRS envoyées soit par AB,

soit par **A′B′**, on a

$$q = S\varepsilon t,$$

$$q' = \frac{S}{\cos\omega}\varepsilon' t = S\varepsilon t \frac{1-R'}{1-R}.$$

Or la théorie des ondulations démontre que la quantité de rayons réfléchis intérieurement, quand ils se présentent pour sortir sous une inclinaison ω, est égale à celle qui se réfléchit extérieurement quand ils tombent, sous l'incidence ω, sur la surface pour pénétrer à l'intérieur. R' et R sont donc des quantités connues et mesurées par les expériences décrites page 254, et en les calculant on trouve que q' reproduit très-exactement les nombres du tableau précédent.

Il y a encore une autre cause qui agit pour compliquer le phénomène de l'émission dans les directions obliques. Les rayons intérieurs doivent en effet se diffuser en se présentant sur la surface d'émergence; mais comme la loi de cette diffusion n'est pas connue, on ne peut calculer l'effet qu'elle produit : on ne peut que constater par l'expérience l'inexactitude de la loi du cosinus pour les substances qui diffusent sans réfléchir spéculairement.

Inclinaisons.	Chaleur émise par $S' = \frac{S}{\cos\omega}$.	
ω	Céruse.	Ocre rouge.
0°	100,0	100,0
60	94,6	»
70	83,9	91,2
80	65,9	82,3

LOI DE NEWTON. — Nous avons montré que si l'on accepte la formule $Q = SEt$ pour représenter la chaleur totale perdue par un corps dans l'unité de temps, on arrive comme conséquence à la loi de Newton :

$$t = t_0 e^{-\frac{SE}{PC}x}.$$

Par conséquent, pour savoir dans quels cas la théorie que nous venons de donner peut s'appliquer, il suffit de savoir quelles sont les limites entre lesquelles la loi de Newton est exacte.

Pour cette vérification, on peut se contenter de prendre un thermomètre, de mesurer de minute en minute l'excès t de sa température sur le milieu environnant, et de chercher ensuite si ces excès décroissent en progression géométrique quand les temps croissent en progression arithmétique. Or on trouve que cela est vrai approximativement quand t ne dépasse pas 50 ou 60 degrés. Par conséquent la loi est exacte jusque-là, et la chaleur perdue par le rayonnement peut s'exprimer par SEt. On fera dans la suite un fréquent usage de ces deux formules entre ces limites.

Mais quand t prend des valeurs plus grandes, la loi de Newton commence par être moins approchée et finit par devenir tout à fait inexacte. Voici comment Delaroche a opéré pour le démontrer.

Il suspendait dans l'air un creuset de platine plein de mercure et porté à une température T qu'on mesurait par un thermomètre plongé dans l'intérieur. Ce creuset envoyait dans tous les sens et dans chaque direction déterminée une quantité de chaleur qui, si la loi de Newton est vraie, est proportionnelle à l'excès $T - \theta$.

A une certaine distance était suspendu de même un thermomètre très-sensible qui recevait une portion de la chaleur émise, qu'on peut représenter par $A(T - \theta)$; il s'échauffait, arrivait à une température maximum T', qui est beaucoup plus petite que T; il rayonnait dans tous les sens, et ce rayonnement, qui n'était pas sensiblement modifié par la présence du creuset, puisque celui-ci sous-tendait un angle très-petit, peut être représenté par $B(T' - \theta)$. Au moment de l'équilibre, on a

$$A(T - \theta) = B(T' - \theta), \quad \frac{T - \theta}{T' - \theta} = \frac{B}{A}.$$

Or le thermomètre étant toujours à une température basse, la loi de Newton s'y applique, tandis que le creuset étant très-échauffé, on ne sait pas si $A(T - \theta)$ est l'expression exacte de la perte de chaleur qu'il éprouve. Mais si cette expression est vraie, le rapport de $T - \theta$ à $T' - \theta$ sera constant, et réciproquement. Par conséquent, il suffit de chercher si ce rapport est invariable ou non pour justifier ou infirmer la loi de Newton.

Il faut remarquer qu'il n'est pas nécessaire que le creuset

soit maintenu à une température constante; il suffit que l'on observe le moment où le thermomètre atteint un maximum; car alors les pertes et gains de chaleur de ce thermomètre pendant un temps très-court ne diffèrent que d'un infiniment petit de ce qu'elles seraient si T demeurait invariable. Voici les nombres trouvés par Delaroche; ils démontrent que la loi qui nous occupe n'est pas vraie au delà de 80 degrés.

$T-\theta$.....	81°	131°	172°	175°	205°
$t-\theta$.....	4°,7	9°,1	13°,1	14°,1	17°,4
Rapport...	17,23	14,39	12,80	11,97	11,80

Après ces diverses expériences de vérification, on ne peut conserver aucune illusion sur la valeur de la théorie du rayonnement, telle qu'elle résulte des expériences de Leslie et des raisonnements de Fourier. Il faut la considérer comme une solution empirique, renoncer à la loi du cosinus qui n'est justifiée que par un cas tout spécial, et n'employer la formule SEt ou $t = t_0 e^{-\alpha x}$ qui en est la conséquence, que lorsque l'excès t est très-peu élevé. Avec ces restrictions, ces formules sont approximativement vraies et fréquemment employées.

QUARANTE-SEPTIÈME LEÇON.

DE L'ABSORPTION DE LA CHALEUR.

Pouvoir absorbant, 1° sous l'incidence normale; 2° sous une incidence quelconque; 3° pouvoir absorbant total. — Comparaison des pouvoirs absorbants. — Relation entre les pouvoirs absorbant et émissif. — Variation de ces pouvoirs.
Équilibre mobile de température.

Quand un rayonnement calorifique tombe sur un corps, une partie s'y refléchit, une autre s'y diffuse, une troisième le traverse s'il est transparent, et en faisant la somme des quantités de chaleur réfléchie, diffusée et transmise, on trouve qu'elle est moindre que la quantité de chaleur incidente. Une fraction de celle-ci a conséquemment disparu dans le corps qui l'a reçue; on dit qu'elle est *absorbée*.

En même temps qu'une perte de chaleur rayonnante a lieu, la substance s'échauffe lentement et de proche en proche. Il est évident que cet échauffement est l'effet de cette absorption.

Ce phénomène diffère essentiellement des actions que nous avons étudiées jusqu'à présent. Une radiation simple est une vibration de l'éther, qui se propage avec la même vitesse que la lumière et qui est analogue aux vibrations sonores; tant qu'elle ne fait que se réfléchir, se diffuser ou se transmettre, elle ne modifie pas l'état des corps; elle ne fait que se décomposer en divers faisceaux de directions et d'intensités différentes, mais qui sont identiques quant à leur nature et à leur réfrangibilité. La partie qui est absorbée, au contraire, ne se propage plus que lentement, elle n'est plus de la chaleur rayonnante, elle a subi dans son mode d'existence une transformation complète, et de plus elle dilate, ou fond, ou volatilise les corps dans lesquels elle s'accumule. Sous ce nouvel état on ne sait plus en quoi elle consiste. Il est probable qu'elle est encore

un mouvement, mais un mouvement tout différent du premier, auquel les molécules matérielles doivent prendre part et dont les conditions physiques sont absolument inconnues. Pour distinguer ce nouveau mode d'existence de la chaleur, mais sans rien préjuger sur son état, nous dirons qu'elle est devenue *statique*.

Après qu'il s'est échauffé en recevant la chaleur, le corps à son tour émet des radiations dans l'espace et perd à l'état rayonnant la chaleur qu'il avait absorbée et rendue statique. On ne sait pas mieux expliquer cette transformation inverse de la chaleur statique en chaleur rayonnante qu'on ne pouvait précédemment savoir comment la chaleur rayonnante devient statique.

Il n'y a aucun rapport entre la qualité des chaleurs rayonnantes reçues et rendues par le corps. Si la première était lumineuse, la seconde est le plus souvent obscure, et cette circonstance est aussi peu explicable que les précédentes. Il résulte de là qu'on ne peut rationnellement comparer la chaleur incidente absorbée à la chaleur rendue par émission, puisque toutes deux sont aussi différentes entre elles que la lumière rouge est différente de la lumière verte, par exemple.

Dans l'ignorance manifeste où nous sommes des conditions essentielles de ces phénomènes, nous n'avons d'autre ressource que de rechercher des relations empiriques; c'est ce que nous allons faire en exposant les expériences exécutées sur ce sujet, sans leur donner aucune autre valeur que celle qu'il faut attribuer à des faits disjoints.

POUVOIR ABSORBANT. — On nomme *pouvoir absorbant* d'une substance le rapport de la chaleur qu'elle absorbe à la chaleur qu'elle reçoit.

Soit Q la quantité de chaleur reçue pendant l'unité de temps, par une surface déterminée, sous une incidence quelconque ω; soient aussi Qr, Qd et Qa les proportions de cette chaleur qui sont réfléchies, diffusées et absorbées; on aura

$$Q = Q(r + d + a), \quad a = 1 - r - d.$$

1°. Si le corps possède un poli spéculaire assez parfait pour

que l'on puisse considérer la diffusion comme nulle,

$$a = 1 - r.$$

Alors le pouvoir absorbant est complémentaire de la proportion de chaleur réfléchie.

2°. Si au contraire la surface considérée n'est pas polie, elle ne réfléchit pas régulièrement, et r étant nul,

$$a = 1 - d.$$

Dans ce cas le pouvoir absorbant est complémentaire de la proportion de chaleur diffusée dans tous les sens.

3°. Enfin, quand la substance sera imparfaitement polie, on aura généralement

$$a = 1 - r - d.$$

On trouvera donc le pouvoir absorbant a quand on connaîtra les proportions réfléchies et diffusées r et d.

Cette quantité a de chaleur absorbée étant variable avec l'obliquité des rayons, nous allons chercher quelle est sa valeur, 1° sous l'incidence normale; 2° sous une incidence quelconque ω; 3° quand le corps considéré reçoit des rayons de toutes les directions à la fois.

I. **SOUS L'INCIDENCE NORMALE.** — 1°. MM. de la Provostaye et Desains ayant déterminé la quantité r de chaleur réfléchie par les métaux polis sous l'incidence normale, on a calculé dans le tableau suivant la valeur de $1 - r$ qui représente le pouvoir absorbant.

	CHALEUR ABSORBÉE				
	SOLAIRE.	LAMPE d'Argant.	LAMPE de Locatelli.	ALCOOL salé.	OBSCURE à 400 degrés.
Acier	0,42	0,34	0,175	0,12	"
Métal des miroirs	0,34	0,30	0,145	"	"
Platine	0,39	0,30	0,17	0,14	0,105
Zinc	"	0,32	0,19	"	"
Étain	"	0,32	0,15	"	"
Laiton	"	0,16	0,07	0,06	0,055
Or	0,13	"	0,045	"	0,045
Plaqué	0,08	0,035	0,025	"	"

On voit par ces résultats que les métaux réfléchissant en proportions inégales les rayons provenant de diverses sources, *leurs pouvoirs absorbants sous l'incidence normale sont différents pour les diverses chaleurs simples.*

2°. Au contraire le verre noir et toutes les substances opaques qui ne sont point métalliques réfléchissent et par suite absorbent en proportions sensiblement égales ces diverses radiations. On peut calculer, au moyen de la formule de Fresnel, la quantité de chaleur réfléchie par ces substances, et par suite leurs pouvoirs absorbants.

3°. Nous avons montré page 260 comment on a pu mesurer la quantité totale d de chaleur diffusée par quelques substances non polies, quand elles reçoivent normalement le faisceau solaire. $1 - d$ représente la somme des proportions qu'elles absorbent de toutes les radiations simples contenues dans le faisceau solaire.

Chaleur absorbée.

Céruse	0,18
Argent en poudre	0,24
Chromate de plomb	0,34
Cinabre	0,52

Si l'on étudiait individuellement chaque radiation simple, on trouverait que le pouvoir absorbant de ces substances varie comme pour les métaux d'une chaleur à une autre. Par exemple, Melloni a trouvé que la céruse diffuse en très-grande proportion les rayons solaires, en quantités décroissantes ceux des sources dont la température diminue, et qu'elle se conduit comme le noir de fumée avec la chaleur provenant de l'eau bouillante. Il en résulte nécessairement que le pouvoir absorbant de la céruse est faible pour les radiations lumineuses, qu'il augmente quand la température des sources décroît, et qu'il devient égal à celui du noir de fumée pour la chaleur de l'eau bouillante.

Melloni a confirmé cette conclusion par une expérience plus directe. Il couvrit de blanc de céruse une des faces de la pile thermo-électrique et laissa sur l'autre le noir de fumée dont elle est habituellement garnie; puis il exposa la face noire de cette pile à diverses sources, qu'il plaçait à des distances telles

que leur effet fût le même. Mais en retournant l'instrument de manière à recevoir les radiations sur la céruse, l'effet fut très-inégal. La pile s'échauffait à peine par l'effet d'un faisceau solaire filtré à travers l'alun; elle éprouvait une action de plus en plus vive avec des sources à température de plus en plus basse, et le cube plein d'eau bouillante produisait autant d'effet sur la céruse que sur le noir de fumée.

Enfin de nouvelles expériences exécutées par M. Knoblauch ont démontré que la composition d'un flux calorifique mixte est altérée d'une manière très-diverse quand il a été diffusé par une surface. Tous ces résultats prouvent donc que le pouvoir absorbant d'une substance sous l'incidence normale est dépendant de la nature des radiations qu'elle reçoit.

Il résulte de là que si dans les expériences sur la chaleur rayonnante on peignait avec de la céruse les faces d'une pile de Melloni, elles absorberaient une fraction variable des diverses radiations incidentes, et l'effet galvanométrique ne serait pas proportionnel à l'intensité de ces radiations. Il faut évidemment couvrir les soudures avec une substance qui absorbe les chaleurs ou totalement ou également.

Or il n'existe point de corps qui ait la propriété d'absorber en totalité les radiations qui tombent sur sa surface, pas même le noir de fumée; mais cette substance satisfait entièrement à la condition d'absorber également toutes les espèces de chaleur, puisque, suivant Melloni, elle les diffuse en proportion identique; c'est donc avec du noir de fumée qu'il faut garnir les soudures d'une pile.

II. Sous une incidence oblique. — 1°. Quand il s'agit d'une substance spéculairement polie, le pouvoir absorbant sous une incidence quelconque ω est donné par la relation

$$a = (1 - r).$$

Or on sait qu'en général la quantité de chaleur réfléchie r augmente depuis l'incidence normale, où elle est minimum, jusqu'à l'incidence rasante, où elle est égale à l'unité. Le pouvoir absorbant diminuera donc progressivement à mesure que les rayons tomberont plus obliquement sur la surface et sera nul pour l'incidence de 90 degrés. De plus, on pourra calculer

r par la formule de Fresnel ou par celles de Cauchy quand il s'agira des corps transparents ou des métaux, et par suite on aura la valeur du pouvoir absorbant sous une incidence quelconque. Cette valeur changera avec la nature des radiations pour les métaux; elle en sera indépendante pour les corps transparents.

2°. Pour les substances qui ne sont point polies $a = 1 - d$. Il est certain que la proportion totale de chaleur diffusée augmente, et par conséquent que le pouvoir absorbant diminue quand l'incidence augmente. Mais comme on ne connaît pas la loi qui exprime la valeur de d, on ne sait rien de celle que suit le pouvoir absorbant.

III. **POUVOIR ABSORBANT TOTAL.** — Quand un corps est placé dans une enceinte qui lui envoie de la chaleur, chaque élément ds de sa surface reçoit de chaque direction un faisceau égal à $Q\,ds\cos\omega$ et en absorbe $Q\,ds\cos\omega(1 - r - d)$. Par suite, il reçoit $\Sigma Q\,ds\cos\omega$ de tous les points de l'enceinte; il absorbe $\Sigma Q\,ds\cos\omega(1 - r - d)$, et le pouvoir absorbant total que nous représenterons par A sera

$$A = \frac{\Sigma Q\,ds\cos\omega(1 - r - d)}{\Sigma Q\,ds\cos\omega}.$$

Il différera du pouvoir absorbant sous l'incidence normale. Mais comme on ne connaît pas la loi de la diffusion, on ne peut le calculer.

COMPARAISON DES POUVOIRS ABSORBANTS. — Jusqu'à présent nous avons cherché à trouver la proportion du faisceau incident qui disparaît par absorption. Nous allons maintenant faire connaître des expériences par lesquelles on a comparé les pouvoirs absorbants des corps à celui du noir de fumée pris pour unité.

Leslie dirigeait sur un miroir concave le rayonnement provenant d'un cube plein d'eau bouillante, et il plaçait au foyer conjugué la boule focale de son thermomètre qu'il recouvrait successivement d'abord de noir de fumée, ensuite de la substance qu'il voulait étudier. La boule s'échauffait et arrivait dans les deux cas à des excès de température finale t_1 et t. Leslie

admit que les pouvoirs absorbants A_1 et A sont proportionnels à t_1 et t :

$$\frac{A}{A_1} = \frac{t}{t_1}.$$

Ce procédé n'est point exact, et cette expérience est très-complexe. En effet, la boule du thermomètre, couverte du corps à essayer, reçoit une quantité de chaleur Q et en absorbe une fraction QA qui change de nature en se fixant momentanément dans la substance qu'elle échauffe. Devenue statique, cette chaleur à son tour se change en radiations que le thermomètre émet dans l'espace, mais qui sont généralement d'une autre espèce que la chaleur incidente. Malgré cette double transformation, on admet qu'au moment où la température finale est atteinte, la perte compense le gain, et que la chaleur cédée est *équivalente* à la chaleur absorbée. Or la chaleur émise par le thermomètre est proportionnelle à son pouvoir émissif total E et à l'excès de sa température t; elle peut s'exprimer par SEt, et l'on a

$$QA = SEt.$$

Pour le noir de fumée,

$$QA_1 = SE_1 t_1$$

et

$$\frac{A}{A_1} = \frac{Et}{E_1 t_1}.$$

On voit que le rapport des pouvoirs absorbants n'est pas égal à celui des excès t et t_1, parce que le pouvoir émissif de la boule change en même temps que les corps dont on la recouvre.

Après Leslie, Melloni essaya de comparer sous l'incidence normale les pouvoirs absorbants des corps à celui du noir de fumée. Le procédé qu'il a suivi n'est pas meilleur. Il interposait entre la pile et une source constante des lames de cuivre mince, dont la face antérieure était couverte de la substance qu'on voulait étudier; elle absorbait les rayons incidents, la lame s'échauffait, arrivait à une température stationnaire, et par son côté postérieur, qui était noirci, rayonnait vers la pile. A ce moment la chaleur absorbée et la chaleur perdue étaient équivalentes. La première est égale à Qa; la deuxième se

compose de deux parties : l'une SEt perdue dans toutes les directions par la face antérieure, l'autre SE_1t par la face postérieure. On a l'équation

$$Qa = S(E + E_1)t.$$

Si l'on opère ensuite avec une lame couverte de noir de fumée sur ses deux faces, a se change en a_1, E en E_1, et l'on trouve

$$Qa_1 = S(2E_1)t_1,$$

et, en prenant les rapports,

$$\frac{t}{t_1} = \frac{a}{a_1}\,\frac{2E_1}{E + E_1}.$$

On voit que le rapport des excès t et t_1, qui est celui des déviations galvanométriques, n'est pas égal au rapport des pouvoirs absorbants a et a_1, mais que néanmoins il augmente avec $\frac{a}{a_1}$. On a calculé sa valeur dans le tableau qui suit :

Pouvoirs absorbants.

SUBSTANCES.	LAMPE d'Argant	LAMPE de Locatelli	PLATINE incandescent.	CUIVRE à 400 degrés.	CUIVRE à 100 degrés.
Noir de fumée....	100	100	100	100	100
Encre de Chine...	100	96	95	87	85
Céruse..........	24	53	56	89	100
Colle de poisson..	45	52	54	64	91
Gomme laque....	30	43	47	70	72
Métal...........	17	14	13,5	13	13

Mais si cette méthode est défectueuse quand il s'agit de comparer les pouvoirs absorbants des diverses substances à celui du noir de fumée, elle est parfaitement exacte si l'on veut trouver les rapports des pouvoirs absorbants d'une même substance exposée successivement à des sources différentes.

En effet, si la nature des rayons incidents change, le pouvoir absorbant du noir de fumée reste constant et égal à a_1, mais celui d'un autre corps quelconque prend des valeurs différentes a, a', a''. Quelle que soit l'espèce de ces rayons, ils se

transformeront après leur absorption en un flux calorifique obscur dont la composition ne changera pas sensiblement avec les excès t, t', t'' de température finale, et les pouvoirs émissifs E et E_1 resteront les mêmes.

On aura donc, en comparant une substance au noir de fumée avec une première source,

$$\frac{t}{t_1} = \frac{a}{a_1}\,\frac{2E_1}{E + E_1},$$

et avec une deuxième source,

$$\frac{t'}{t'_1} = \frac{a'}{a_1}\,\frac{2E_1}{E + E_1};$$

d'où il suit que les valeurs du rapport $\frac{t}{t_1}, \frac{t'}{t'_1}, \ldots$, qui se trouvent dans les mêmes lignes horizontales du tableau précédent, sont entre elles comme les pouvoirs absorbants a, a',..., de chaque substance pour les diverses sources employées.

MM. de la Provostaye et Desains ont suivi une méthode qui n'est point sujette à ces objections. Supposons qu'on fasse arriver un faisceau calorifique sur un thermomètre couvert de la substance à essayer et que la quantité totale de chaleur reçue pendant l'unité de temps soit Q, celle qui est absorbée pourra se représenter par QA, en désignant par A le pouvoir absorbant total de la surface. Ce thermomètre prendra un excès de température t, une vitesse de refroidissement V et perdra PCV pendant l'unité de temps. On aura donc (page 267)

$$QA = PCV.$$

On pourra, par des expériences préliminaires, mesurer la loi du décroissement des températures de cet instrument; elle sera sensiblement donnée par la loi de Newton $t = t_0 e^{-kx}$, et l'on se servira de cette formule pour trouver la vitesse V correspondante à l'excès de température t.

En couvrant ensuite l'instrument avec du noir de fumée, il prendra dans les mêmes circonstances un excès de température t', une vitesse de refroidissement V', et l'on aura

$$QA_1 = PCV'.$$

On mesurera de la même manière la vitesse V', et l'on trou-

vera enfin

$$\frac{A}{A_1}=\frac{V}{V'}.$$

Pour faire l'expérience, on plaçait le thermomètre dans une caisse fermée dont la température était connue; sur l'une des faces de cette caisse était enchâssée une lentille de verre, à travers laquelle on faisait arriver, soit les faisceaux solaires, soit ceux d'une lampe, et l'on fixait à son foyer le réservoir du thermomètre. Voici les résultats :

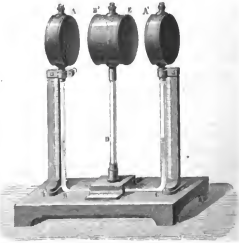
	Pouvoir absorbant $\frac{A}{A_1}$.	
	Chaleur solaire.	Chaleur de la lampe d'Argant.
Noir de fumée	100,0	100,0
Noir de platine	»	100,0
Blanc de céruse	9,0	21,0
Cinabre	»	28,5
Argent en poudre	»	21,0
Or en feuilles	13,0	4,0
Argent en feuilles	7,5	»

RELATION ENTRE LES POUVOIRS ÉMISSIF ET ABSORBANT. — Quand une quantité de chaleur Q tombe sur la surface extérieure d'un corps, la partie absorbée est $Q(1-r-d)$, et si une quantité Q′ venant de l'intérieur se présente à la surface pour sortir, la portion qui est émise est $Q'(1-r'-d')$, en désignant par r' et d' les parties réfléchies et diffusées intérieurement. Or toutes les causes qui augmentent ou diminuent les valeurs de r et de d produisent le même effet sur r' et d'. On conçoit donc que le pouvoir émissif et le pouvoir absorbant des corps varient dans le même sens. L'expérience a d'ailleurs prouvé qu'il en est réellement ainsi. De plus les recherches de Leslie et celles de Melloni tendent à faire croire que le pouvoir absorbant rapporté à celui du noir de fumée est *égal* au pouvoir émissif du même corps rapporté aussi à celui du noir de fumée, pourvu que les flux calorifiques absorbés ou émis soient de nature identique.

Pour justifier cette loi, on peut se servir de l'appareil suivant, qui est dû à Ritchie (*fig.* 365). ABCA′ est un thermo-

mètre différentiel dont les boules sont remplacées par des tambours A et A′, et entre lesquels on place un cylindre EE′

Fig. 365.



rempli d'eau chaude. Les faces en regard E′ et A sont couvertes, la première d'une feuille métallique, la seconde de noir de fumée, et inversement les autres faces E et A′ sont garnies, la première de noir, la seconde du même métal que E′. On trouve que les deux réservoirs du thermomètre prennent la même température quand le vase EE′ est à égale distance de chacune d'elles.

Il est évident alors que E′ envoie à A une quantité de chaleur $me't$ proportionnelle à son pouvoir émissif et à son excès de température, et que A absorbe une fraction de la chaleur incidente proportionnelle à son pouvoir absorbant a, et qui est $me'ta$. De même A′ absorbe $meta'$, et l'on a

$$me'ta = meta' \quad \text{ou} \quad \frac{a}{a'} = \frac{e}{e'},$$

ce qui veut dire que les pouvoirs émissifs et absorbants, rapportés au noir de fumée et pour des flux calorifiques identiques, sont égaux.

VARIATIONS DES POUVOIRS ÉMISSIFS ET ABSORBANTS. — L'état des surfaces exerce une grande influence sur la valeur du pouvoir absorbant. Leslie, qui ne connaissait pas la diffusion, admettait que l'absorption est complémentaire de la réflexion, et comme celle-ci augmente avec le poli, il croyait que l'absorption diminue toujours en même temps. On ne peut plus raisonner d'une manière aussi absolue. Quand on polit une substance, en effet, on voit croître la quantité r de chaleur réfléchie spéculairement et décroître la proportion d qui est diffusée dans tous les sens; le premier effet tend à diminuer, le second à augmenter le pouvoir absorbant $(1-r-d)$, qui pourra rester constant ou augmenter ou diminuer, selon que l'un des deux effets l'emportera sur l'autre. Suivant Melloni, il est constant pour le marbre, poli ou non; il augmente pour un métal, poli d'abord au marteau, quand on le raye ensuite, tandis qu'il diminue pour une lame d'argent coulée sur un plan de marbre poli et sur laquelle on fait des stries avec une lime ou un burin.

MM. Masson et Courteépée, ayant pris des précipités chimiques très-différents par leur nature et leur couleur et les ayant fixés avec un peu de colle sur des lames métalliques, ont reconnu que leurs pouvoirs absorbants étaient très-sensiblement égaux entre eux et à celui du noir de fumée. Cela montre qu'à cet état de division extrême l'influence de l'état physique est tellement prédominante, que celle de la nature des substances disparaît.

Les corps pulvérulents sont ceux qui absorbent et émettent le mieux; les substances dont la surface est polie, et en particulier les métaux, sont au contraire celles qui absorbent et rayonnent le moins. Leslie avait cru pouvoir énoncer comme loi que les matières blanches absorbent moins que les noires; mais cela n'est pas vrai, comme on le voit par l'exemple de la céruse et du noir de fumée. Il en tirait comme conséquence qu'il faut se couvrir de vêtements blancs, en hiver pour être moins refroidi par le rayonnement, en été pour être moins réchauffé par l'absorption; mais ces conséquences sont loin d'être absolument exactes, et si l'on veut calculer la température finale à laquelle parvient un corps sous l'influence d'un rayonnement incident, il faut faire intervenir plusieurs circonstances.

Supposons, par exemple, qu'une lame conductrice, assez mince pour qu'on puisse la considérer comme ayant en tous ses points une température égale, reçoive normalement une quantité de chaleur Q pendant l'unité de temps sur l'unité de surface. Soit S l'étendue de cette lame; elle recevra QS, absorbera QSa, a étant le pouvoir absorbant normal pour l'espèce particulière de rayons qui lui arrivent. Après qu'elle aura atteint son excès final t, elle perdra dans toutes les directions, par ses deux faces dont l'étendue est 2S, une quantité de chaleur $2SEt$, E étant son pouvoir émissif total; on aura

$$QSa = 2SEt, \quad t = \frac{Q}{2} \cdot \frac{a}{E}.$$

E est constant si t n'est pas très-élevé; mais a est variable avec la nature des rayons incidents. Par exemple, si la lame est couverte de céruse et qu'elle reçoive de la chaleur solaire, la valeur de a sera faible, et l'échauffement sera peu considérable. Mais si la chaleur incidente est obscure, le pouvoir absorbant a sera égal à celui du noir de fumée, et l'échauffement sera plus grand. Comme d'ailleurs le pouvoir émissif E est le même pour la céruse et le noir, il en résulte qu'au soleil la céruse s'échauffera peu, et que sous l'action d'une source obscure elle prendra la même température que le noir.

Sous une incidence oblique ω la même lame interceptera $QS\cos\omega$, absorbera $QS\cos\omega a'$ ou $QS\cos\omega(1-r-d)$ et l'on aura

$$QS\cos\omega(1-r-d) = 2SEt,$$

$$t = \frac{QS\cos\omega(1-r-d)}{2E}.$$

A mesure que l'inclinaison augmentera, $\cos\omega$ diminuera; en même temps r et d augmenteront, et pour toutes ces raisons la température t ira en diminuant. Elle dépendra d'ailleurs comme précédemment de la nature des radiations incidentes, puisque r et d varieront quand cette nature changera.

ÉQUILIBRE MOBILE DE TEMPÉRATURE.

Nous avons jusqu'à présent étudié expérimentalement le rayonnement d'un corps plus chaud vers un autre plus froid;

nous avons reconnu qu'il est proportionnel à l'excès de température, et que par conséquent il devient nul si cet excès est nul. De là il résulte que si l'on considère une enceinte dont les parois soient à une température uniforme, et que l'on place un corps à l'intérieur, il devra se mettre en équilibre avec cette enceinte; car s'il est plus chaud qu'elle, il rayonnera vers chacun de ses éléments et se refroidira, et s'il est plus froid, il recevra de la chaleur de tous les points de la paroi et se réchauffera. Conséquemment, quels que soient les pouvoirs absorbants, réflecteurs et émissifs de l'enceinte et du corps, l'équilibre aura lieu quand une température uniforme se sera établie, et n'aura lieu qu'à ce moment.

Il n'est donc point nécessaire de faire une hypothèse pour expliquer cette uniformité de la température; elle est la conséquence forcée de cette condition expérimentale, que le rayonnement d'un corps vers un autre s'annule en même temps que l'excès de la température du premier sur le second. Néanmoins on a voulu se rendre un compte plus complet de l'échange calorifique dans une enceinte, et Prévost, de Genève, a imaginé la théorie de *l'équilibre mobile de température*, que nous allons exposer, bien qu'elle soit loin de suffire pour expliquer tous les phénomènes.

On admet que si deux corps A et B sont placés en face l'un de l'autre, le premier rayonne vers le second et le second vers le premier quelles que soient leurs températures, lors même qu'elles sont égales; que les expériences mesurent seulement la différence entre ces rayonnements inverses et qu'elles ne constatent plus rien quand ils sont égaux. On admet en outre que ces rayonnements sont une certaine fonction de la température $f(\theta)$, et qu'ils sont absorbés, réfléchis et diffusés proportionnellement aux pouvoirs absorbants, réflecteurs et diffusifs des corps. Dans cette théorie il faut expliquer comment il se fait que tous les points d'une enceinte arrivent à une température égale. Voici les raisonnements que l'on fait.

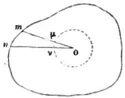
I. Si l'on suppose d'abord que l'enceinte soit couverte d'une substance qui ne réfléchisse et ne diffuse pas la chaleur, ce qui est à peu près le cas du noir de fumée, un élément *mn* de la paroi (*fig.* 366) envoie en un point intérieur O, pendant

l'unité de temps, une quantité de chaleur, qui est

$$\frac{ds \cos\omega}{r^2} f(\theta).$$

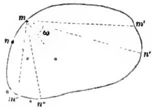
Comme $\frac{ds \cos\omega}{r^2}$ est égal à l'élément $\mu\nu$ découpé dans une sphère de rayon égal à l'unité par le cône mOn, l'élément mn de l'enceinte peut se remplacer par $\mu\nu$, l'enceinte totale par la sphère entière, et par suite, quelle que soit la position du point O, il recevra toujours la même chaleur des parois. D'où il résulte qu'un corps aura toujours la même température en tous les points de l'enceinte.

Fig. 366.



II. Si l'on considère deux éléments mn, $m'n'$ de la paroi (*fig.* 367), le premier, dont la température est θ, enverra au second une quantité de chaleur $\frac{ds\,ds' \cos\omega \cos\omega'}{r^2} f(\theta)$ (p. 266), et le second enverra au premier une quantité de chaleur $\frac{ds\,ds' \cos\omega \cos\omega'}{r^2} f(\theta')$, si θ' est sa température. Par conséquent, le plus échauffé enverra plus de chaleur qu'il n'en reçoit et se refroidira. Si au contraire les deux températures θ, θ' sont égales, la chaleur envoyée sera égale à la chaleur reçue, et l'équilibre existera.

Fig. 367.



III. Ces raisonnements doivent être modifiés quand l'enceinte réfléchit, puisque alors toute la chaleur émise n'est point absorbée. Supposons qu'un élément mn devienne réfléchissant, il émettra vers $m'n'$ une quantité de chaleur qui pourra s'écrire

$$\varepsilon \frac{ds\,ds' \cos\omega \cos\omega'}{r^2} f(\theta).$$

Cette formule ne suppose pas que la loi du cosinus soit exacte; mais ε, qui représente le pouvoir émissif par rapport au noir de fumée, doit être considéré comme variable avec l'angle ω.

D'un autre côté, l'élément mn recevra de la chaleur d'un autre élément $m''n''$ et la réfléchira vers $m'n'$ proportionnellement à son pouvoir réflecteur R sous l'incidence ω,

$$\mathrm{R}\,\frac{ds\,ds''\cos\omega\cos\omega''}{r'^2}f(\theta).$$

Par conséquent la quantité totale de chaleur reçue par $m'n'$ sera

$$ds\cos\omega.f(\theta)\left(\varepsilon\frac{ds'\cos\omega'}{r^2}+\mathrm{R}\,\frac{ds''\cos\omega''}{r'^2}\right).$$

Or si l'élément mn est réduit à un point m, les deux cônes $m'mn'$ et $m''mn''$ sont de même ouverture et $\frac{ds'\cos\omega'}{r^2}=\frac{ds''\cos\omega''}{r'^2}$. Cela aura lieu aussi, à des infiniment petits près, si mn a une étendue ds; donc la chaleur envoyée vers $m'n'$ et absorbée par lui sera

$$(\varepsilon+\mathrm{R})\,\frac{ds\,ds'\cos\omega\cos\omega'}{r^2}f(\theta).$$

D'un autre côté $m'n'$ envoie vers mn

$$\frac{ds\,ds'\cos\omega\cos\omega'}{r^2}f(\theta);$$

et pour que la perte et le gain de l'élément $m'n'$ soient équivalents, il faut que $e+\mathrm{R}=1$, c'est-à-dire que la somme du pouvoir émissif et du pouvoir réflecteur soit égale à l'unité. Comme d'ailleurs la somme des pouvoirs absorbant et réflecteur est égale aussi à l'unité, il en résulte que *le pouvoir émissif et le pouvoir absorbant d'une substance rapportés tous deux au noir de fumée et pris sous une même incidence doivent être égaux.*

Cette théorie est évidemment incomplète, puisqu'elle ne tient aucun compte de la diffusion qui se produit dans toute enceinte et même sur le noir de fumée. Pour étudier le cas général, il faudrait exprimer que le faisceau envoyé de mn vers $m'n'$ se compose : 1° des rayons émis directement; 2° de ceux qui, venant de $m''n''$, sont réfléchis régulièrement; 3° de toutes les radiations envoyées sur mn par tous les points de l'enceinte et qui sont partiellement renvoyées par la diffusion vers $m'n'$.

On devrait en second lieu calculer également la somme des rayons dirigés de $m'n'$ vers mn. Ces deux rayonnements inverses seraient tous deux diffusés et réfléchis partiellement l'un par mn, l'autre par $m'n'$, et il faudrait écrire que les quantités de chaleur absorbées sont égales. Il est évident que, dans l'état actuel de nos connaissances, ce calcul ne peut se faire, puisque nous ignorons les lois de la diffusion.

Les difficultés de cette théorie s'augmentent beaucoup, si l'on remarque d'ailleurs que la chaleur rayonnante se compose d'une infinité de pinceaux de réfrangibilités et de propriétés très-diverses, qui sont émis, réfléchis, absorbés et diffusés très-inégalement. Vouloir englober dans une loi commune les actions inégales qu'ils éprouvent individuellement, faire abstraction de leur nature et négliger leurs transformations, c'est évidemment méconnaître les véritables conditions auxquelles la théorie de ces phénomènes doit satisfaire. Il est probable que le principe de l'hypothèse de Prévost, c'est-à-dire le rayonnement réciproque, est exact; mais le mécanisme de ces échanges est si complexe et nos connaissances si peu avancées, qu'il vaut mieux renoncer à ces hypothèses vagues, toujours beaucoup plus propres à obscurcir les questions qu'à les élucider.

QUARANTE-HUITIÈME LEÇON.

DES LOIS DU REFROIDISSEMENT.

Expériences préliminaires. — Influence de la masse; de la nature du liquide; de la forme du vase; de la nature de la surface. — Expériences dans le vide. — Loi relative à la température de l'enceinte. — Influence des excès de température. — Pouvoir refroidissant des gaz. — Influence de la nature de la surface; de la température de l'enceinte; de la pression; de l'excès de température; de la nature du gaz. — Formule générale. — Loi de Newton. — Expériences de MM. de la Provostaye et Desains.

Nous avons précédemment admis que la perte de chaleur éprouvée par un corps pendant un temps dx est proportionnelle à son excès de température t. En partant de cette hypothèse, nous avons trouvé l'expression suivante pour la vitesse du refroidissement :

$$v = -\frac{dt}{dx} = \frac{SE}{PC}t,$$

et en intégrant nous avons obtenu les valeurs des excès t après un temps x, par la formule de Newton

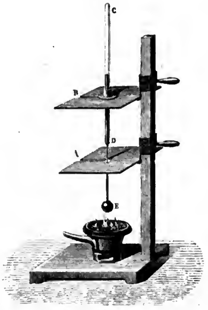
$$t = t_0 e^{-\frac{SE}{PC}x}.$$

Mais les expériences que l'on a faites pour justifier ces formules ayant montré qu'elles ne sont sensiblement exactes que si la température t est peu élevée, il faut ne les considérer que comme une première approximation et chercher des lois plus générales; c'est ce qu'ont fait Dulong et Petit dans un travail remarquable que nous allons exposer.

Avant d'entrer dans le détail des expériences, il faut faire remarquer que le refroidissement d'un corps dépend de la conductibilité; car une fois qu'il est commencé, les parties extérieures deviennent moins chaudes que les couches profondes, et la surface perd d'autant plus de chaleur par rayon-

nement qu'elle en reçoit davantage de l'intérieur par la conductibilité. Cette cause de complication du phénomène doit surtout se présenter dans les solides; mais on peut penser qu'elle est sensiblement nulle avec les liquides; car alors les courants intérieurs agissent pour rétablir l'uniformité de température au milieu de la masse, à mesure que le rayonnement tend à la détruire. Dulong et Petit n'ont étudié que ce cas relativement simple et se sont contentés d'observer le refroidissement éprouvé par de gros thermomètres à mercure. C'était opérer avec un liquide bon conducteur qui avait le double avantage d'être à tout instant également chaud dans tous ses points et de mesurer lui-même sa température par le volume qu'il occupait dans la tige thermométrique. Alors le refroidissement ne dépendait plus que de la surface, et on la changeait à volonté en couvrant le réservoir soit de noir de fumée, soit de feuilles d'argent, soit de tout autre corps appliqué sur le verre.

Fig. 368.



Ces thermomètres sont composés de deux parties qu'il faut distinguer: 1° le réservoir, qui est très-gros, qui constitue le corps dont on veut mesurer le refroidissement, que l'on échauffe directement au-dessus d'un fourneau (*fig.* 368) et qui, aux divers moments de l'observation, aura des températures différentes; 2° la tige, que l'on préserve de l'action du foyer par des écrans A et B, qui reste toujours à la température de l'enceinte et ne se refroidit pas. Elle est jointe au réservoir par un tube très-étroit DE qui empêche les courants du mercure de cir-

culer et la chaleur de se communiquer par conductibilité du réservoir à la tige. Il faudra corriger toutes les observations; 1° parce que la tige et le réservoir ont des températures différentes; 2° parce que le mercure froid de la tige rentre dans le réservoir quand la température baisse et augmente la vitesse du refroidissement. Ces deux corrections se feront au moyen de formules qu'il est facile de trouver et que nous ne donnerons pas.

On peut se proposer de déterminer par l'expérience, ou bien la fonction des excès de température t, qui exprimera la vitesse de refroidissement $f(t) = -\dfrac{dt}{dx} = V$, ou bien la fonction du temps $\varphi(x) = t$, qui représentera la loi des excès de température. Comme la première est la dérivée de la seconde prise en signe contraire et que l'on pourra passer de la différentielle à l'intégrale ou inversement de l'intégrale à la différentielle, il est indifférent au point de vue théorique de chercher l'une ou l'autre. Mais au point de vue expérimental, il faut choisir celle des deux fonctions qui est la plus simple, et comme en général c'est la dérivée qui est dans ce cas, Dulong et Petit se sont décidés à rechercher la formule qui exprime la vitesse du refroidissement en fonction des excès de température.

Ce parti une fois pris, il fallait savoir comment on mesurerait cette vitesse de refroidissement. Elle ne peut être directement observée; mais Dulong et Petit ont pu la calculer par une méthode détournée. Après avoir échauffé le thermomètre et l'avoir placé dans les conditions où ils voulaient étudier son refroidissement, ils suivaient en même temps l'abaissement progressif de sa température et la marche d'un compteur à secondes, et à des temps représentés par

$$0,\quad x_1,\quad x_2,\quad x_3,\ldots,$$

ils notaient les excès de température correspondants

$$t_0,\quad t_1,\quad t_2,\quad t_3,\ldots.$$

Ils reconnurent ensuite que pour tous leurs thermomètres et quelles que soient les conditions dans lesquelles on les place, les excès peuvent se lier entre eux par une formule

empirique analogue à celle de Newton :

$$t = t_0 A^{\alpha x + \beta x^2}. \tag{1}$$

Ils déterminaient par trois mesures faites à trois époques différentes les paramètres m, α, β qui sont, bien entendu, variables avec le thermomètre et avec toutes les circonstances qui influent sur le refroidissement, et en mettant leurs valeurs dans la formule (1), elle exprime empiriquement la progression des températures. Par conséquent, sa dérivée prise en signe contraire,

$$-\frac{dt}{dx} = -t(\alpha + 2\beta x) \log A, \tag{2}$$

représente empiriquement aussi la vitesse du refroidissement.

De la première formule on peut déduire la valeur de x, qui correspond à un excès quelconque t, remplacer cette valeur dans la seconde et calculer la vitesse de refroidissement qui correspond à cet excès. Il y aura ensuite à comparer entre elles les diverses valeurs de ces vitesses et à en chercher la loi.

EXPÉRIENCES PRÉLIMINAIRES.

Il faut commencer par nous rendre compte des diverses circonstances qui peuvent influer sur la vitesse du refroidissement. Or il est évident que celle-ci doit dépendre de tous les éléments qui peuvent établir une différence entre les divers thermomètres, 1° de la masse M du liquide thermométrique; 2° de sa nature N; 3° de la forme et de l'étendue de la surface extérieure S du réservoir; 4° de la nature et de l'état de cette surface, c'est-à-dire de son pouvoir émissif E; elle doit dépendre encore 5° de la température θ de l'enceinte et 6° de l'excès t du thermomètre. En réunissant toutes ces influences, on voit que la vitesse de refroidissement sera une fonction de M, N, S, E, t, θ. Posons

$$v = f(M, N, S, E, t, \theta).$$

Ce n'est point tout encore. Un corps se refroidit non-seulement par le rayonnement, mais encore par le gaz au milieu duquel il est plongé, car ce gaz s'échauffe au contact de la surface, et il enlève une quantité de chaleur variable avec sa na-

ture G, avec sa pression p, avec sa température θ, avec l'excès t de température du corps échauffé; variable enfin avec tous les éléments qui différencient les divers thermomètres entre eux. Par conséquent la vitesse totale du refroidissement V doit se composer de deux termes : l'un v, donné par la formule précédente et qui représente l'effet du rayonnement; l'autre P, qui est le pouvoir refroidissant du gaz et que nous exprimerons par $\varphi(M, N, S, E, G, p, t, \theta)$. Nous aurons

$$V = f(M, N, S, E, \theta, t) + \varphi(M, N, S, E, G, p, t, \theta).$$

Pour compléter cette longue énumération, il faudrait dire encore que le refroidissement est une fonction de la grandeur de l'enceinte, de la nature de ses parois et de toutes les circonstances qui font changer la chaleur qu'elle absorbe, qu'elle prend au gaz et qu'elle renvoie vers le thermomètre. Il faudrait enfin exprimer que la vitesse V dépend essentiellement de l'espèce particulière des radiations émises. Mais Dulong et Petit ne se sont point occupés de ces influences.

La question du refroidissement est maintenant posée. Il faut déterminer les deux fonctions qui composent la valeur de V, et pour y parvenir, Dulong et Petit ont suivi la seule marche qui fût possible; ils ont successivement étudié l'influence de chacune des variables, en laissant toutes les autres constantes.

INFLUENCE DE LA MASSE. — On prit d'abord trois thermomètres à mercure dont les réservoirs sphériques avaient 2, 4, 7 centimètres de diamètre; ils différaient par conséquent par la masse M de mercure et par l'étendue S de la surface. Après les avoir échauffés, on observa leur refroidissement dans l'air à θ degrés, et par les formules (1) et (2) on calcula, comme nous l'avons expliqué précédemment, les vitesses de refroidissement v_1, v_2, v_3 de ces trois thermomètres, pour des excès de température égaux t. Naturellement ces vitesses sont d'autant moindres que la masse est plus considérable; mais on trouva que leurs rapports demeurent constants, quelle que soit la valeur commune de t. Cela prouve que la masse et la surface changeant, les vitesses de refroidissement peuvent s'exprimer par une fonction identique multipliée par un coefficient variable avec M et S. Voici les résultats :

Influence de M et de S.

EXCÈS t	V_1	V_2	V_3	$\frac{V_1}{V_2}$	$\frac{V_1}{V_3}$
100°	18,92	8,97	5,00	2,11	3,78
80	14,00	6,60	3,67	2,12	3,81
60	9,58	4,56	2,52	2,10	3,80
40	5,93	2,80	1,56	2,12	3,80
20	2,75	1,30	0,73	2,11	3,77

INFLUENCE DE LA NATURE DU LIQUIDE ET DE LA FORME DU VASE. — Dulong et Petit ont ensuite étudié exactement de la même manière les influences exercées soit par la forme du vase, soit par la nature du liquide. Pour reconnaître la première, ils employaient deux vases, l'un cylindrique, l'autre sphérique, de même nature; pour observer la seconde, ils faisaient refroidir un même ballon successivement rempli de mercure, d'alcool et d'eau. Ils calculaient les vitesses correspondantes à des excès égaux, et ils ont trouvé qu'elles étaient en rapport constant.

Influence de la nature du liquide.

EXCÈS. t	MERCURE. V	EAU. V_1	$\frac{V}{V_1}$
60°	3,03	1,39	0,458
50	2,47	1,13	0,452
40	1,89	0,85	0,450
30	1,36	0,62	0,456

Ces expériences montrent en résumé que la vitesse totale du refroidissement V pourra être exprimée par un facteur constant m, dépendant de la surface extérieure S, de la nature N et de la masse M du liquide, multiplié par une somme de deux fonctions, l'une variant avec E, t et θ, l'autre avec E, t, θ, et de plus avec la nature du gaz G et avec sa pression p. L'expression

générale que nous avons posée précédemment se réduit donc à

$$V = mf(E, t, \theta) + m\varphi(E, G, p, t, \theta).$$

INFLUENCE DE LA NATURE DE LA SURFACE. — On voit que la question commence à se simplifier. Si l'on change ensuite la nature de la surface; si l'on fait refroidir, par exemple, deux vases, l'un en verre, l'autre en fer-blanc, tous deux remplis d'eau, on trouve que le rapport des vitesses correspondantes à des excès égaux n'est plus constant. On en conclut qu'il ne suffit plus de multiplier par un *même* facteur constant les deux fonctions qui composent la valeur de V pour exprimer l'effet du changement de surface E.

Influence de la nature du vase.

EXCÈS t	VERRE. V	FER-BLANC. V_1	$\frac{V}{V_1}$
60°	1,39	0,90	1,54
50	1,13	0,73	1,55
40	0,85	0,54	1,57
30	0,62	0,38	1,63
20	0,37	0,21	1,76

EXPÉRIENCES DANS LE VIDE.

Nous allons maintenant exposer les expériences qui ont eu pour but de chercher la forme de la fonction. Or nous avons précédemment admis que la vitesse du refroidissement est donnée par la somme de deux fonctions, l'une exprimant le rayonnement, l'autre le pouvoir refroidissant du gaz ambiant; par conséquent nous ramènerons la question à sa plus grande simplicité en opérant d'abord dans le vide. Alors la fonction cherchée ne dépendra plus que de trois éléments, E, θ et t:

$$v = mf(E, \theta, t).$$

L'enceinte au milieu de laquelle se fait le refroidissement est un ballon de laiton A (*fig.* 369), qui a 3 décimètres de diamètre. Il est couvert intérieurement de noir de fumée, et

il se prolonge à sa partie supérieure par un col métallique,

Fig. 369.



sur lequel on peut visser et serrer par un boulon une cloche de verre B. Une tubulure latérale D permet de raccorder le ballon avec une machine pneumatique et de faire le vide à l'intérieur. Enfin ce ballon est soutenu par trois tiges dans un grand vase plein d'eau FG, que l'on échauffait par un courant de vapeur. Par ce moyen on maintenait l'enceinte à une température qui demeurait fixe pendant une série d'expériences et qui pouvait être ou très-haute ou très-basse.

Quand on voulait observer, on échauffait le thermomètre sur un fourneau (*fig.* 368), et lorsque le mercure était arrivé en haut de la tige, à la température de 350 degrés environ, on plongeait l'instrument dans le ballon, de manière à mettre son réservoir au centre; puis on le recouvrait avec la cloche B; on

faisait le vide aussi complétement que possible, c'est-à-dire à 3 ou 4 millimètres, et l'on observait la marche décroissante du thermomètre de minute en minute.

Outre les corrections que nous avons déjà indiquées, il fallait encore en faire une autre. La machine ne donne, en effet, qu'un vide approché et laisse dans le ballon une quantité déterminée de gaz dont l'action refroidissante n'est pas nulle. Mais nous verrons dans la suite qu'après leurs expériences dans le vide, Dulong et Petit en ont fait d'autres qui leur ont donné la loi qui exprime le pouvoir refroidissant des gaz. Ils pouvaient donc, cette loi étant connue, corriger la vitesse observée de l'effet produit par la petite quantité d'air qui restait dans le ballon après qu'on y avait fait le vide.

Le tableau suivant résume toutes les observations qui ont été faites avec un thermomètre à boule nue. Vis-à-vis les nombres de la première colonne, qui représentent les excès de température du thermomètre, on a écrit les vitesses calculées par la formule empirique pour des températures variables θ de l'enceinte. Les vitesses correspondent, v à $\theta = 0$, v_1 à $\theta = 20$, v_2 à $\theta = 40$, et v_3 à $\theta = 60$. Il nous reste à discuter ces divers résultats.

Vitesses de refroidissement dans le vide.

EXCÈS t	$\theta = 0$ v		$\frac{v_1}{v}$	$\theta = 20$ v_1		$\frac{v_2}{v_1}$	$\theta = 40$ v_2		$\frac{v_3}{v_2}$	$\theta = 60$ v_3	
	Observée	Calculée.		Observée.	Calculée		Observée	Calculée		Observée.	Calculée.
240°	10,69	10,68	1,16	12,40	12,46	1,16	14,35	14,44	"	"	"
220	8,81	8,82	1,18	10,41	10,36	1,15	11,98	12,00	"	"	"
200	7,40	7,34	1,16	8,58	8,56	1,16	10,01	9,97	1,15	11,64	11,61
180	6,10	6,03	1,15	7,04	7,01	1,16	8,20	8,17	1,16	9,55	9,30
160	4,89	4,81	1,16	5,67	5,68	1,17	6,61	6,62	1,16	7,68	7,71
140	3,88	3,89	1,17	4,57	4,54	1,16	5,32	5,29	1,15	6,14	6,16
120	3,02	3,05	1,17	3,56	3,56	1,17	4,15	4,14	1,17	4,84	4,82
100	2,30	2,33	1,18	2,74	2,72	1,15	3,16	3,17	1,16	3,68	3,69
80	1,74	1,72	1,15	1,99	2,00	1,16	2,30	2,33	1,18	2,73	2,71
60	"	"	"	1,40	1,38	1,16	1,62	1,61	1,16	1,88	1,87

LOI RELATIVE A LA TEMPÉRATURE DE L'ENCEINTE. — Considérons d'abord les vitesses qui se trouvent sur les mêmes lignes horizontales, c'est-à-dire qui correspondent à des excès égaux et à des températures de l'enceinte 0, 20, 40, 60 degrés qui croissent en progression arithmétique ; divisons v_1 par v, v_2 par v_1, v_3 par v_2; nous trouvons que les quotients sont égaux entre eux et à 1,16. D'où il résulte que, pour des excès quelconques, mais égaux, *les vitesses de refroidissement croissent en progression géométrique quand les températures de l'enceinte croissent en progression arithmétique.*

Il suit de cette loi que les vitesses correspondantes à un même excès et à des températures variables de l'enceinte peuvent se représenter par ka^θ. Si les valeurs de l'excès changent, k change avec elles; c'est donc une fonction de t que l'on peut écrire $k = \varphi(t)$. Par suite l'expression générale de la vitesse à toute valeur de t et de θ sera

$$v = \varphi(t)\, a^\theta.$$

Pour déterminer a, il suffit de remarquer que deux vitesses consécutives v_n et v_{n+1}, correspondantes à un même excès t et à des valeurs θ et $\theta + 20$ de la température de l'enceinte, sont entre elles dans un rapport constant et égal à 1,16. On a donc

$$v_n = \varphi(t)\, a^\theta, \quad v_{n+1} = \varphi(t)\, a^{\theta+20},$$

et

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = a^{20} = 1,16,$$

d'où

$$a = \sqrt[20]{1,16} = 1,0077;$$

enfin

$$v = \varphi(t)\,(1,0077)^\theta.$$

INFLUENCE DES EXCÈS t. — Jusqu'à présent la marche suivie dans ces recherches a été purement expérimentale, et la loi précédente n'est que la traduction et la généralisation des résultats mesurés. Mais pour continuer cette étude, Dulong et Petit abandonnent entièrement cette méthode expérimentale, et ils font les deux hypothèses suivantes :

1°. Ils admettent l'idée de l'équilibre mobile des températures et supposent que non-seulement le thermomètre

rayonne vers l'enceinte, mais que d'un autre côté l'enceinte aussi rayonne vers lui. Si ce thermomètre ne recevait rien en échange de ce qu'il perd, il aurait une vitesse de refroidissement absolue v_1; si, au contraire, il ne rayonnait pas, il éprouverait par l'action de l'enceinte un réchauffement absolu v_2; mais comme il est à la fois soumis à ces deux phénomènes inverses, il possède une vitesse relative de refroidissement égale à la différence des vitesses absolues v_1 et v_2.

2°. Dulong et Petit vont encore plus loin; ils supposent que la vitesse absolue de refroidissement v_1 est une fonction $F(t+\theta)$ de la température $t+\theta$ du thermomètre et que sa vitesse de réchauffement absolue v_2 est la même fonction $F(\theta)$ de la température θ de cette enceinte. Cette double hypothèse n'a pas été et ne peut être démontrée; mais elle recevra une sorte de confirmation si les conséquences auxquelles elle va nous conduire se justifient. Nous poserons donc, pour exprimer la vitesse réelle de refroidissement,

$$v = F(t+\theta) - F(\theta),$$

et d'après la loi trouvée précédemment,

$$F(t+\theta) - F(\theta) = \varphi(t)\,(a^\theta).$$

Si $\theta = 0$,

$$F(t) - F(0) = \varphi(t),$$

et en retranchant,

$$F(t+\theta) - F(t) - F(\theta) + F(0) = \varphi(t)\,(a^\theta - 1).$$

Si l'on change dans cette expression t en θ et θ en t, on trouve

$$F(\theta + t) - F(\theta) - F(t) + F(0) = \varphi(\theta)\,(a^t - 1).$$

Le premier membre n'ayant pas changé, le second conserve la même valeur, et l'on a

$$\varphi(t)\,(a^\theta - 1) = \varphi(\theta)\,(a^t - 1).$$

Par suite

$$\frac{\varphi(t)}{a^t - 1} = \frac{\varphi(\theta)}{a^\theta - 1}.$$

Les deux membres de cette équation représentent une même fonction, et puisqu'elle conserve la même valeur quand la variable change, il faut qu'elle soit constante. On peut donc

poser

$$\frac{\varphi(t)}{a^t - 1} = m \quad \text{ou} \quad \varphi(t) = m(a^t - 1),$$

et l'expression générale de la vitesse de refroidissement dans le vide est

$$(\alpha) \qquad v = ma^\theta (a^t - 1).$$

Il ne faut pas oublier maintenant que cette formule est la conséquence des deux hypothèses que nous venons de faire, et qu'il est nécessaire de la vérifier à posteriori. Dans cette intention on a calculé les valeurs de v correspondantes aux températures θ et aux excès t inscrits dans le tableau précédent, et l'on a comparé l'expérience à la formule. On peut voir que les nombres calculés et observés sont très-sensiblement égaux ; par suite nous admettrons la formule précédente.

Enfin, pour terminer ce qui reste à dire sur le refroidissement dans le vide, il faut voir comment la nature de la surface intervient pour changer la vitesse v. Dulong et Petit ont alors observé le même thermomètre, soit en laissant sa surface nue, soit en la couvrant d'une feuille d'argent; les vitesses ont été différentes, mais en rapport constant quand t et θ demeuraient les mêmes. Ainsi, quand on opère dans le vide, la nature de la surface ne fait changer que le coefficient m, et a ne variant ni avec cette surface ni avec la masse et la nature du liquide est constant pour tous les corps.

En intégrant l'équation (α), on trouve

$$(\beta) \qquad x = \frac{1}{ma^\theta \log a}\left(\log \frac{a^t - 1}{a^t}\right) + C.$$

C'est la relation qui lie les excès aux temps du refroidissement.

EXPÉRIENCES DANS LES GAZ.

Si, après avoir observé le refroidissement d'un thermomètre dans une enceinte vide, on recommence les expériences dans la même enceinte contenant de l'air ou un gaz quelconque, on trouve, toutes choses égales d'ailleurs, que le refroidissement est plus rapide, ce qui prouve, conformément à nos prévisions, que les gaz enlèvent, par leur contact avec la surface du ther-

momètre, une quantité de chaleur qu'il faut maintenant déterminer. Pour y arriver, on opère comme précédemment, avec cette différence qu'après avoir fait rapidement le vide dans le ballon on y introduit le gaz dans lequel on veut observer et que l'on maintient à une pression constante p. On observe les excès t et les temps x, et enfin on calcule par les formules (1) et (2) les vitesses totales de refroidissement pour chaque valeur de t.

Ces vitesses V sont la somme de la vitesse v qui se produirait dans le vide et de la vitesse P qui est due à l'action du gaz; or v peut se calculer par la formule

$$v = ma^{\theta}(a^t - 1),$$

et en la retranchant de V, on obtient la vitesse de refroidissement P qui est produite par le contact du gaz et que nous nommerons à l'avenir le pouvoir refroidissant.

Rappelons-nous maintenant que P doit être une fonction de la nature de la surface du thermomètre, c'est-à-dire d'une variable E, de l'excès t, de la température θ, enfin de la nature G et de la pression p du gaz :

$$P = m\varphi(E, \theta, t, G, p).$$

On va comme précédemment étudier l'influence de ces divers éléments en faisant varier l'un d'eux pendant que les autres demeureront constants.

I. **INFLUENCE DE LA NATURE DE LA SURFACE.** — Dulong et Petit ont commencé par faire refroidir dans l'air un même thermomètre avec une surface d'abord nue et ensuite argentée, ce qui a donné les nombres suivants :

	Pouvoir refroidissant de l'air; $p = 720^{m}$, $\theta = 20$.	
Excès.	Boule nue.	Boule argentée.
200°	5,48	5,43
180	4,75	4,79
160	4,17	4,19
140	3,51	3,52
120	2,90	2,88
100	2,27	2,32

Par conséquent, l'influence exercée par la nature de la surface est absolument nulle, et la variable E n'entrera pas dans la formule. Ceci nous explique un premier résultat. Nous avons fait voir en commençant que la nature de cette surface change la loi du refroidissement total dans l'air; nous trouvons maintenant que cela est dû à cette circonstance que la vitesse particlle dans le vide est proportionnelle au pouvoir émissif E, tandis que le pouvoir refroidissant du gaz en est absolument indépendant.

II. **INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE DE L'ENCEINTE.** — Pour reconnaître l'influence de la température θ de l'enceinte, on a opéré dans l'air à une pression de 720 millimètres et à des températures θ qui furent portées à 20, 40, 60, 80 degrés dans quatre séries d'expériences successives. Or on a trouvé que les vitesses correspondantes à des excès égaux étaient invariables, quel que fût θ; elles sont donc indépendantes de la température de l'enceinte. Dès lors la question se simplifie, et le pouvoir refroidissant d'un gaz ne sera fonction que de l'excès t, de la pression p et de la nature du gaz G :

$$P_1 = m\varphi(t, p, G).$$

Influence de la température θ de l'enceinte.

EXCÈS. t	POUVOIR REFROIDISSANT DE L'AIR; PRESSION 720mm.			
	$\theta = 20°$	$\theta = 40°$	$\theta = 60°$	$\theta = 80°$
200°	5,48	5,46	"	"
180	4,75	4,70	4,79	"
160	4,17	4,16	4,20	4,13
140	3,51	3,55	3,55	3,49
120	2,90	2,93	2,94	2,88
100	2,27	2,28	2,24	2,25
80	1,77	1,73	1,71	1,78
60	1,23	1,17	1,18	1,20

III. **INFLUENCE DE LA PRESSION.** — Pour déterminer la fonction $P = m\varphi(t, p, G)$, on a commencé par opérer dans l'air, que

l'on prit successivement aux pressions 720, 360, 180, 90 millimètres, qui décroissent suivant une progression géométrique dont la raison est $\frac{1}{2}$, et l'on trouva que les excès étant quelconques, mais égaux, les pouvoirs refroidissants décroissent aussi en progression géométrique dont la raison est $\frac{1}{1,366}$; c'est ce que fait voir le tableau suivant :

Influence de la pression.

EXCÈS. t	POUVOIR REFROIDISSANT DE L'AIR.						
	$p = 720^{mm}$, P_0	$\frac{P}{P_1}$	$p = 360^{mm}$, P_1	$\frac{P_1}{P_2}$	$p = 180^{mm}$, P_2	$\frac{P_2}{P_3}$	$p = 90^{mm}$, P_3
200°	5,48	1,37	4,01	1,36	1,93	1,34	2,20
180	4,75	1,35	3,52	1,35	2,62	1,37	1,90
160	4,17	1,37	3,03	1,37	2,21	1,36	1,62
140	3,51	1,34	3,62	1,37	1,91	1,36	1,40
120	2,90	1,37	2,12	1,35	1,57	1,37	1,15
100	2,27	1,34	1,69	1,37	1,23	1,36	0,90
80	1,77	1,37	1,29	1,34	0,96	1,37	0,70
60	1,23	1,36	0,90	1,37	0,65	1,35	0,48
40	0,75	"	"	"	"	"	"
20	0,32	"	"	"	"	"	"

Désignons par P et P′ les pouvoirs refroidissants de l'air pour des excès égaux et sous des pressions p et p'; soit

$$p = 2^n p',$$

on aura, d'après la loi qui vient d'être énoncée,

$$P = (1,366)^n P',$$

d'où

$$\log \frac{p}{p'} = n \log 2, \quad \log \frac{P}{P'} = n \log (1,366),$$

ou

$$\frac{\log \frac{P}{P'}}{\log \frac{p}{p'}} = \frac{\log (1,366)}{\log 2} = 0,45;$$

ce qui donne

$$\frac{P}{p^{0,45}} = \frac{P'}{p'^{0,45}};$$

donc le rapport $\frac{P}{p^{0,45}}$ est constant, et, en l'appelant μ,

$$P = \mu p^{0,45}.$$

μ est une fonction qu'il faudra déterminer de l'excès t et de la nature du gaz. On voit que le pouvoir refroidissant de l'air est proportionnel à une puissance de sa pression qui est 0,45.

Les mêmes expériences ayant été répétées avec d'autres gaz, on a reconnu que la même loi s'applique à chacun d'eux avec une puissance de la pression qui est différente de l'un à l'autre, et dont nous désignerons l'exposant par c. Voici quelle est la valeur de c d'après Dulong et Petit :

Air......................	$c = 0,45$
Acide carbonique.........	$c = 0,517$
Hydrogène................	$c = 0,38$
Gaz oléfiant.............	$c = 0,501$

IV. **INFLUENCE DE L'EXCÈS DE TEMPÉRATURE.** — En discutant le tableau précédent et en comparant les pouvoirs refroidissants de l'air correspondants à diverses valeurs de t, mais à des valeurs égales de p, on trouve que si les excès croissent comme les termes d'une progression géométrique dont la raison est 2, ces pouvoirs refroidissants croissent eux-mêmes suivant une progression géométrique dont la raison est 2,233. Ainsi l'on trouve :

Influence des excès de température ($p = 720^{mm}$).

Excès.	P	Rapport.
160°	4,17	2,35
80	1,77	2,30
40	0,75	2,33
20	0,32	»

Cette loi étant la même que celle qui est relative aux pressions, on en déduit de la même manière que la quantité μ peut être exprimée par une certaine puissance de t, et l'on

trouve

$$\mu = nt^{1,233},$$

par suite

$$P = nt^{1,233} p^c.$$

INFLUENCE DE LA NATURE DU GAZ. — Nous avons déjà trouvé que c est variable avec le gaz au milieu duquel se fait le refroidissement. L'expérience prouve de même que le coefficient n change de valeur quand ce gaz change de nature; mais l'exposant 1,233 est le même pour tous les fluides élastiques, quels qu'ils soient.

Si maintenant nous faisons la somme de la vitesse de refroidissement v, qui est due au rayonnement, et du pouvoir refroidissant P du gaz, nous obtenons

$$(\alpha) \qquad V = ma^\theta (a^t - 1) + np^c t^{1,233}.$$

Telle est la loi générale du refroidissement trouvée par Dulong et Petit; il ne reste plus qu'à montrer comment varient les constantes m et n d'un corps à un autre.

DISCUSSION. — La perte de chaleur Q faite par un corps de surface S, pendant l'unité de temps, peut s'exprimer par $Q_1 S$; elle est égale au produit du poids P par la chaleur spécifique C et par la vitesse de refroidissement V:

$$Q_1 S = PCV, \quad V = \frac{S}{PC} Q_1.$$

Comme cette relation doit avoir lieu pour toutes valeurs de t et de θ, il faut que les coefficients m et n soient aussi proportionnels à $\frac{S}{PC}$. Nous pouvons donc poser pour un corps quelconque

$$m = H\frac{S}{PC}, \quad n = K\frac{S}{PC},$$

et il vient

$$(\beta) \qquad V = \frac{S}{PC}\left[Ha^\theta (a^t - 1) + Kp^c t^{1,233}\right],$$

$$(\gamma) \qquad Q_1 = \left[Ha^\theta (a^t - 1) + Kp^c t^{1,233}\right],$$

$$(\delta) \qquad Q = S\left[Ha^\theta (a^t - 1) + Kp^c t^{1,233}\right].$$

K est un facteur qui ne dépend point de la nature de la surface et qui est le même pour tous les corps; mais il change avec le gaz ambiant : c'est le *coefficient de refroidissement* de ce gaz. Quant à H, il varie à la fois avec la nature de la surface qui se refroidit et avec celle des parois de l'enceinte; nous allons chercher sa signification précise.

Dulong et Petit ont admis que la vitesse de refroidissement observée dans le vide est la différence entre la vitesse v_1 qu'aurait le refroidissement si l'enceinte ne rendait rien, et la vitesse absolue v_2 de réchauffement qui se produirait si le thermomètre ne rayonnait pas. De plus ils ont supposé que si v_1 est représentée par $F(t+\theta)$, v_2 est également exprimée par la même fonction $F(\theta)$ de la température de l'enceinte, et leurs expériences ont confirmé cette hypothèse dans le cas où l'enceinte est revêtue de noir de fumée.

Or la quantité de chaleur cédée par le thermomètre dans l'unité de temps par l'unité de surface est

$$Q_1 = Ha^\theta(a^t - 1) = Ha^{t+\theta} - Ha^\theta.$$

Il est donc naturel d'admettre que le terme $Ha^{t+\theta}$ représente la chaleur totale rayonnée par le thermomètre et que Ha^θ exprime la chaleur rendue par l'enceinte; par conséquent $Ha^{t+\theta}$ sera proportionnel à la fois au pouvoir émissif ε du corps et au pouvoir absorbant α_1 de l'enceinte, et H pourra s'exprimer par $\varepsilon\alpha_1$. D'un autre côté le terme Ha^θ sera proportionnel aux pouvoirs émissif ε_1 de l'enceinte et absorbant α du thermomètre, et H pourra être représenté par $\varepsilon_1\alpha$. Par conséquent, en égalant les deux valeurs de H,

$$\varepsilon\alpha_1 = \alpha_1\varepsilon \quad \text{ou} \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{\alpha}{\alpha_1};$$

d'où il suit que le pouvoir émissif d'un corps rapporté au noir de fumée est égal à son pouvoir absorbant rapporté aussi à celui du noir de fumée.

Puisque H est à la fois proportionnel à ε et à α, la meilleure méthode pour déterminer ces quantités consiste à couvrir la surface d'un thermomètre avec les substances que l'on veut étudier et à mesurer ses vitesses de refroidissement dans le

vide à des valeurs égales de t et de θ. Elles seront proportionnelles aux pouvoirs émissifs ou absorbants.

Il s'agit ici des pouvoirs émissifs et absorbants dans le vide; leur valeur est différente de celles que nous avons précédemment trouvées dans les gaz.

LOI DE NEWTON COMME APPROXIMATION. — Si l'on développe $a^t - 1$ en série, on obtient $t \log a + \ldots$. En ne conservant que le premier terme et remarquant que dans l'équation (δ) l'exposant de t est sensiblement égal à l'unité, on obtient

$$Q = S(Ha^\theta \log a + Kp^c)\,t.$$

Cela montre que la perte de chaleur pendant l'unité de temps est sensiblement proportionnelle à t, et que la loi de Newton avec toutes ses conséquences est sensiblement vraie quand t est très-petit; cela montre aussi pourquoi cette loi cesse d'être applicable lorsque t devient considérable.

Nous avons précédemment exprimé cette loi par la formule $Q = SEt$. Nous supposions que E était une constante dépendant uniquement de l'état de la surface, et nous l'avions appelé pouvoir émissif. Mais nous voyons ici que dans les limites où la loi est applicable

$$E = Ha^\theta \log a + Kp^c.$$

E change donc 1° avec θ, c'est-à-dire avec la température de l'enceinte; 2° avec K et p, c'est-à-dire avec la nature et la pression du gaz; 3° avec H ou avec l'état de la surface. Lorsque cette surface est métallique et polie, H est très-petit, et le terme Kp^c est prédominant. Quand au contraire elle est couverte de noir de fumée, c'est H qui est très-grand et c'est le terme $Ha^\theta \log a$ qui l'emporte. On voit donc que E ne représente pas le pouvoir émissif vrai; c'est le coefficient de la perte de chaleur que fait le corps par l'effet du rayonnement et par l'action du gaz.

On a cru pendant quelque temps que les formules de Dulong et Petit exprimaient des lois *générales et naturelles;* mais on a dû reconnaître ensuite qu'elles sont de simples relations empiriques. Elles ne tiennent en effet aucun compte de la qualité des chaleurs émises, bien que le refroidissement doive en dépendre. Supposons, par exemple, que le corps rayonnant soit

porté au rouge ; le terme $Ha^{t+\theta}$ exprimera la chaleur envoyée à l'enceinte, et H prendra une valeur qui correspondra à l'espèce particulière des rayons émis. Au contraire, l'enceinte renverra des radiations d'une autre nature, puisqu'elle est à une température basse, et la valeur de H dans le terme Ha^{θ}, qui exprime la quantité de chaleur rendue, devra être différente. On voit donc d'abord que la formule de Dulong est empirique, puisqu'elle englobe dans une expression commune des éléments qui sont différents, et ensuite qu'elle doit cesser d'être exacte à des températures élevées.

EXPÉRIENCES DE MM. DE LA PROVOSTAYE ET DESAINS. — C'est d'ailleurs ce que prouve une étude de révision exécutée depuis par MM. de la Provostaye et Desains. Nous signalerons seulement les principaux résultats de ces nouvelles recherches.

1°. La quantité m est à peu près constante quand on opère avec un thermomètre à boule nue ; mais, s'il est couvert d'une feuille d'argent, elle augmente quand la température décroît ; ainsi l'on a trouvé

A 150 degrés....... $m = 0{,}00870$;
A 63 degrés........ $m = 0{,}01090$.

2°. La constante n n'est point absolument indépendante du pouvoir émissif ; elle est plus grande pour une surface métallique que pour une enveloppe vitreuse.

3°. Le pouvoir refroidissant P de l'air ne peut être représenté par p^c quand la pression devient très-petite. On remarque, en effet, que si cette pression diminue progressivement depuis 760^{mm} jusqu'à 0^{mm}, P décroît d'abord, puis devient constant entre des valeurs de p très-rapprochées, après quoi il augmente. Ces valeurs de la pression entre lesquelles P demeure constant sont d'autant plus grandes et d'autant plus distantes, que la dimension de l'enceinte est plus petite :

Ballon de 24^c de diamètre, entre.......... 4^{mm} et $2^{mm},8$
Ballon de 15^c de diamètre, entre.......... 20^{mm} et 4^{mm}
Cylindre de 15^c de haut et 6 de diamètre, entre 70^{mm} et 15^{mm}

Il se pourrait toutefois que ces résultats fussent dus, non à l'inexactitude de la loi, mais à une perturbation occasionnée

par les courants gazeux. A mesure que la pression diminue, le pouvoir refroidissant tend à décroître; mais les courants s'exagèrent et il tend à augmenter. On conçoit qu'à un moment donné les variations de P occasionnées par ces courants et cette pression puissent s'équilibrer, et que pour une élasticité moindre l'effet de l'agitation finisse par l'emporter.

QUARANTE-NEUVIÈME LEÇON.

DE LA CONDUCTIBILITÉ.

Théorie de la conductibilité. — Cas d'un mur indéfini. — Conductibilité extérieure. — Mesure des coefficients de conductibilité. — Cas d'une barre allongée. — Expériences de vérification. — Conductibilité des liquides. — Conductibilité des gaz. — Conductibilité des cristaux.

Outre le mode de propagation de la chaleur par rayonnement, il en existe un autre qui se fait lentement à travers les corps. Quand on plonge, par exemple, une barre métallique dans un foyer, on la voit s'échauffer peu à peu et de proche en proche. C'est cette *transmission des températures* que l'on nomme *conductibilité*.

Il n'y a dans les faits qui vont nous occuper qu'un rapport éloigné avec ceux dont nous venons de terminer l'étude. Nous avons examiné des radiations qui se distinguent en une infinité d'espèces différentes et qui se propagent à travers la matière sans ébranler les molécules. Ce sont de simples vibrations de l'éther qui ne constituent à proprement parler ni la chaleur ni la lumière, mais qui peuvent déterminer l'une et l'autre. Elles produisent la sensation de la lumière quand elles arrivent sur la rétine; elles deviennent de la chaleur lorsqu'elles tombent sur un corps. A ce moment, elles s'éteignent en partie et se transforment en un mouvement moléculaire qui se propage ensuite dans le corps et qui en même temps le dilate de proche en proche. C'est la transmission de ce genre de mouvement tout nouveau qui constitue la conductibilité; mais comme nous ignorons absolument en quoi il consiste, la seule chose que nous puissions étudier est la transmission des températures qui en sont l'effet.

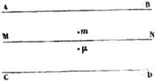
THÉORIE DE LA CONDUCTIBILITÉ. — Après avoir constaté la différence essentielle qui existe entre le phénomène du rayonne-

ment et celui de la transmission des températures, on conçoit qu'il faut les rattacher l'un à l'autre par une théorie, puisque le premier est la cause du second. C'est ce que Fourier a fait. En précisant l'hypothèse du rayonnement particulaire, il est parvenu à traiter mathématiquement diverses questions de conductibilité et à les faire dépendre d'un petit nombre d'éléments spécifiques que l'expérience détermine. La plupart des résultats auxquels il est arrivé ont été vérifiés, ce qui a donné comme une démonstration *à posteriori* des principes qu'il avait admis et que nous allons exposer.

I. On ne fait aucune hypothèse sur la nature du mouvement que prend une molécule matérielle quand elle a *absorbé* une radiation; on laisse ce mouvement indéterminé. On admet *comme fait* que la molécule *s'échauffe* et qu'elle devient apte à rayonner tout autour d'elle.

II. Soient m et μ (*fig.* 370) deux molécules très-voisines. La première envoie à la seconde, si elle est plus échauffée qu'elle, pendant l'unité de temps, une quantité de chaleur q qui décroît rapidement quand leur distance augmente et qui devient nulle aussitôt que cette distance atteint une limite très-petite. Cette quantité de chaleur est donc une fonction $f(r)$ de la distance de m à μ.

Fig. 370.



III. On admet que q est proportionnelle à la différence de température $(t_1 - \theta_1)$ des deux molécules m et μ. Cette hypothèse est d'abord conforme à la loi de Newton; car, puisque la distance limite à laquelle s'arrêtent les rayonnements intermoléculaires est très-petite, la différence de température est nécessairement très-faible. Ensuite, comme cette quantité de chaleur s'annule avec $(t_1 - \theta_1)$, il est toujours permis de supposer qu'elle lui est proportionnelle; cela revient à négliger des infiniment petits d'ordre supérieur. q pourra donc se représenter par $f(r)\,(t_1 - \theta_1)$.

IV. Fourier fait une dernière hypothèse. Il admet que la quantité q ne varie pas avec la température θ de la molécule μ. Cela ne peut se justifier par aucune raison plausible. Nous avons vu, il est vrai, en traitant des lois du refroidissement,

que la quantité de chaleur émise par un corps est proportionnelle à l'excès de sa température sur celle de l'enceinte, mais nous avons vu aussi qu'elle est variable avec la température absolue de cette enceinte. On ne peut donc invoquer la loi de Newton pour admettre la dernière hypothèse de Fourier, et la seule chose que l'on puisse dire en sa faveur, c'est qu'elle suffit pour conduire à des résultats conformes aux faits.

CAS D'UN MUR HOMOGÈNE INDÉFINI. — Ces principes posés, nous allons d'abord étudier la conductibilité dans un mur homogène solide (*fig.* 370), dont les faces extrêmes AB, CD sont indéfinies, parallèles entre elles, séparées par une distance finie e et maintenues la première à une température a, la seconde à une température b.

Il est évident qu'un plan MN mené parallèlement aux faces limites doit être à une température uniforme à tout instant, puisque rien ne distingue les uns des autres les divers points de ce plan. Il est évident aussi que cette température t est, à un moment donné, fonction de la distance x de MN à AB; on a donc $t = \varphi(x)$.

Une molécule m envoie à μ une quantité de chaleur qui est représentée, comme nous l'avons dit précédemment, par $f(r)(t_1 - \theta_1)$. De même toutes les molécules situées au-dessus de MN enverront de la chaleur à celles qui sont placées au-dessous, pourvu qu'elles soient à des distances plus petites que la limite du rayonnement sensible, et la somme totale de chaleur qui passera pendant l'unité de temps à travers l'unité de surface de MN pourra se représenter par

$$Q = \Sigma f(r)(t_1 - \theta_1).$$

Désignons par $(x - a)$ et par $(x + \alpha)$ les distances de m et de μ à AB, les températures de ces molécules m et μ seront

$$t_1 = \varphi(x - a) = \varphi(x) - a\frac{d\varphi(x)}{dx} + \ldots,$$

$$\theta_1 = \varphi(x + \alpha) = \varphi(x) + \alpha\frac{d\varphi(x)}{dx} + \ldots,$$

et comme a et α sont très-petits, on peut négliger les termes

supérieurs des développements précédents et écrire

$$t_1 = t - a\frac{dt}{dx}, \quad \theta_1 = t + \alpha\frac{dt}{dx},$$

$$t_1 - \theta_1 = -(a+\alpha)\frac{dt}{dx};$$

par suite

$$Q = -\Sigma f(r)(a+\alpha)\frac{dt}{dx} = -\frac{dt}{dx}\Sigma f(r)(a+\alpha);$$

et, en remarquant que $\Sigma f(r)(a+\alpha)$ ne dépend que de la nature du mur considéré,

$$(\alpha) \qquad Q = -k\frac{dt}{dx}.$$

Le mur que nous examinons finira par arriver à un état d'équilibre. A ce moment la chaleur qui traversera pendant l'unité de temps un plan quelconque MN devra être indépendante de la distance de MN à AB; car si cela n'était pas, en décomposant le mur en tranches parallèles, l'une d'elles recevrait plus de chaleur de la couche précédente qu'elle n'en cède à la suivante, et elle s'échaufferait; ou bien elle en gagnerait moins qu'elle n'en perd et se refroidirait. Il faut donc que Q soit constante et que l'on ait

$$\frac{dt}{dx} = m,$$

en intégrant

$$t = mx + C.$$

On détermine les deux constantes m et C en exprimant que $t = a$ pour $x = 0$, et que $t = b$ pour $x = e$, ce qui donne

$$t = a - \frac{a-b}{e}x,$$

c'est-à-dire que les températures décroissent en progression arithmétique dont la raison est $\frac{a-b}{e}$ quand les distances à la face AB croissent en progression arithmétique dont la raison est 1. Si de cette équation on tire la valeur de $\frac{dt}{dx}$, qui est égale à $-\frac{a-b}{e}$, et qu'on la remplace dans la formule (α), on

obtient

$$Q = k\frac{a-b}{e}.$$

Telle est l'expression de la quantité de chaleur qui passe pendant l'unité de temps à travers l'unité de surface d'une section quelconque MN.

Si $a-b$ est égal à 1 degré et e égal à l'unité de longueur, on a

$$Q = k.$$

k est ce qu'on nomme le *coefficient de conductibilité;* c'est la quantité de chaleur qui entre dans le mur ou qui en sort, pendant l'unité de temps, à travers l'unité de surface, quand l'épaisseur est égale à l'unité, et la différence de température des faces extrêmes égale à 1 degré.

Conductibilité extérieure. — Il ne suffit point d'avoir étudié comment la chaleur se transmet dans un mur indéfini, il faut voir encore comment elle y entre et comment elle en sort. Pour cela, supposons que les deux faces AB et CD soient plongées dans deux milieux liquides ou gazeux, maintenus à des températures c et d, c étant par exemple plus grand que d. Elles prendront dans l'état d'équilibre des températures fixes que nous représenterons encore par a et b. La quantité de chaleur qui traversera, pendant l'unité de temps, l'unité de surface d'une tranche MN du mur, sera encore représentée par $k\frac{a-b}{e}$; elle sera égale à celle que le premier milieu cède à la face AB et à celle que la face CD transmet au second milieu. Or si les différences de température $(c-a)$ d'une part et $(b-d)$ de l'autre sont peu considérables, on peut représenter les quantités de chaleur qui traverseront dans l'unité de temps l'unité de surface de AB et de CD par $h(c-a)$ et $h'(b-d)$, et l'on aura

$$k\frac{a-b}{e} = h(c-a),$$

$$k\frac{a-b}{e} = h'(b-d),$$

h et h' sont ce que l'on nomme les *coefficients de conductibilité extérieure;* ils expriment la chaleur qui traverse pendant l'unité de temps l'unité de surface de deux milieux en contact quand la différence de leur température est égale à un degré.

MESURE DES COEFFICENTS DE CONDUCTIBILITÉ. — D'après cette définition, le coefficient de conductibilité extérieure pourra se déduire de la vitesse de refroidissement. Supposons qu'il s'agisse du passage de la chaleur entre une substance déterminée et l'air; on couvrira la surface extérieure d'un thermomètre avec cette substance, et l'on déterminera par expérience la vitesse de refroidissement V correspondant à des températures a et c du thermomètre et de l'air. Alors la chaleur perdue par l'unité de surface, pendant l'unité de temps, s'exprimera d'une part par $\frac{PCV}{S}$ et de l'autre par $h(a-c)$, et l'on aura pour calculer h la relation

$$h(a-c)=\frac{PCV}{S}.$$

Si $a-c$ est assez petit pour qu'on puisse accepter la loi de Newton comme exacte, V est égale à $A(a-c)$, et l'on a

$$h=\frac{PC}{S}A.$$

On voit par là que le coefficient h n'est point une constante spécifique invariable pour une surface donnée; car 1° la loi de Newton n'est applicable que dans les cas où l'excès $a-c$ est peu considérable, et 2° en supposant qu'on puisse la considérer comme exacte, le coefficient A est variable avec a et c. h est donc une fonction des températures du corps et de l'enceinte.

Cette manière de mesurer le coefficient de conductibilité extérieure pourrait aussi s'appliquer au cas où la chaleur passerait d'un solide dans un liquide. On plongerait dans ce liquide un thermomètre échauffé après avoir couvert sa surface avec le corps à étudier, et l'on mesurerait sa vitesse de refroidissement. Mais cette expérience serait peu exacte; car,

au contact du liquide, la surface extérieure du thermomètre prendrait une température intermédiaire entre celle du milieu et celle du mercure intérieur, et cette température ne serait pas donnée par les indications du thermomètre.

Pour mesurer le coefficient k de conductibilité intérieure, Dulong a proposé une méthode en apparence très-simple, mais très-complexe dans la réalité. Supposons une sphère creuse de rayon R, formée par la substance solide que l'on veut étudier. Admettons qu'elle soit remplie de glace et plongée dans une enceinte échauffée à 100 degrés par de la vapeur. A partir d'un moment donné, on recueillera l'eau de fusion, et l'on déterminera le poids p de glace fondue pendant un temps τ. La chaleur qui aura traversé pendant l'unité de temps l'unité de surface des parois sera $\frac{p\cdot 79,25}{4\pi R^2\tau}$.

Admettons maintenant que les surfaces extérieure et intérieure de la sphère soient aux températures de 100 degrés et de 0 degré, l'expression de cette chaleur sera

$$k\frac{100-0}{e} \quad \text{ou} \quad k\frac{100}{e},$$

en désignant par e l'épaisseur de la sphère. On aura donc

$$\frac{p\cdot 79,25}{4\pi R^2\tau} = k\,\frac{100}{e}.$$

Mais cette expérience, si elle était exécutée, ne donnerait probablement rien de bon. On ne peut admettre, en effet, que les faces de la sphère soient l'une à 100 degrés et l'autre à zéro; elles seraient à des températures intermédiaires x et y, et il faudrait faire intervenir les coefficients de conductibilité extérieure qui ne sont point déterminés. On aurait pour la chaleur cédée par la vapeur à la face extérieure de la sphère

$$\frac{p\cdot 79,25}{4\pi R^2\tau} = h(100-x);$$

pour le passage de la chaleur à travers la sphère,

$$\frac{p\cdot 79,25}{4\pi R^2\tau} = k\,\frac{x-y}{e};$$

et enfin au contact de la surface intérieure avec la glace,

$$\frac{p \cdot 79,25}{4\pi R^2 \tau} = h'(y).$$

Le coefficient k ne pourrait donc être calculé que si l'on avait déterminé h et h', et cela souffrirait de très-grandes difficultés, comme nous l'avons vu tout à l'heure.

Péclet a tenté des expériences où les difficultés de la question ont été mises en évidence. Son appareil, dont nous ne ferons connaître que la disposition générale, se composait de deux compartiments : l'un était une caisse que l'on pouvait remplir d'eau à T degrés; l'autre était un tube à parois non conductrices, fermé à sa base par un disque de la substance à essayer, et contenant un poids P d'eau à une température t. Ce tube plongeait dans la caisse, et le disque ayant ses deux faces en contact avec des liquides dont les températures étaient T et t, transmettait de la chaleur qui échauffait l'eau du tube de t à t' degrés pendant un temps τ. Cette chaleur était donc égale à $P(t'-t)$. D'un autre côté, comme on peut admettre que l'eau du tube conserve pendant la durée de l'expérience une température moyenne $\frac{t+t'}{2}$, la chaleur qui traverse le disque, dont l'épaisseur est e, s'exprime par

$$k\,\frac{T-\frac{t+t'}{2}}{e}\,\tau,$$

et en égalant cette expression à la première $P(t'-t)$, on doit trouver k s'il n'y a point de causes d'erreur.

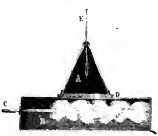
Mais l'expérience a montré que les variations de température observées pendant un temps toujours le même, étaient sensiblement indépendantes de l'épaisseur des disques métalliques et de leur nature, ce qui prouve que la formule n'est point applicable. Cela résulte de ce que l'on suppose les deux faces du disque aux températures des deux enceintes entre lesquelles il est placé, ce qui n'est point exact. Vraisemblablement les couches liquides d'épaisseur très-petite qui sont en contact avec les deux faces prennent chacune une température intermédiaire, et les choses se passent comme si

l'on étudiait la conductibilité d'un système mixte composé d'une plaque métallique comprise entre deux couches d'eau qui lui seraient adhérentes. Dans ce cas, on conçoit que le métal joue simplement le rôle d'un diaphragme; car sa conductibilité est très-grande, tandis que celle du liquide est fort petite.

Pour remédier à cette grave cause d'erreur, Péclet a diminué la différence de température des deux enceintes. La plus chaude était maintenue à 25 degrés et la plus froide à 12 ou 14 degrés. De plus il avait fait disposer dans l'intérieur des rouages mobiles garnis de brosses en crin, lesquelles balayaient les deux surfaces du disque et renouvelaient l'eau à son contact. Alors les chaleurs transmises ont été très-sensiblement en raison inverse des épaisseurs du disque. Avec le plomb le coefficient k a été trouvé égal à 3,80, c'est-à-dire que la chaleur qui passe pendant 1 seconde à travers 1 mètre carré d'une lame de plomb de 1 millimètre d'épaisseur est égale à 3,82 unités. Nous pouvons accepter ce nombre comme une approximation, et nous nous en servirons dans la suite.

Nous mentionnerons encore un appareil imaginé par Fourier sous le nom de *thermomètre de contact* et qui peut servir à apprécier la conductibilité de lames diverses (*fig.* 371). Il se compose d'un entonnoir A dans lequel plonge un thermomètre E; il contient du mercure et il est fermé à sa base par une peau de chamois. On le place sur une caisse B remplie de vapeur à T degrés, et il est clair que le thermomètre devient stationnaire quand la chaleur gagnée par conductibilité, $\frac{ks}{e}(T-t)$, est égale à celle qui est perdue par le rayonnement A $(t-\theta)$; on a donc l'équation suivante qui servira à déterminer pour la peau de chamois la quantité $\frac{ks}{e}$, si l'on a par avance mesuré le coefficient

Fig. 371.



de refroidissement A :

$$\frac{ks}{e}(\mathrm{T}-t)=\mathrm{A}(t-\theta).$$

On place ensuite sur la caisse et sous l'entonnoir une lame d'épaisseur e' de la substance que l'on veut étudier; alors la chaleur transmise devenant moindre, on voit la température du thermomètre baisser jusqu'à t'. Si l'on désigne par x la température inconnue de la face de la lame qui touche à la peau de chamois, on a, en égalant les quantités de chaleur qui passent à travers la lame et la peau,

$$\frac{k's}{e'}(\mathrm{T}-x)=\frac{ks}{e}(x-t'),$$

et, en exprimant que cette chaleur est égale à celle qui est perdue par le refroidissement de l'entonnoir,

$$\frac{ks}{e}(x-t')=\mathrm{A}(t'-\theta).$$

Cette dernière équation permettra de calculer x, et en remplaçant dans la précédente on trouvera le coefficient de conductibilité k' de la lame. Cette méthode offre les mêmes inconvénients que les précédentes.

CAS D'UNE BARRE ALLONGÉE. — Nous allons étudier de la même manière la conductibilité dans une barre très-longue et assez mince pour que la température soit uniforme dans tous les points d'une même section normale. Supposons que cette barre soit chauffée en un de ses points que nous prendrons pour origine des abscisses, et considérons deux sections situées à des distances x, $x+dx$ et ayant sur le milieu ambiant des excès de température y, $y+dy$.

La tranche comprise entre x et $x+dx$ peut être considérée comme une portion de mur indéfini. Elle reçoit des points qui la précèdent, par sa surface antérieure, une quantité de chaleur qui s'exprimera comme précédemment par $-ks\frac{dy}{dx}$; elle cède aux molécules qui la suivent, par sa surface postérieure, une autre quantité de chaleur qu'on trouvera en remplaçant y par

$y + dy$ dans l'expression précédente et qui sera

$$-ks\frac{d(y+dy)}{dx} \quad \text{ou} \quad -ks\left(\frac{dy}{dx}+\frac{d^2y}{dx^2}dx\right).$$

Si nous faisons la différence entre la chaleur cédée et perdue, la tranche aura gagné

$$ks\frac{d^2y}{dx^2}dx.$$

D'un autre côté cette tranche perd pendant le même temps, par son contour extérieur, une quantité de chaleur proportionnelle 1° à sa surface pdx, p étant son périmètre; 2° à son coefficient de conductibilité extérieure h; 3° à l'excès de sa température, qui est égal partout à y, si l'on néglige des infiniment petits. Cette perte sera donc $phydx$. Quand l'état stationnaire sera atteint, elle sera égale au gain fait par conductibilité, et l'on aura

$$ks\frac{d^2y}{dx^2}dx = hpydx,$$

ou en posant $\frac{hp}{ks} = a^2$,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = a^2y.$$

Cette équation a pour intégrale générale

$$y = Me^{ax} + Ne^{-ax}.$$

On détermine les constantes M et N en faisant d'abord $x = 0$; alors y est égal à l'excès de température du point directement échauffé, et si l'on désigne cet excès par A,

$$\text{(1)} \qquad A = M + N.$$

On obtient ensuite une seconde équation de condition quand on connaît la température de la barre en un second point correspondant à une valeur déterminée de x. Cette deuxième condition dépend des circonstances dans lesquelles on s'est placé.

Supposons, par exemple, que la barre ait une longueur infinie ou au moins assez grande pour que la température à son extrémité non échauffée soit égale à celle de l'enceinte. Alors

$y = 0$ pour $x = \infty$, et

$$(2) \qquad 0 = Me^{\infty} + \frac{N}{e^{\infty}},$$

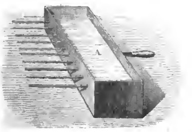
ce qui exige que $M = 0$. Dans ce cas particulier $N = A$, et l'équation générale devient

$$y = Ae^{-ax}.$$

Par conséquent, si dans une barre infinie les distances au point chauffé croissent en progression arithmétique, les excès de température décroissent en progression géométrique.

On peut réaliser ce cas au moyen de l'appareil d'Ingenhouz (*fig.* 372). Il se compose d'une caisse métallique A que l'on remplit d'eau bouillante et sur laquelle sont implantées diverses tiges métalliques horizontales que l'on couvre de cire. Quand l'équilibre est atteint, l'une de leurs extrémités se trouve à 100 degrés et l'autre est à la température de l'atmosphère, si elles sont suffisamment longues. La cire dont elles sont revêtues s'est fondue jusqu'en des points qui sont situés à des distances de la caisse égales à l, l', l'', ..., et qui ont conséquemment un même excès de température, t. Si l'on considère en particulier deux de ces tiges, on a donc

Fig. 372.



$$t = 100e^{-al},$$

$$t = 100e^{-a'l'},$$

ce qui exige que

$$\frac{a^2}{a'^2} = \frac{l'^2}{l^2}.$$

On se rappelle maintenant qu'en général $a^2 = \frac{hp}{ks}$. Or h est constant, puisque les barres sont couvertes de cire, ce qui leur donne le même coefficient de conductibilité extérieure. De plus elles ont la même section s et le même périmètre p.

Donc

$$\frac{k'}{k} = \frac{l'^2}{l^2},$$

ce qui permet de comparer les coefficients de conductibilité des divers métaux.

Mais, avant de déterminer les rapports des conductibilités il importe de vérifier la formule générale à laquelle nous sommes parvenus; car elle résulte comme conséquence des hypothèses que nous avons faites sur le rayonnement particulaire. Or on peut le faire sans avoir déterminé les constantes M et N. Considérons, en effet, plusieurs points successifs pris sur la barre à des distances de l'origine x, $x+i$, $x+2i$, $x+3i, \ldots$; prenons en particulier les trois premiers, nous aurons

pour x

$$y = \mathrm{M}e^{ax} + \mathrm{N}e^{-ax},$$

pour $x+i$

$$y_1 = \mathrm{M}e^{ax+ai} + \mathrm{N}e^{-ax-ai},$$

pour $x+2i$

$$y_2 = \mathrm{M}e^{ax+2ai} + \mathrm{N}e^{-ax-2ai};$$

donc

$$y + y_2 = \mathrm{M}e^{ax+ai}(e^{ai} + e^{-ai}) + \mathrm{N}e^{-ax-ai}(e^{ai} + e^{-ai}),$$

et enfin

$$\frac{y + y_2}{y_1} = e^{ai} + e^{-ai};$$

ce qui montre qu'en considérant sur la barre une série de points équidistants, et en divisant la somme des excès de température de ces points pris de deux en deux par l'excès du point intermédiaire, on obtiendra un quotient constant

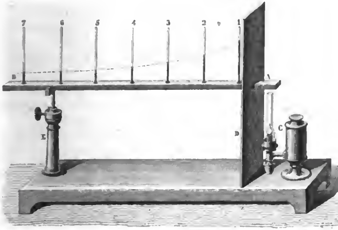
$$\frac{y + y_2}{y_1} = \frac{y_1 + y_3}{y_2} = \frac{y_2 + y_4}{y_3} = \ldots = e^{ai} + e^{-ai} = 2n.$$

Si donc on prouve par l'expérience que ces divers quotients sont réellement constants, on pourra considérer la formule générale précédente comme exacte, et les hypothèses sur lesquelles on s'est appuyé comme suffisantes pour représenter les faits de la conductibilité.

EXPÉRIENCES DE VÉRIFICATION. — Les premières expériences

de vérification sont dues à M. Biot; elles ont été exécutées sur des barres métalliques très-longues qui étaient placées horizontalement, se recourbaient à l'une de leurs extrémités et plongeaient dans du plomb fondu que l'on maintenait à une température constante. Des cavités équidistantes percées dans la barre étaient remplies de mercure et recevaient les réservoirs de thermomètres sensibles. Après ces expériences, Fourier étudia par le même procédé l'état d'équilibre de la température dans un anneau de fer chauffé en un point. Ces recherches ont vérifié la loi précédente. Enfin M. Despretz reprit les expériences de M. Biot et les fit avec plus de soin. L'extrémité A (*fig.* 373) était échauffée par un quinquet C

Fig. 373.



dont la flamme se maintenait constante. La barre traversait ensuite un écran D qui la préservait du rayonnement, et les thermomètres 1, 2, 3,..., qui étaient très-petits, plongeaient dans des trous assez étroits, pour ne point altérer sensiblement la continuité de la barre. Voici les nombres de M. Despretz; ils prouvent que le quotient $2n$ est constant pour les métaux, mais qu'il ne l'est point pour le marbre, ce qui n'a rien d'étonnant, car cette substance est rarement homogène.

NUMÉRO DES THERMOMÈTRES	CUIVRE.		FER.		PLOMB.		MARBRE BLANC.	
	EXCÈS y.	$2n$.	EXCÈS y.	$2n$.	EXCÈS y.	$2n$.	EXCÈS y.	$2n$.
1	66°,36	"	62°,90	"	65°,13	"	63°,91	"
2	46,28	2,14	36,69	2,34	29,42	2,72	6,08	10,83
3	32,62	2,15	20,52	2,34	14,93	2,64	1,93	3,87
4	24,32	2,11	12,32	2,33	9,99	"	1,47	"
5	18,63	2,17	8,19	2,31	"	"	"	"
6	16,18	"	6,61	"	"	"	"	"

De ces divers résultats il est aisé de déduire les rapports des coefficients de conductibilité des substances étudiées. On a, en effet, pour une première barre,

$$e^{ai} + e^{-ai} = 2n,$$

$$e^{ai} = n + \sqrt{n^2 - 1},$$

$$a = \frac{1}{i}\, l\left(n + \sqrt{n^2 - 1}\right) = \sqrt{\frac{hp}{ks}},$$

et pour une autre substance,

$$a' = \frac{1}{i}\, l\left(n' + \sqrt{n'^2 - 1}\right) = \sqrt{\frac{h'p'}{k's'}}.$$

Dans les expériences précédentes, toutes les barres avaient la même forme et la même section; de plus elles étaient recouvertes d'un même vernis; par conséquent h, p, s étaient respectivement égaux à h', p', s', et l'on avait

$$\frac{k}{k'} = \frac{\log^2\left(n' + \sqrt{n'^2 - 1}\right)}{\log^2\left(n + \sqrt{n^2 - 1}\right)}.$$

M. Despretz, ayant pris comme terme de comparaison le coefficient de l'or, est arrivé aux nombres qu'on trouvera dans le tableau suivant. Connaissant maintenant, d'une part, le rapport de ces coefficients, de l'autre, la valeur absolue de celui du plomb qui, d'après Péclet, est égal à 3,82 unités de chaleur, on peut calculer tous les autres. C'est ce que l'on a fait ci-après.

	Coefficients de conductibilité	
	relatifs.	absolus.
Or..............	1000,0	21,28
Argent..........	973,0	20,71
Platine.........	981,0	20,95
Cuivre..........	897,0	19,00
Fer.............	374,3	7,25
Zinc............	363,0	7,74
Étain...........	303,9	»
Plomb...........	179,6	3,84
Marbre..........	23,0	0,48
Porcelaine......	12,2	»
Terre de fourneaux...	11,4	0,23

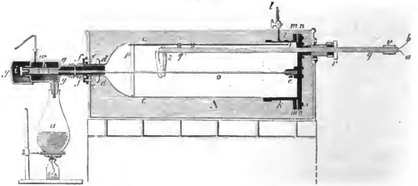
Dans toutes les expériences précédentes, les barres métalliques étaient nécessairement assez grosses, puisqu'il fallait y creuser des cavités pour introduire les thermomètres. Par conséquent il est probable que la température n'était pas exactement la même dans toute l'étendue d'une section normale, et il est certain que les cavités, bien que remplies de mercure, altéraient l'homogénéité des métaux étudiés. Ces causes probables d'erreur ont déterminé M. Langberg à remplacer les grosses barres par des fils très-fins et à mesurer leurs températures en divers points par une petite pile thermo-électrique, formée de deux éléments seulement, dont la soudure était appliquée et pressée sur le contour du fil. Cette pile se reliait avec un galvanomètre, et les températures aux points touchés se déduisaient des déviations de l'aiguille aimantée.

Mais quelques inexactitudes dans la manière d'opérer ayant paru troubler les résultats, MM. Wiedemann et Franz ont repris ces expériences par la même méthode et avec plus de précautions. Les barres employées ont environ 50 centimètres de longueur et 6 millimètres de diamètre; elles sont argentées par la galvanoplastie et polies au gratte-brosse. On peut donc les considérer comme ayant la même conductibilité extérieure.

Elles sont fixées horizontalement dans une longue cloche en verre, dont l'ouverture est fermée par une plaque de cuivre *ss* (*fig.* 374); elles s'appuient d'une part sur un support métallique *e* et traversent par leur autre extrémité la tubulure

dd, et un tube *gg* qui, d'abord large, se rétrécit en *h* et se ferme

Fig. 374.



par une vis *i*. La partie rétrécie *h* est entourée d'une étuve *yw* qui reçoit la vapeur fournie par une chaudière *u*, et par conséquent l'extrémité de la barre est amenée à une température sensiblement constante et égale à 100 degrés.

La pince thermo-électrique se voit en *z*, fixée à l'extrémité d'un tube de verre *qq'*, et les deux fils qui reçoivent le courant traversent ce tube jusqu'en *ab* pour se rejoindre ensuite au galvanomètre. Enfin ce tube *qq'* est mobile dans une boîte à étoupes *r*, et pouvant être enfoncé plus ou moins, il permet de faire glisser la pince sur la barre et de l'amener successivement en divers points de la règle.

On a commencé par déterminer, au moyen d'expériences directes, les rapports des déviations galvanométriques aux températures des points touchés. Cela se faisait en échauffant dans l'appareil même un cylindre creux d'acier rempli de mercure et contenant un thermomètre. Pendant que celui-ci mesurait la température, le galvanomètre indiquait la déviation correspondante, et l'on construisit une table faisant connaître les températures pour chacune des déviations.

Cela fait, quand on opérait sur une barre, on plaçait successivement la pince en des points équidistants x, $x+i$, $x+2i$,..., et l'on calculait comme précédemment les rapports $\frac{y+y_2}{y_1}$, $\frac{y_1+y_3}{y_2}$,.... Ces rapports furent trouvés égaux entre

eux, soit que l'on fît les mesures dans le vide, soit qu'on les reprît dans l'air.

On put ensuite calculer comme précédemment les rapports des coefficients de conductibilité, et l'on trouva les résultats qui suivent. MM. Wiedemann et Franz ont ensuite fait remarquer que ces conductibilités diffèrent très-peu des conductibilités électriques que nous étudierons dans la suite.

	Coefficients de conductibilité	
	électrique.	calorifique.
Argent	100,0	100,0
Cuivre	73,3	77,6
Or	58,5	53,2
Laiton	21,5	23,6
Zinc	24,0	19,0
Étain	22,6	14,5
Fer	13,0	11,9
Acier	»	11,6
Plomb	10,7	8,5
Platine	10,3	8,4
Palladium	»	6,3
Bismuth	1,9	1,8

Conductibilité des liquides. — A l'exception du mercure, qui possède une conductibilité comparable à celle des autres métaux, les liquides transmettent très-mal la chaleur, et c'est le plus souvent par des courants intestins qu'ils s'échauffent. Quand, par exemple, on place un vase cylindrique plein d'eau sur un foyer, la partie inférieure du liquide s'échauffe directement, et devenant en même temps moins dense, elle s'élève dans le vase en transportant la chaleur avec elle. C'est ce que l'on montre en mêlant de la sciure de bois au liquide. On la voit monter contre les parois, redescendre vers l'axe et accuser ainsi l'existence d'un courant liquide continu, ascendant dans les points qui s'échauffent le plus et descendant dans les parties qui ne subissent point l'action directe du feu.

Au contraire, toutes les fois qu'on empêche ces déplacements intérieurs de se produire, on diminue presque jusqu'à l'annuler la transmission calorifique. Si l'on échauffe de l'eau

par sa surface supérieure, les couches qui éprouvent l'action du foyer restent au sommet, et l'on ne parvient que très-lentement à augmenter la température des parties sous-jacentes.

Rumford plaça dans deux cylindres de verre identiques des quantités égales d'eau qu'il fit congeler; puis il versa au-dessus 1 kilogramme d'eau à 100 degrés dans le premier vase et 1 kilogramme d'eau à zéro dans le second. Aussitôt les couches qui touchaient à la glace prirent leur maximum de densité, arrivèrent à 4 degrés et s'interposèrent comme un écran mauvais conducteur entre la glace et le liquide supérieur, qui était à 100 degrés dans le premier vase et à zéro dans le second. Au bout d'un temps suffisamment long, on reconnut, par des pesées, que la même quantité de glace avait été fondue dans les deux appareils, et que, par conséquent, la masse d'eau à 100 degrés qui se trouvait dans le premier n'avait point envoyé de chaleur par conductibilité jusqu'à la glace.

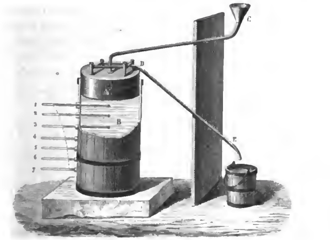
Si l'on prend deux ballons égaux, le premier vide, le second bourré de coton cardé, tous deux munis d'un thermomètre placé au centre, et qu'on y verse des poids égaux d'eau bouillante, elle se refroidit rapidement dans le vase où elle est libre et très-lentement dans celui où ses mouvements sont gênés par le coton. Inversement, si tous deux sont à la température de l'atmosphère et qu'on les plonge dans de l'eau bouillante, on voit que le réchauffement, comme précédemment le refroidissement, se fait très-vite dans le premier ballon, et qu'il est à peu près nul dans le second.

Ces expériences montrent donc que la conductibilité de l'eau est très-faible. Rumford allait même plus loin et niait qu'elle existât. Il pensait que les échauffements ou les refroidissements que l'on observe dans l'expérience précédente ne sont dus qu'à l'impossibilité où l'on est d'annuler complétement les mouvements du liquide. Cependant Nicholson et Pictet, puis Murray, ont fait voir que les liquides échauffés par le haut transmettent de la chaleur à des thermomètres disposés au-dessous de leur surface, même quand ils sont contenus dans des vases de glace à zéro qui ne peuvent s'échauffer.

M. Despretz reprit ensuite cette question, et non-seulement il confirma l'existence de cette conductibilité, mais il prouva que les liquides suivent la loi de Fourier. Il fit disposer un

tonneau en bois B (*fig.* 375), qui avait $1^{m},50$ de hauteur, que

Fig. 375.



l'on remplissait d'eau, et qui était percé d'ouvertures où s'enfonçaient des thermomètres 1, 2,..., 7, dont les réservoirs étaient alignés sur l'axe. Au sommet de ce tonneau se trouvait un vase de cuivre A contenant de l'eau chaude que l'on faisait arriver par un tube CA, et qui s'échappait par un autre conduit DE. Toutes les précautions étaient prises pour éviter des réchauffements par rayonnement.

L'expérience ayant été prolongée pendant trente-six heures, et l'état stationnaire étant atteint depuis longtemps, on trouva que les excès de température des thermomètres suivaient la loi de Fourier : $y = Ae^{-ax}$.

Thermomètres.	Excès.	Quotients.
1	29,21	»
2	20,57	1,42
3	14,78	1,39
4	10,35	1,41
5	7,22	1,43
6	5,03	1,44

CONDUCTIBILITÉ DES GAZ. — Si habituellement l'eau s'échauffe

par des courants, à fortiori les gaz doivent éprouver la même action, puisque leur dilatation est considérable et qu'ils sont encore plus mobiles que les liquides. Comme il est impossible d'empêcher ces déplacements, on n'a trouvé aucun moyen de mesurer la conductibilité des gaz. La seule chose que l'on sache, c'est qu'en les emprisonnant dans des étoffes de laine et de soie ou dans des duvets, ou en général dans des corps très-divisés et peu conducteurs, on empêche ou le refroidissement ou le réchauffement. On en conclut que les gaz conduisent très-mal.

CONDUCTIBILITÉ DANS LES CRISTAUX.—MM. de la Rive et de Candolle ont reconnu que le bois conduit moins bien la chaleur dans le sens perpendiculaire aux fibres que suivant le sens de leur direction, et M. de Senarmont a démontré que la conductibilité dans les cristaux change également avec la direction que suit la chaleur dans sa propagation. Il fait l'expérience en taillant des lames minces dans ces cristaux, les couvrant de cire, et les échauffant par leur milieu au moyen d'un trou étroit qu'on y perce et dans lequel on engage un fil d'argent qu'on chauffe par son extrémité. La cire fond à partir de ce trou et forme à la limite de la fusion un bourrelet qui persiste après le refroidissement et qui dessine une courbe isotherme. Cette courbe est un cercle quand la lame est symétrique dans tous les sens; elle est une ellipse lorsque cette symétrie n'existe point. On conçoit qu'en taillant dans un même cristal des plaques différemment inclinées par rapport aux axes de cristallisation et en observant dans chaque cas la position de l'ellipse, on peut conclure la forme des surfaces isothermes qu'on obtiendrait si l'on échauffait la substance par un point intérieur. M. de Senarmont a reconnu ainsi que cette surface est un ellipsoïde.

1°. Dans le système cubique, cet ellipsoïde se réduit à une sphère.

2°. Dans le deuxième et le troisième système, où le cristal admet un axe de symétrie, l'ellipsoïde est de révolution autour de cet axe.

3°. Dans le quatrième système, où l'on trouve trois axes inégaux perpendiculaires entre eux, l'ellipsoïde a aussi ses

axes inégaux; ils ont la même direction que ceux de la cristallisation.

4°. Le cinquième système possède un axe cristallographique perpendiculaire au plan des autres qui sont inclinés entre eux, et l'ellipsoïde a l'un de ses axes confondu avec le premier, et les deux autres dans des directions qu'on ne peut assigner.

5°. Enfin dans le sixième système où l'on trouve trois axes de cristallisation inclinés entre eux, l'ellipsoïde isotherme n'a pas de direction qu'on puisse formuler en loi.

CALORIMÉTRIE.

CINQUANTIÈME LEÇON.

MESURE DES CHALEURS SPÉCIFIQUES.

Notions préliminaires. — Mesure des chaleurs spécifiques. — 1°. Méthode du calorimètre à glace. — 2°. Méthode du refroidissement. — 3°. Méthode des mélanges. — Appareils de M. Regnault.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES. — Quand on fait brûler dans l'oxygène 1, 2, 3,..., grammes de charbon, ou quand on échauffe de 0 à t degrés 1, 2, 3,..., kilogrammes d'un corps quelconque, il est évident que l'on dégage ou qu'on absorbe des quantités de chaleur proportionnelles aux nombres 1, 2, 3,.... On conçoit par ces exemples que les quantités de chaleur qui se développent par les actions chimiques ou qui s'accumulent dans la matière qui s'échauffe puissent être considérées comme des grandeurs et comparées à une unité que l'on conviendra d'adopter.

La *calorimétrie* est la partie de la physique qui s'occupe de cette comparaison.

L'unité que l'on a choisie est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de zéro à 1 degré 1 kilogramme d'eau. On la nomme *calorie*.

Si l'on échauffe P kilogrammes d'eau de 0 à 1 degré, ils absorberont P calories. Mais si on les porte de 0 à t degrés, ils absorberont une quantité de chaleur Q qui est une fonction de la température t, $Q=f(t)$, fonction tout à fait inconnue et qu'il

est nécessaire de déterminer au moins approximativement. On y parvient par l'expérience suivante.

On verse à la fois dans un vase préalablement chauffé à 50 degrés 2 kilogrammes d'eau, l'un à 0 degré, l'autre à 100 degrés, et après avoir rapidement brassé le mélange, on mesure sa température que l'on trouve égale à 50 degrés. Par conséquent le vase n'a rien perdu ni gagné, mais le kilogramme d'eau à 100 degrés a perdu la chaleur qui est nécessaire pour l'élever de 50 à 100 degrés et a cédé cette chaleur au second kilogramme dont la température a monté de 0 à 50 degrés. Cela veut dire qu'un poids donné d'eau exige une même quantité de chaleur pour s'échauffer d'un nombre de degrés égal, quelle que soit sa température initiale. Conséquemment, pour élever P kilogrammes d'eau de 0 à 1 degré, de 1 à 2 degrés, de 2 à 3 degrés, etc., il faut P calories; il en faudra Pt pour l'élever de 0 à t degrés, et $P(t'-t)$ pour le porter de t à t' degrés :

$$Q'-Q=P(t'-t).$$

Si maintenant on plonge dans 1 kilogramme d'eau à zéro 1 kilogramme d'une autre substance prise à 100 degrés, elle cédera de la chaleur à l'eau, mais elle se refroidira plus que l'eau ne s'échauffera. Par exemple, on trouvera les variations de température suivantes pour le corps plongé et pour l'eau à laquelle on le mêle.

	Variations de température	
	du corps.	de l'eau.
	°	°
Mercure..................	96,78	3,22
Fer......................	89,79	10,21
Essence de térébenthine.....	70,10	29,90

Ces nombres prouvent que des quantités de chaleur égales échauffent inégalement un même poids de diverses substances, ou bien qu'il faut des quantités de chaleurs inégales pour échauffer d'un même nombre de degrés des poids égaux de substances différentes. Cela nous conduit à la définition suivante :

On appelle *chaleur spécifique* ou *capacité calorifique* d'un corps la quantité de chaleur exprimée en calories qui est nécessaire pour élever de zéro à 1 degré 1 kilogramme de ce corps.

Soit C cette chaleur spécifique, $PC(t'-t)$ exprimera la quantité de chaleur $Q'_1 - Q_1$ qu'il faudra donner à P kilogrammes du corps pour élever sa température de t à t' degrés :

$$Q'_1 - Q_1 = PC(t'-t).$$

Cette formule suppose que les chaleurs absorbées par une substance quelconque sont toujours proportionnelles à sa variation de température $(t'-t)$. Cela est, en effet, approximativement exact pour l'eau et pour la plupart des corps; néanmoins nous devons dire dès maintenant qu'il ne faut pas considérer cette proportionnalité comme une loi physique absolue, et nous serons conduits dans la suite à revenir sur ce sujet.

MESURE DES CHALEURS SPÉCIFIQUES.

1°. **MÉTHODE DU CALORIMÈTRE A GLACE.** — Il existe trois méthodes différentes pour déterminer les chaleurs spécifiques. La première que nous allons décrire est fondée sur la connaissance de ce fait que, pour fondre 1 kilogramme de glace sans changer sa température, il faut dépenser un nombre de calories égal à 79,25.

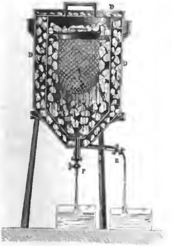
Black préparait un calorimètre avec un bloc de glace pure et exempte de bulles. Il usait sur un grès jusqu'à la rendre plane une des faces de ce bloc et creusait en son milieu une cavité assez grande pour contenir les corps dont il voulait mesurer la capacité calorifique. Il préparait de même une lame de glace bien plane qui devait servir de couvercle; puis il essuyait avec soin l'intérieur de la cavité, la face dans laquelle elle était creusée ainsi que la surface du couvercle, et il plaçait celui-ci sur le bloc. En cet état, l'appareil pouvait être abandonné dans l'air sans qu'il se fondît aucune portion de glace dans la cavité ni sous le couvercle; car la chaleur extérieure était arrêtée par les parois. Alors on échauffait jusqu'à T degrés la substance qu'on voulait étudier, puis, soulevant le couvercle, on la projetait dans la cavité et on refermait l'appareil. Au bout de peu de temps le corps était refroidi jusqu'à zéro. Alors on ouvrait le calorimètre, on essuyait avec un linge pesé d'avance l'intérieur du trou et le dessous du couvercle, et pesant le linge de nouveau, on obtenait le poids de glace fondue.

Soit P le poids et x la chaleur spécifique du corps étudié, en se refroidissant il a perdu PxT calories. Soit d'autre part p le poids de glace fondue; elle a absorbé une quantité de chaleur égale à $p.79,25$, et en égalant la perte au gain, on a

$$PxT = p.79,25.$$

Laplace et Lavoisier ont adopté cette méthode; mais ils ont remplacé le bloc de glace par un calorimètre plus complexe (*fig.* 376) : c'est un vase en fer-blanc composé de plusieurs compartiments concentriques. Au milieu on voit une grille en fils métalliques B, qui se ferme par un couvercle et qui remplit la fonction de la cavité que Black creusait dans la glace; c'est dans son intérieur que se place le corps A qu'on étudie. Tout autour et au-dessus de cette grille se trouve de la glace concassée C que la chaleur abandonnée par le corps doit fondre, et un robinet F est destiné à recueillir l'eau provenant de la fusion. Enfin une troisième enceinte extérieure DDD, qui elle-même est remplie de glace, enveloppe le compartiment moyen C, où il empêche la chaleur extérieure de pénétrer. Un deuxième tube E laisse écouler l'eau de fusion provenant de ce manchon DDD.

Fig. 376.



La marche des expériences est la même avec cet instrument qu'avec le précédent. Il évite la difficulté que l'on éprouve à se procurer des blocs de glace assez gros et assez purs pour opérer comme le faisait Black. Mais cet avantage, relativement insignifiant, entraîne des difficultés et des erreurs beaucoup plus graves. L'appareil, qui était fort grand, exigeait beaucoup de glace, un corps A de grande masse et une durée très-longue de l'expérience. Et comme il reste toujours une grande quan-

tité de liquide interposée et maintenue par la capillarité dans les interstices des fragments de glace, il n'était pas possible de recueillir la totalité de l'eau de fusion. A la vérité on commençait par remplir le calorimètre avec de la glace saturée d'eau, qui restait saturée après la fusion; mais cette précaution n'est point suffisante, car le nombre, le volume et la disposition des fragments changeant dans le cours de l'expérience, puisqu'ils se fondent, la quantité de liquide qui leur est adhérent ne peut demeurer constante.

2°. **MÉTHODE DU REFROIDISSEMENT.** — Supposons qu'on fasse refroidir un corps après l'avoir porté à une température peu élevée; alors la loi de Newton sera applicable, et si l'on désigne par t_1, t_2 les excès de température observés à deux époques x_1, x_2, on aura (page 268)

$$\frac{\mathrm{SE}}{\mathrm{PC}} = \frac{\log t_1 - \log t_2}{(x_2 - x_1)\log e},$$

S, E, P et C représentant la surface, le pouvoir émissif, le poids et la capacité calorifique du corps. Pour une autre substance qui se refroidirait entre les mêmes températures, on aurait

$$\frac{\mathrm{S'E'}}{\mathrm{P'C'}} = \frac{\log t_1 - \log t_2}{(x'_2 - x'_1)\log e},$$

et si l'on suppose que les deux corps aient la même surface et le même pouvoir émissif,

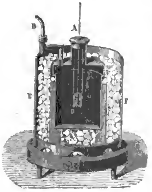
$$\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{P'C'}} = \frac{x_2 - x_1}{x'_2 - x'_1};$$

cela veut dire que les deux corps mettront pour se refroidir d'un même nombre de degrés des temps qui seront proportionnels aux produits de leur poids par leur chaleur spécifique. Cette relation va nous permettre de déterminer le rapport de C à C' : il faudra pour cela donner aux substances que l'on voudra étudier, 1° la même surface S, 2° le même pouvoir émissif E, 3° observer le temps qu'elles mettront à se refroidir d'un excès t_1 à un excès t_2.

I. Pour réaliser la première de ces conditions, Dulong et

Petit employaient un petit vase d'argent très-mince D (*fig.* 377), formé de deux cylindres concentriques qui laissaient entre eux un espace annulaire. C'est dans cet espace que l'on plaçait, après l'avoir réduit en poudre, un poids P du corps à étudier. On l'y tassait fortement, et l'on fermait le vase par un couvercle d'argent percé d'un trou correspondant au tube central, dans lequel on introduisait un thermomètre. Il est évident que toutes les poudres que l'on placera dans cet appareil auront la même surface S, qui sera celle du vase lui-même.

Fig. 377.



II. Ce vase d'argent était poli extérieurement et sa surface conservait sensiblement le même état pendant les expériences. Mais, pour qu'elle émette des quantités de chaleur toujours égales, il faut en outre qu'elle soit placée dans une enceinte invariable. Cette enceinte était formée par un cylindre métallique garni intérieurement de noir de fumée, dans lequel on faisait le vide par un tube CB et qui était fermé par un couvercle rodé A. Le thermomètre était luté dans ce couvercle, et le vase D y était suspendu par deux fils de soie. Avec ces précautions, le pouvoir émissif E demeurait constant, et la loi de Newton dans le vide était exacte.

III. L'enceinte était soutenue sur des supports en bois; elle était entourée d'une enveloppe EF remplie de glace pilée qui maintenait la température à zéro. Quand on voulait opérer, on échauffait le vase D jusqu'à 30 ou 40 degrés; on le plaçait dans l'enceinte, et, après avoir fait rapidement le vide, on suivait le refroidissement avec un compteur. On mettait les aiguilles en marche quand la température arrivait à $t_1 = 10$ degrés, et on les arrêtait quand elle avait baissé jusqu'à $t_2 = 5$ degrés, ce qui faisait connaître le temps $(x_2 - x_1)$ du refroidissement entre deux excès de température toujours les mêmes.

IV. L'emploi du vase d'argent complique les conditions du refroidissement. Si son poids était nul, ainsi que celui du ther-

momètre, on aurait

$$\frac{PC}{P'C'} = \frac{x_2 - x_1}{x'_2 - x'_1}.$$

Or ces poids ne peuvent être négligés; mais comme ils sont très-petits par rapport à celui de la substance, il suffit pour en tenir compte, d'ajouter à PC et à P'C' la somme des produits $\pi\gamma + \pi'\gamma' + \pi''\gamma''$, qu'on obtient en multipliant les poids du mercure, du verre du thermomètre et du vase d'argent par leurs chaleurs spécifiques respectives. Désignons cette somme par μ, et nous aurons

$$\frac{PC + \mu}{P'C' + \mu} = \frac{x_2 - x_1}{x'_2 - x'_1}.$$

La quantité μ devant être la même dans toutes les expériences, on la déterminait une fois pour toutes en plaçant successivement dans l'appareil deux substances dont les poids P, P' et les capacités C, C' étaient connues, et l'on résolvait l'équation précédente par rapport à μ.

Cette méthode offre l'avantage d'être extrêmement simple en pratique; mais elle a l'inconvénient d'être très-indirecte; et comme beaucoup de causes tendent à faire varier le temps du refroidissement, elles peuvent agir très-inégalement sur diverses substances. Pour ne parler que de la plus saillante, les poudres sont en général des corps peu conducteurs, et le thermomètre doit être à tout instant plus chaud que l'enveloppe. Or comme c'est la surface qui rayonne, c'est sa température qu'il faudrait mesurer, et non celle des parties centrales. De là une erreur d'autant plus grande que la conductibilité est moindre et qui varie avec la nature des poudres, leur degré de tassement, etc.

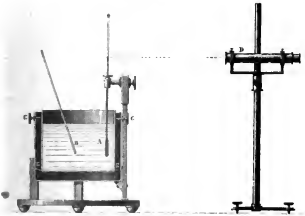
En déterminant concurremment par ce procédé et par celui que nous allons bientôt décrire les chaleurs spécifiques de diverses substances, M. Regnault s'est convaincu que le refroidissement ne donne pas des résultats exacts pour les solides. Mais les causes qui rendent cette méthode imparfaite disparaissent quand on étudie les liquides; car dans ce cas les courants intestins rétablissent l'uniformité de température dans toute la masse à mesure que le refroidissement tend à

la détruire. M. Regnault enfermait ces liquides dans un petit vase en verre qui recevait un volume toujours égal de substance, et dans lequel plongeait un thermomètre. Le refroidissement était observé dans une enceinte à zéro, vide ou pleine d'air, et qui était analogue à celle de Dulong et Petit.

3°. **MÉTHODE DES MÉLANGES.** — On peut enfin déterminer les chaleurs spécifiques par une troisième méthode, que l'on nomme la *méthode des mélanges*, qui est directe, qui permet d'atteindre une précision très-grande et que nous suivrons à l'avenir dans toutes les questions de calorimétrie.

La partie essentielle des appareils est un vase cylindrique en laiton très-mince soutenu sur des supports peu conducteurs (*fig.* 378). Il contient un poids d'eau P à la température ordi-

Fig. 378.



naire t et un thermomètre très-sensible A fixé dans l'intérieur. Ce vase se nomme le *calorimètre à eau*.

On échauffe dans une étuve, à une température T, un poids p de la substance dont on veut trouver la chaleur spécifique; puis on le plonge dans le calorimètre et on l'agite pendant quelque temps au moyen d'un fil qui le soutient, ou bien on remue l'eau avec un agitateur B. Alors le corps cède de la chaleur à l'eau, qui s'échauffe depuis t degrés jusqu'à une température maximum θ pendant que lui-même se refroidit depuis T

jusqu'à θ. Admettons d'abord que pendant cette manipulation le calorimètre ne se refroidisse ni par le rayonnement, ni par la conductibilité des supports, ni par l'évaporation de l'eau; nous pouvons exprimer que la chaleur cédée par le corps est égale à celle que le calorimètre gagne. Le corps perd

$$px(T-\theta).$$

La chaleur gagnée par le calorimètre se décompose en plusieurs parties.

1°. Chaleur gagnée par l'eau,

$$P(\theta-t);$$

2°. Chaleur gagnée par le vase calorimétrique,

$$p'c'(\theta-t);$$

3°. Chaleur gagnée par le poids de verre du thermomètre et de l'agitateur plongé dans le liquide,

$$p''c''(\theta-t);$$

4°. Chaleur gagnée par le mercure du thermomètre,

$$p'''c'''(\theta-t).$$

On calculera x par la relation

$$px(T-\theta)=(P+p'c'+p''c''+p'''c''')(\theta-t).$$

Pour trouver x il faudra donc connaître les chaleurs spécifiques c' du laiton, c'' du verre et c''' du mercure. Mais on peut remarquer que les poids p', p'', p''', et par suite les produits $p'c'$, $p''c''$, $p'''c'''$ étant très-petits, on pourra calculer ceux-ci en acceptant comme exactes les valeurs de c', c'', c''' données par d'autres méthodes. On pourra enfin faire trois déterminations de chaleurs spécifiques : 1° avec du laiton; 2° avec du verre; 3° avec du mercure. Dans ces trois cas, x sera égal successivement à c', à c'' et à c''', et l'équation précédente fournira trois relations à trois inconnues que l'on calculera.

En général, on écrit l'équation précédente :

$$px(T-\theta)=P_1(\theta-t),$$

en posant $P_1=P+p'c'+p''c''+p'''c'''$. P_1 est ce que l'on nomme souvent le poids *réduit en eau* du calorimètre et de tout ce qu'il contient.

Lorsque les corps étudiés sont des solides mauvais conducteurs, il faut les diviser en fragments très-petits et les supporter dans une corbeille en toile métallique. S'ils sont liquides, on les enferme dans des tubes. Dans ces deux cas le produit px de l'équation précédente doit se remplacer par $px + p_1c_1$, p_1 et c_1 étant le poids et la capacité de la corbeille ou des tubes.

Outre ces corrections, il faut encore tenir compte de la perte de chaleur que fait le calorimètre pendant le temps qui s'écoule entre l'immersion du corps et l'instant où on observe le maximum final de température. On doit commencer par atténuer cette cause d'erreur autant que possible, et on y parvient par plusieurs moyens.

En premier lieu on construit le calorimètre de manière à ce qu'il perde le moins de chaleur possible. Pour cela on polit sa surface extérieure avec soin, ce qui rend son pouvoir émissif très-faible; on le place dans un deuxième vase de laiton CEC (*fig.* 378), qui est poli intérieurement et qui lui renvoie par réflexion presque tous les rayons qu'il émet; enfin on le soutient à sa base sur quatre fils tendus horizontalement E, E', et on le maintient à son sommet par quatre pointes de bois CC. De cette manière il rayonne peu et ne cède rien à ses supports, puisqu'ils sont mauvais conducteurs, qu'ils ont une masse insensible et qu'ils ne le touchent que par un petit nombre de points.

En second lieu, comme la chaleur perdue par rayonnement est proportionnelle aux excès de température, on met dans le calorimètre assez d'eau pour qu'elle s'échauffe très-peu. A la vérité cette précaution diminue la sensibilité de la méthode; mais on y remédie en employant un thermomètre A capable d'apprécier $\frac{1}{100}$ de degré. Il est fixé dans un support, et on l'observe avec une lunette D, afin de suivre son mouvement ascendant et de saisir exactement le maximum de température qu'il atteint quand le mélange est devenu uniforme.

Enfin Rumford a imaginé de diminuer encore la perte de chaleur par un procédé de compensation ingénieux. Il détermine approximativement, par une expérience préliminaire, le nombre de degrés $2n$ dont le calorimètre s'échauffe après l'immersion du corps, puis il fait l'épreuve définitive en employant de l'eau préalablement refroidie de n degrés au-dessous de l'at-

mosphère. Alors l'expérience peut se diviser en deux phases : dans la première, l'enceinte a sur le calorimètre des excès de température qui varient de n à o et lui cède de la chaleur; dans la seconde, le calorimètre a les mêmes excès sur l'enceinte et lui rend de la chaleur. La compensation entre ces échanges inverses serait parfaite si les deux périodes duraient le même temps; mais cela n'a pas lieu, car la marche ascendante des températures, d'abord très-rapide, se ralentit quand on approche du maximum, et en fin de compte il y a plus de chaleur perdue qu'il n'y en a de gagnée.

On voit que toutes ces précautions sont indispensables, puisqu'elles diminuent l'erreur; mais comme elles ne l'annulent pas, on est obligé de la corriger, quelque petite qu'elle soit. Pour la pouvoir calculer, on exécute les expériences préliminaires suivantes :

Après avoir mis dans le calorimètre une quantité d'eau qui doit rester la même pour toutes les mesures, et qui a été préalablement échauffée, on suit le refroidissement de l'appareil et l'on note de minute en minute sa température θ. Or, puisque suivant la loi de Newton la vitesse de refroidissement est proportionnelle à l'excès $\theta - t$ de la température du calorimètre sur celle de l'enceinte, l'abaissement de température pendant chaque minute peut être représenté par

$$\Delta\theta = A(\theta - t).$$

L'expérience montre en effet que la variation de température $\Delta\theta$, divisée par l'excès moyen $\theta - t$ pendant chaque minute successive, est une quantité constante A, et celle-ci étant ainsi déterminée, la formule précédente pourra servir ultérieurement à calculer le refroidissement du calorimètre pendant chaque minute lorsqu'on connaîtra son excès de température. Si, au lieu d'être plus chaud, il était plus froid que l'enceinte, la même formule servirait à calculer $\Delta\theta$, dont le signe seul aurait changé.

Cela posé, admettons que voulant faire une mesure de chaleur spécifique on plonge un corps chaud dans l'eau. A partir de ce moment le calorimètre éprouve deux effets : 1° il se réchauffe par la chaleur que lui cède le corps; 2° il se réchauffe ou se refroidit par le rayonnement, suivant qu'il est à une

température plus basse ou plus élevée que l'enceinte; c'est ce dernier effet qu'il faut calculer. Pour cela, depuis le moment de l'immersion jusqu'à celui où le maximum est dépassé, on observe le thermomètre à des intervalles très-rapprochés

$$x, \quad x_1, \quad x_2, \ldots;$$

on trouve des températures

$$\theta, \quad \theta_1, \quad \theta_2, \ldots.$$

Pendant chaque intervalle $x_1 - x$, $x_2 - x_1$, $x_3 - x_2, \ldots$, les températures moyennes sont

$$\frac{\theta + \theta_1}{2}, \quad \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}, \quad \frac{\theta_2 + \theta_3}{2}, \ldots,$$

et les variations de température qui pendant ces temps ont été occasionnées par le rayonnement étaient

$$A\left(\frac{\theta + \theta_1}{2} - t\right)(x_1 - x), \quad A\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - t\right)(x_2 - x_1), \ldots.$$

On fera la somme algébrique $\Sigma\Delta\theta$ de ces variations; elle représentera l'abaissement total de température que le calorimètre a subi par le rayonnement, et en l'ajoutant à la température finale θ_n, on aura celle qu'il eût atteinte si ce rayonnement avait été nul. Alors l'équation définitive sera

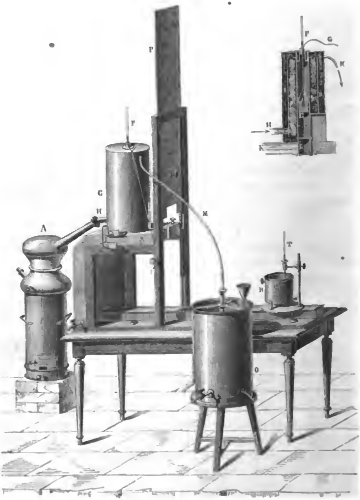
$$px(T - \theta_n) = P_1(\theta_n + \Sigma\Delta\theta - t).$$

APPAREIL DE M. REGNAULT. — La méthode des mélanges est due à Black; elle fut pratiquée par Dulong et Petit qui chauffaient les corps jusqu'à 100 ou 300 degrés dans l'eau bouillante ou dans l'huile et qui déterminaient par des expériences préliminaires la quantité de liquide que le corps retenait. Elle fut aussi employée et perfectionnée par M. Pouillet, et enfin M. Regnault construisit un appareil destiné à régulariser les observations. Nous nous contenterons de décrire ce dernier appareil (*fig.* 379).

On échauffe le corps sur lequel on veut opérer au milieu d'une étuve C dont on voit dans la figure une coupe séparée. Elle est divisée en trois compartiments concentriques. Le premier est un cylindre LGEF qui est fermé à sa base par un

double registre que l'on ouvre ou qu'on ferme au moyen d'une poignée I, et à son sommet par un bouchon qui soutient un

Fig. 379.



thermomètre fixe F. Le deuxième DD reçoit par un tube H un courant de vapeur qui lui est envoyé par un alambic A et qui après avoir circulé tout autour du tube central arrive dans

le troisième compartiment BB. Ce dernier est un manchon destiné à empêcher le refroidissement de l'étuve; après l'avoir traversé, la vapeur se rend par un tube M dans un serpentin O où elle se condense.

Dans le tube central LF de l'étuve, on voit en E une petite corbeille qui est formée par deux cylindres concentriques de toile de laiton. Le corps qu'on veut échauffer est déposé dans l'espace annulaire compris entre les deux enveloppes; le thermomètre fixe occupe la partie centrale, et la corbeille est soutenue par un fil de soie G qui traverse le bouchon F et vient s'accrocher à un bouton disposé à cet effet. On conçoit que le corps va s'échauffer, que le thermomètre mesurera sa température et qu'à la fin de l'expérience on pourra décrocher le fil laisser descendre la corbeille par son propre poids.

Il ne suffisait point d'échauffer le corps dans cette étuve, il fallait encore empêcher la chaleur rayonnée par celle-ci de parvenir aux autres parties de l'instrument. A cet effet elle reposait sur une boîte métallique KK dont elle était séparée par une plaque de liége peu conductrice. Cette boîte, remplie d'eau à la température ordinaire, était percée d'un canal vertical L, situé sur le prolongement de l'étuve GF, et qui se fermait par le registre I. Enfin un écran P, qu'on pouvait lever ou abaisser, empêchait les rayonnements latéraux. Par cette disposition, l'espace compris sous l'étuve entre la boîte à eau KK et l'écran P demeurait à la température de l'air.

A côté de ces diverses pièces qui servent à échauffer le corps, se trouve le calorimètre R, qui est disposé comme nous l'avons précédemment indiqué; il est mobile sur une coulisse horizontale et peut être poussé en avant jusqu'à venir se placer au-dessous de l'étuve. Cela a exigé une particularité de construction que nous n'avons point encore décrite. Comme le thermomètre T, qui accompagne le calorimètre dans ce mouvement, aurait rencontré la boîte à eau K, on a été obligé de faire dans cette boîte et dans l'étuve une coupure verticale à travers laquelle passe la tige de ce thermomètre.

Voici maintenant le mode d'expérimentation. L'écran P étant abaissé et le corps placé dans la corbeille autour du thermomètre F, on fait passer le courant de vapeur. On reconnaît qu'il faut au moins deux heures avant d'atteindre la tempéra-

ture maximum. Elle se fixe généralement à 98 degrés, et quand elle s'est maintenue pendant une demi-heure sans variation, on se prépare à faire l'observation. On remplit le calorimètre d'un poids d'eau connu; c'était l'eau contenue dans un flacon jaugé dont la capacité était connue à toute température. On observe le thermomètre T, lequel fait connaître la température initiale de l'eau; puis on soulève l'écran P, on amène le calorimètre sous l'étuve, on enlève le tiroir I et, décrochant le fil de soie G, on laisse descendre dans le calorimètre la corbeille et le corps qu'elle contient. Cela fait, on ramène ce calorimètre à sa place primitive et l'on agite la corbeille dans l'eau en la soutenant par son fil de suspension.

Il est bien évident que dans cette manipulation le calorimètre ne s'est point échauffé par le rayonnement de l'étuve, puisque ce rayonnement a été annulé par la boîte KK; il est bien évident aussi qu'en descendant dans l'eau le corps ne s'est point refroidi d'une manière sensible, car il n'a parcouru dans l'air qu'un trajet très-court pendant un temps insignifiant. Le reste de l'observation s'exécute conformément à la méthode générale que nous avons indiquée précédemment.

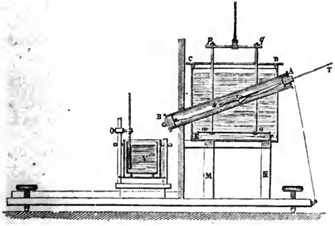
Dans le but de faciliter les recherches pour certaines conditions spéciales, M. Regnault modifia souvent son appareil primitif. Il lui donna, par exemple, la forme dessinée *fig.* 380 (1), qui se conçoit sans explication. Cette nouvelle disposition permettait d'échauffer l'étuve à des températures quelconques en plaçant une lampe au-dessous, ou bien de la refroidir par un mélange réfrigérant, et quelquefois par de l'acide carbonique solide.

Pour les liquides on se servit d'abord de l'appareil primitif. On les plaçait dans des tubes fermés qu'on chauffait dans l'étuve. Mais tout récemment M. Regnault a construit un nouvel instrument représenté *fig.* 381, *Pl. I.* Le liquide était échauffé ou refroidi dans un réservoir M au milieu d'une étuve que l'on pouvait remplir d'eau plus ou moins échauffée ou d'un mélange plus ou moins refroidissant. Ce réservoir était prolongé par un tube à robinet B qui sortait de l'étuve à travers un bec garanti par une cloison et entrait aussitôt dans un calorimètre

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, tome XLVI, page 270.

composé d'un réservoir CD entouré d'eau. Le liquide refroidi

Fig. 380.



ou réchauffé dans l'étuve était lancé dans le calorimètre à un moment donné par une pression que l'on exerçait au moyen du tube G, et on déterminait l'abaissement ou l'échauffement de température qui se produisait dans le calorimètre. Les corrections étaient faites par la méthode précédemment décrite. Cet appareil permet de mesurer les chaleurs spécifiques entre des limites quelconques de température.

CINQUANTE ET UNIÈME LEÇON.

CHALEURS SPÉCIFIQUES DES GAZ ET DES VAPEURS.

Expériences de Delaroche et Bérard. — Méthode des températures stationnaires. — Méthode des températures finales. — Chaleurs spécifiques rapportées à l'eau. — Résultats. — Expériences de M. Regnault. — 1°. Courant de gaz. — 2°. Échauffement du gaz. — 3°. Calorimètre. — Mode d'expérimentation. — Résultats.

En général, quand on augmente le volume d'un gaz, sa température baisse, et quand on le diminue, elle s'élève. C'est ce que l'on peut prouver par les exemples suivants :

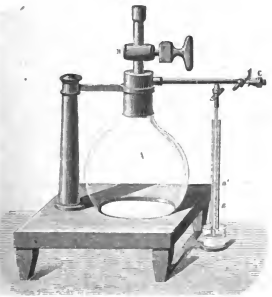
I. Plaçons un thermomètre de Breguet sous le récipient d'une machine pneumatique; nous le verrons baisser aussitôt qu'on fera le vide et monter brusquement quand on laissera rentrer l'air.

II. Clément et Desormes prenaient un ballon de 20 litres (*fig.* 382), muni d'un large robinet B, d'un conduit latéral C et d'un tube de verre vertical aa' plongeant dans une cuvette pleine d'eau. Ils faisaient un vide partiel dans l'appareil, et l'eau montait jusqu'en a'. Ensuite ils ouvraient le robinet B pendant un temps très-court; alors le niveau redevenait égal dans le tube et la cuvette; mais l'air extérieur ayant comprimé le gaz resté dans le ballon, la température s'était élevée. Peu à peu elle baissait, et l'on voyait le niveau remonter jusqu'en a.

III. Pour comparer l'abaissement et l'élévation de température produits par une dilatation et une compression égales, Gay-Lussac employait deux grands ballons réunis par un tube de communication qu'on pouvait fermer par un robinet et au centre desquels plongeaient deux thermomètres à air très-sensibles. Il faisait un vide partiel dans un des ballons, et après qu'une température uniforme s'était établie dans tous les deux, il les mettait en communication. L'expérience prouve

que la température s'élève dans le vase où la pression aug-

Fig. 382.



mente, qu'elle baisse dans celui où cette pression diminue, et que les deux variations thermométriques sont égales.

Nous reviendrons bientôt sur ces expériences, qui sont plus complexes qu'on ne l'avait d'abord pensé. Pour le moment, contentons-nous de remarquer que les gaz éprouvant des variations de température quand on les comprime ou qu'on les dilate, il est probable qu'ils absorberont des quantités de chaleur inégales si on les échauffe d'un même nombre de degrés, soit en les maintenant sous une pression invariable, soit en leur conservant un volume constant. Il y a lieu, par conséquent, de distinguer deux chaleurs spécifiques : l'une à *pression constante*, l'autre à *volume constant*. Il faudrait même pouvoir calculer les chaleurs absorbées quand un poids P de gaz s'échauffe de t degrés et que son volume et sa pression changent à la fois. Ce sont là des questions dont des travaux récents ont montré la complication et qui ne sont point résolues ; la seule qui ait été traitée avec précision est celle des chaleurs

spécifiques à pression constante, et c'est aussi la seule que nous étudierons.

Pour mesurer la chaleur spécifique à pression constante, on a suivi la méthode générale des mélanges; mais elle présente ici de bien plus grandes difficultés que précédemment; car la densité des gaz étant très-faible, il faut faire passer ces corps pendant longtemps dans le calorimètre avant d'obtenir un réchauffement notable. Pendant ce temps toutes les causes perturbatrices exercent leur influence, et comme elles sont sensiblement égales ou même supérieures à l'action réchauffante du gaz, il faut déduire la capacité de celui-ci d'un effet très-complexe dans lequel elle n'entre que pour une faible part. Nécessairement toutes les erreurs de la détermination se reportent sur le résultat que l'on cherche.

Nous ne parlerons que du travail de Delaroche et Bérard et de celui de M. Regnault.

EXPÉRIENCES DE DELAROCHE ET BÉRARD. — Un vase de Mariotte M produit un écoulement d'eau qui se déverse dans le flacon A (*fig.* 383). En pénétrant dans ce flacon, l'eau chasse l'air qui s'y trouve renfermé et l'envoie par un tube H dans un ballon C. Ce ballon contient une vessie remplie du gaz sur lequel on veut opérer, lequel s'écoule par un tube D et passe dans un manchon P qui est échauffé par de la vapeur d'eau.

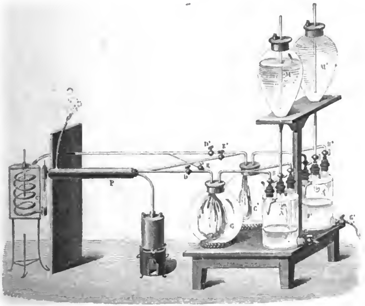
Au sortir du manchon, où il a pris une température T, le gaz pénètre dans un calorimètre G, c'est-à-dire dans un vase en cuivre plein d'eau, et il circule à travers un serpentin dont la longueur était égale à $1^m,50$. Là il se refroidit et échauffe l'eau.

Il revient par un tube D′ dans une vessie vide contenue comme la première dans un ballon C′; il la gonfle, et par le tube F′ il chasse l'air du ballon C′ dans le flacon A′. Enfin l'eau de ce flacon A′ s'écoule par un robinet G′ situé au même niveau que l'extrémité F′. On peut voir que tous ces courants de gaz sont constants, puisqu'ils se font sous l'action d'une pression qui est toujours la même.

Quand tout le gaz contenu dans la première vessie s'est rendu dans la deuxième, on change le sens du mouvement en changeant le sens de tous les robinets des flacons A et A′.

Le gaz marche alors dans une direction contraire, mais avec la même pression, et il revient de la vessie C′ à la vessie C.

Fig. 383.



Mais afin de faire toujours passer le gaz par le manchon P qui est destiné à l'échauffer, il y a dans le trajet quatre robinets D, E, D′, E′. Dans la deuxième phase de l'expérience, le gaz passe de C′ en E′ pour aller au manchon et au calorimètre, et il revient par le robinet E dans la vessie C.

Grâce à cette disposition, une petite quantité de gaz peut servir pendant aussi longtemps qu'on le veut et produire le même effet qu'une masse beaucoup plus considérable qui ne passerait qu'une seule fois dans le calorimètre. On déterminait le volume qui était mis en circulation par la quantité d'eau qui s'était écoulée, et comme on connaissait la densité du gaz, on pouvait déterminer son poids.

Toute la chaleur cédée au calorimètre n'est pas celle que lui apporte le gaz; il lui en arrive par le rayonnement des parties échauffées et par la conductibilité du tube qui le joint au man-

chon. Pour diminuer cette cause d'erreur autant que possible, le manchon et le calorimètre furent installés dans deux salles différentes, et le tube de jonction, qui n'est pas représenté dans la figure, passait à travers la cloison. Il était en verre, par conséquent peu conducteur; il n'avait que 2 centimètres de longueur et se trouvait maintenu simplement par pression contre les orifices des deux appareils qu'il était chargé de réunir. Enfin on détermina l'échauffement anormal du calorimètre par une expérience préliminaire qui consistait à échauffer le manchon, à ne point faire passer le gaz et à mesurer l'augmentation finale de température. On la trouva égale à 2°,6. Ce résultat permit de calculer la chaleur amenée par conductibilité, comme on le verra bientôt.

On peut mesurer dans le manchon la température de la vapeur; mais on ne sait point aussi exactement quelle est celle du gaz quand il arrive dans le calorimètre. Pour la déterminer, on avait placé dans l'appareil un tube de jonction provisoire qui est représenté dans la figure et qui renferme un thermomètre. On trouva que le manchon étant à 95°,6, ce thermomètre marquait seulement 92°,6. Mais cette dernière température doit être trop faible, car le thermomètre rayonne à travers le tube de verre, et par conséquent s'abaisse. Pour tenir compte de cette circonstance autant que possible, on prit la moyenne entre 95°,6 et 92°,6 pour exprimer la température T du gaz à son entrée dans le calorimètre.

On voit par là combien Delaroche et Bérard se sont préoccupés des causes d'erreur inhérentes à leur mode d'expérimentation et avec quel soin ils ont cherché à les corriger. On ne peut se dissimuler toutefois que ces corrections sont bien insuffisantes; mais, sans nous y arrêter pour le moment, nous allons entrer dans le détail des expériences.

MÉTHODE DES TEMPÉRATURES STATIONNAIRES. — Supposons que l'on fasse circuler indéfiniment dans l'appareil un gaz déterminé avec une vitesse constante. Soit P le poids de ce gaz à T degrés qui s'écoule pendant chaque unité de temps; le calorimètre s'échauffera peu à peu et finira par atteindre une température stationnaire θ. A partir de ce moment, il perdra par rayonnement pendant chaque minute ce qu'il gagne par l'effet

du gaz et par la conductibilité. La chaleur cédée par le gaz est $PC(T-\theta)$; celle qui vient par conductibilité peut être considérée comme constante et désignée par K. Le gain total est donc

$$PC(T-\theta)+K;$$

d'un autre côté, si t est la température de l'enceinte, la perte par rayonnement peut se représenter par $h(\theta-t)$, et l'on a

$$PC(T-\theta)+K=h(\theta-t).$$

Or, on a trouvé précédemment que si le gaz ne passe pas dans le calorimètre, l'excès de température finale $\theta-t$ devient égal à $2^\circ,6$, on a donc en faisant $P=0$,

$$K=h(2^\circ,6),$$

et en remplaçant K par cette valeur dans l'équation précédente, elle devient

$$PC(T-\theta)=h(\theta-2^\circ,6-t).$$

En répétant l'expérience avec de l'air, on obtiendra de même

$$P'C'(T'-\theta')=h(\theta'-2^\circ,6-t'),$$

et divisant

$$\frac{C}{C'}=\frac{P'}{P}\,\frac{\theta-2^\circ,6-t}{\theta'-2^\circ,6-t'}\,\frac{T'-\theta'}{T-\theta}.$$

On trouve donc ainsi le rapport de la capacité calorifique d'un gaz à celle de l'air.

Pour faire l'expérience comme nous venons de le dire, il faut attendre que le calorimètre atteigne sa température maximum; mais pour abréger l'opération, Delaroche et Bérard chauffaient ce calorimètre avec une lampe à alcool jusqu'à lui donner une température initiale un peu inférieure au maximum θ; et faisant passer le gaz, ils observaient le réchauffement de l'appareil. Quand le thermomètre ne montait plus que de $\frac{1}{10}$ de degré en 10 minutes, ils notaient la température θ_1. Ils recommençaient ensuite l'observation en partant d'une température initiale supérieure à θ, en suivant le refroidissement du calorimètre pendant le passage du gaz et en notant la température θ_2 quand l'abaissement de température se rédui-

sait à $\frac{1}{14}$ de degré pendant la même durée de 10 minutes. La moyenne de θ_1 et θ_2 était prise pour exprimer la température stationnaire θ.

MÉTHODE DES TEMPÉRATURES VARIABLES. — Delaroche et Bérard ont ensuite répété les mêmes déterminations par la méthode de compensation de Rumford. Ils commençaient par refroidir le calorimètre jusqu'à 2 degrés au-dessous de la température t de l'enceinte, et ils déterminaient le poids du gaz P qu'il fallait faire circuler pour échauffer l'appareil jusqu'à 2 degrés au-dessus de t. Comme le gaz en arrivant dans l'eau se refroidit d'une quantité très-grande et qui reste sensiblement la même aux diverses époques de l'expérience, la première période pendant laquelle le calorimètre reçoit de la chaleur de l'enceinte dure le même temps que la seconde pendant laquelle il rayonne vers cette enceinte; alors la compensation est sensiblement exacte, et les choses se passent comme si le gaz à la sortie du serpentin avait toujours la même température t que celle de l'air. On a dès lors, si on néglige l'effet de la conductibilité, et si l'on représente par p le poids du calorimètre réduit en eau,

$$PC(T-t)=p.4.$$

En recommençant la même expérience avec de l'air,

$$P'C'(T'-t')=p.4,$$

et en divisant, on obtient comme précédemment le rapport de C à C'.

CAPACITÉS DES GAZ RAPPORTÉES A L'EAU. — Jusqu'à présent nous n'avons trouvé que le rapport $\frac{C}{C'}$ de la capacité d'un gaz à celle de l'air; il faut maintenant chercher la valeur de cette chaleur spécifique C' de l'air en la comparant à celle de l'eau. Les deux méthodes précédentes peuvent nous y conduire.

Par la deuxième on a trouvé

$$P'C'(T'-t')=p.4.$$

On calculera C' en calories si l'on connaît le poids p du calorimètre réduit en eau; et pour trouver p, il suffira d'avoir

déterminé le poids de l'eau et des diverses parties du calorimètre ainsi que leurs chaleurs spécifiques (page 346).

Par la première méthode on avait

$$P'C'(T'-\theta') = h(\theta'-2^\circ,6-t').$$

Il fallait donc pour calculer C' avoir déterminé h. Pour cela on échauffait le calorimètre jusqu'à θ_1, on le laissait refroidir de θ_1 à θ_2, on mesurait le temps x de ce refroidissement, et la chaleur perdue était, d'une part, $h\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}-t'\right)x$. D'un autre côté elle pouvait s'exprimer aussi par $p(\theta_1-\theta_2)$, et l'on trouvait h par la relation

$$h\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}-t'\right)x = p(\theta_1-\theta_2).$$

Enfin Delaroche et Bérard ont déterminé C' en comparant les échauffements communiqués au calorimètre, 1° par un poids P d'air; 2° par un courant d'eau chaude dont la vitesse était connue. Nous n'entrerons sur ce point dans aucun détail, et nous résumerons tous les résultats de ces expériences dans le tableau suivant qui contient :

1°. Les chaleurs spécifiques vraies C rapportées à l'eau, c'est-à-dire le nombre de calories nécessaires pour élever de 1 degré l'unité de poids des divers gaz ;

2°. Les chaleurs spécifiques à poids égaux rapportées à l'air, ou le rapport $\frac{C}{C'}$ des chaleurs nécessaires pour élever d'une même quantité la température de poids égaux d'un gaz et de l'air : on obtient ces nombres en divisant les précédents par la chaleur spécifique vraie de l'air $C'=0,2669$;

3°. Les chaleurs spécifiques à volume égal, rapportées à l'air, c'est-à-dire le rapport des quantités de chaleur nécessaires pour échauffer également des volumes égaux d'un gaz et d'air.

Si P et P' sont les poids de volumes égaux d'un gaz et d'air, ce rapport sera $\frac{PC}{P'C'}$, et comme $P=Vd(1^{gr},293)$, $P'=V(1^{gr},293)$,

$$\frac{PC}{P'C'} = \frac{dC}{C'}.$$

Ainsi les nombres de la dernière colonne sont égaux à ceux de la précédente multipliés par la densité *d* de chaque gaz.

	CHALEURS SPÉCIFIQUES		
	C	$\frac{C}{C'}$	$d\frac{C}{C'}$
	Sous le même poids, celle de l'eau étant 1.	Sous le même poids, celle de l'air étant 1.	Sous le même volume, celle de l'air étant 1.
Air	0,2669	1,000	1,000
Oxygène	0,2361	0,8848	0,9765
Hydrogène	3,2936	12,34001	0,9033
Azote	0,2754	1,0318	1,0000
Acide carbonique	0,2210	0,8280	1,2583
Protoxyde d'azote	0,2369	0,8878	1,3503
Gaz olefiant	0,4207	1,5763	1,5530
Oxyde de carbone	0,2884	1,0805	1,0340

Le travail que nous venons d'étudier offre plusieurs causes d'imperfection. La première, qui est inhérente à la méthode même, vient de la difficulté qu'on éprouve à apprécier exactement la chaleur cédée par la conductibilité et la température du gaz entrant dans le calorimètre; mais il est remarquable de voir avec quelle sagacité Delaroche et Bérard ont senti cette difficulté et comment ils y ont paré avec une exactitude qui n'était pas dans les habitudes de cette époque. La deuxième cause d'erreur est plus grave. En employant des vessies pour réservoirs, on avait des gaz saturés d'humidité, et ces vessies étant au contact de l'air, l'endosmose agissait pour mêler cet air avec le gaz intérieur; mais dans les calculs on avait tenu compte de la vapeur d'eau, et l'endosmose n'étant point connue à cette époque, il y aurait de l'injustice à reprocher aux auteurs de ces expériences de n'avoir point prévu ses effets. Le meilleur éloge que l'on puisse faire de ce travail est d'ailleurs de constater l'exactitude des résultats qu'il a donnés, et c'est ce que nous allons avoir l'occasion de faire en étudiant les recherches récentes que M. Regnault vient d'exécuter sur cette matière.

EXPÉRIENCES DE M. REGNAULT. — Ces nouvelles expériences ont été faites par le même procédé que celles de Delaroche et Bérard. L'opération se divise nécessairement en trois parties :

1°. Obtenir un courant de gaz à vitesse constante qu'on puisse mesurer.

2°. Échauffer le gaz dans un bain.

3°. Le refroidir dans un calorimètre.

1°. **COURANT DE GAZ.** — Une pompe déjà décrite et figurée tome I, *Pl. I*, aspirait le gaz à sa sortie des appareils où on le produisait, après qu'il avait été purifié et desséché, et l'amenait par le tube I (*fig.* 384, *Pl. I*) dans un grand réservoir V très-résistant où il s'accumulait. Il y prenait la température *t* d'un bain qui entourait le réservoir, et une pression *h* qui était mesurée par un long manomètre à air libre communiquant au tube *cf*. Quand la provision de ce gaz était jugée suffisante, on le faisait écouler par le tube *h* en ouvrant le robinet R.

Nécessairement la vitesse d'écoulement devait diminuer en même temps que la pression; mais, pour rendre cette vitesse constante, on faisait passer le gaz à travers un petit appareil A dessiné à part *fig.* 385, *Pl. I*. Il arrivait par le tube BB et s'échappait par l'espace laissé libre au-dessous d'une vis CDA pour se rendre dans le tube GG. La vis traversait une boîte à étoupes D et se terminait extérieurement par un tambour divisé EE. On conçoit qu'en relevant à la main cette vis DC à mesure que la pression baissait, on augmentait l'orifice C; que la quantité de gaz lancée dans le tube GG augmentait progressivement et qu'il était possible de compenser la diminution progressive du courant par une augmentation progressive de l'orifice qui lui donnait issue.

Il ne s'agissait plus que de régler cette compensation. Pour cela le gaz s'engageait dans un large conduit *at* (*fig.* 384, *Pl. I*) communiquant avec un manomètre à eau MM' et se terminant par un tube très-étroit *t*; après quoi il continuait sa route dans une série d'appareils BC*we* qui débouchaient dans l'air et dans lesquels il prenait la pression atmosphérique. De cette manière, le conduit ayant un rétrécissement en *t*, le gaz conser-

vait dans l'espace at un excès de pression qui se mesurait par le manomètre MM'. Il suffisait de relever progressivement la vis A pour rendre cet excès de pression constant et pour que l'écoulement devînt uniforme à travers le rétrécissement t, conséquemment à travers tous les appareils qui le suivent. Les choses se passaient absolument comme si le gaz eût été fourni par un réservoir où sa pression eût été constante et égale à celle qu'il possède dans l'espace at et qui est mesurée par le manomètre MM'.

Cela règle la vitesse du courant, mais ne la mesure pas. Afin de pouvoir calculer le poids de gaz dépensé pendant un temps déterminé, on exécuta des expériences préliminaires que nous allons décrire.

Il est clair que le poids total du gaz qui est contenu dans le réservoir V sous une pression h serait proportionnel à cette pression si la loi de Mariotte était exacte et si la capacité de V ne changeait pas avec h. Aucune de ces conditions n'est réalisée absolument; mais chacune d'elles l'est approximativement, et l'on pourra représenter empiriquement le poids P_0 contenu à zéro dans V par la formule empirique suivante :

$$P_0 = Ah + Bh^2 + Ch^3,$$

et le poids P du gaz contenu à t degrés par

$$P = \frac{P_0}{1+at} = \frac{Ah + Bh^2 + Ch^3}{1+at},$$

a étant le coefficient de la dilatation apparente du gaz dans le réservoir.

Pour déterminer les coefficients A, B, C, M. Regnault prenait un des ballons qu'il avait employés à la mesure des densités des gaz, et après y avoir fait le vide et l'avoir équilibré dans une balance avec un second ballon de volume égal, il le mettait en communication avec le réservoir V au moment on la pression du gaz était h. Le ballon se remplissait, la pression diminuait et devenait h', et l'on déterminait avec toutes les précautions que nous avons indiquées le poids π du gaz introduit dans le ballon et sorti du réservoir.

Les poids de gaz P et P' contenus à t degrés dans le réservoir V sous les pressions h et h' avant et après le remplissage

du ballon sont exprimés par

$$P = \frac{Ah + Bh^2 + Ch^3}{1 + at}, \quad P' = \frac{Ah' + Bh'^2 + Ch'^3}{1 + at}.$$

Leur différence est égale au poids π de gaz qui a été recueilli dans le ballon :

$$(1) \qquad \pi = \frac{A(h - h') + B(h^2 - h'^2) + C(h^3 - h'^3)}{1 + at}.$$

On répéta trois fois cette opération, lorsque le réservoir V contenait du gaz à trois pressions initiales h, h_1, h_2 très-différentes entre elles; on obtint trois poids π, π_1, π_2 de gaz enlevé, et la relation précédente fournit trois relations qui permirent de calculer A, B, C.

Une fois ces constantes connues, on pourra calculer par la formule (1) le poids de gaz sorti du réservoir à une température t quand la pression baisse de h à h'.

2°. **ÉCHAUFFEMENT DU GAZ.** — Après avoir traversé le tube t, le gaz pénétrait dans un serpentin BC qui était formé par un tube de 10 mètres de longueur, de 8 millimètres de diamètre, et qui était plongé dans un bain d'huile. Un agitateur DD mis en mouvement par une machine rendait la température uniforme; un thermomètre T la mesurait, et une lampe à alcool placée sous le bain, en F, la maintenait fixe pendant toute l'opération. Comme cette température était souvent élevée au-dessus de 100 degrés, on réduisait par le calcul les indications fournies par le thermomètre T à celles d'un thermomètre à air avec lequel il avait été comparé d'avance.

On se rappelle combien Delaroche et Bérard avaient éprouvé de difficultés pour mesurer la température du gaz avant son entrée dans le calorimètre. Dans les nouveaux appareils que nous décrivons, elle devait être exactement celle du bain d'huile, à cause de la grande longueur et de la ténuité extrême du serpentin. M. Regnault voulut cependant s'en assurer par une expérience directe. A cet effet, laissant les choses établies comme précédemment, il fit souder vers l'extrémité C du serpentin un large tube DE (*fig.* 386, *Pl. I*), dans lequel il mit un thermomètre dont la boule était exposée au courant gazeux

au moment de sa sortie. Il trouva que dans ces expériences préparatoires et il admit que dans les observations définitives le gaz prend exactement la température du bain. Il s'agit maintenant de le diriger dans le calorimètre avec la plus faible perte de chaleur possible.

A cet effet le vase qui contenait l'huile portait un renflement extérieur qui accompagnait et garantissait le conduit C jusqu'à la paroi EE de l'enveloppe. A partir de là (*fig.* 387, *Pl. I*), ce tube C était entouré par un bouchon de liége peu conducteur *mm*, se continuait par un petit tube de verre *p*, et s'engageait dans le calorimètre W. On voit que l'interposition de ce liége et de ce verre diminue la conductibilité autant qu'on peut le faire.

* 3°. **CALORIMÈTRE.** — Le gaz arrive enfin dans une série de boîtes en laiton *w*, *a*, *c*, *d*; et passant successivement de la première à la dernière, il finit par s'échapper dans le tuyau *e*. Pour qu'il parcoure le plus de chemin possible dans ces boîtes, elles sont divisées à l'intérieur par des cloisons en spirale (*fig.* 388, *Pl. I*), de façon que le gaz entrant par *b* tourbillonne autour de la spirale avant de sortir par *a*.

Ces boîtes sont plongées dans le calorimètre PPP (*fig.* 384 et 387, *Pl. I*), qui repose sur trois cales de bois et qui est entouré d'une caisse de sapin XXX destinée à prévenir son refroidissement. Un thermomètre fixe T' indique les variations de la température qu'on lit de loin avec une lunette; enfin un agitateur GG est mis en mouvement au moyen d'un fil KK, et il est dirigé dans ce mouvement par une coulisse H qui glisse sur la règle LL.

La quantité d'eau qu'on mettait dans le calorimètre était mesurée dans un ballon à col étroit jaugé à 4 degrés. Cette eau avait un poids d'autant moindre que sa température était plus élevée au moment où on la mesurait; mais comme sa capacité calorifique augmente avec la température, il y avait sensiblement compensation entre l'augmentation de capacité et la diminution de poids, et l'on pouvait considérer cette quantité d'eau variable comme une masse de capacité calorifique constante.

On s'assura d'avance, en plaçant un thermomètre dans le

tube *e*, que le gaz avait à sa sortie du calorimètre la température exacte de l'eau contenue dans cet appareil.

On voulut aussi savoir si le gaz éprouve des changements notables de tension pendant son trajet de *t* en *e*. S'il en éprouvait dans le serpentin, ils ne pourraient avoir d'autre influence que de changer sa température; mais la chaleur fournie par l'huile la maintient fixe; si au contraire ce gaz se détendait dans le calorimètre, il absorberait de la chaleur et la mesure de la capacité serait inexacte. Pour savoir si cette cause d'erreur existait, on mit deux manomètres à eau en communication avec les tubes *c* et *e*, et dans les cas où la vitesse d'écoulement était la plus grande, on vit que la différence des pressions du gaz à son entrée et à sa sortie atteignait à peine 1 millimètre d'eau. C'était une cause d'erreur absolument insensible.

Ce qu'il faut apprécier surtout, c'est la perte de chaleur que fait le gaz dans son trajet à travers le tube qui joint le serpentin au calorimètre. Il est évident que cette perte se produira toujours, mais qu'elle sera proportionnellement d'autant plus grande que la vitesse de circulation sera moindre. En effet, en faisant des expériences diverses dans lesquelles cette vitesse allait en croissant, on trouva des chaleurs spécifiques d'abord croissantes; mais, à partir d'un certain terme, les vitesses pouvaient croître indéfiniment sans que le résultat variât sensiblement. On en tira cette conclusion, que la perte de chaleur était devenue tout à fait négligeable.

MODE D'EXPÉRIMENTATION. — Nous allons dire maintenant comment on faisait les observations. Après avoir comprimé dans V une provision suffisante de gaz, on échauffait le bain d'huile jusqu'à une température T qu'on maintenait constante en réglant convenablement la lampe; puis on remplissait d'eau le calorimètre, et tout étant ainsi disposé, on commençait les opérations. Elles se divisent en trois phases :

I. On observe pendant dix minutes le réchauffement qu'éprouve le calorimètre sous l'action des causes perturbatrices extérieures; ces causes sont :

1°. Le réchauffement par l'air ambiant. Il est positif ou négatif, et pendant l'unité de temps il est proportionnel à la diffé-

rence des températures $t_0 - \theta_0$ de l'air et du calorimètre. Soit $A(t_0 - \theta_0)$.

2°. Le rayonnement des écrans.

3°. La conductibilité du tube de jonction C.

Ces deux dernières causes sont constantes, car la différence de température entre le bain d'huile et le calorimètre est considérable et sensiblement invariable. En réunissant les deux effets en un seul, on peut représenter par k le réchauffement qu'ils produisent en une minute.

Soit $\Delta\theta_0$ le dixième de la variation de température *observée* pendant les dix minutes, c'est-à-dire le réchauffement que le calorimètre éprouve pendant une minute, on a

$$(1) \qquad \Delta\theta_0 = A(t_0 - \theta_0) + k.$$

t_0 et θ_0 sont les températures moyennes de l'air et du calorimètre pendant la durée de l'observation.

II. A la fin de la dixième minute on lance le gaz dans les appareils Pendant cette deuxième phase, le calorimètre éprouve deux effets : 1° celui du gaz; 2° celui des causes perturbatrices; il faut donc calculer celui-ci et le retrancher du résultat total. Pour cela on observe de minute en minute les températures moyennes $t, t', t'', \ldots$, de l'air et $\theta, \theta', \theta'', \ldots$, du calorimètre; alors les réchauffements perturbateurs sont pendant chaque minute

$$\Delta\theta = A(t - \theta) + k,$$
$$\Delta\theta' = A(t' - \theta') + k,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Quand on juge que l'action a été suffisamment prolongée, on ferme le robinet d'écoulement et l'on continue pendant trois minutes à observer le calorimètre, pour être bien assuré qu'il a absorbé toute la chaleur du gaz. Alors, en faisant la somme de toutes les valeurs de $\Delta\theta$, on a

$$(2) \qquad \Delta\theta + \Delta\theta' + \ldots = A(t + t' + t'' \ldots - \theta - \theta' - \theta'') + nk = r.$$

C'est le réchauffement total que les actions perturbatrices ont fait subir au calorimètre pendant les n minutes qu'a duré l'observation. Désignons-le par r. Il faudra le retrancher de la température finale observée θ_n pour avoir celle que le calorimètre aurait prise s'il n'avait reçu que la chaleur cédée par le gaz.

III. Le gaz cessant d'arriver dans l'appareil, le calorimètre recommence à n'être plus soumis qu'aux actions perturbatrices, et les variations de température qu'il éprouve ne sont dues qu'à cette cause. Alors on continue à les observer pendant dix minutes. Si l'on désigne par t_1 et θ_1 les températures moyennes de l'air et du calorimètre pendant ce temps et par $\Delta\theta_1$ le dixième du réchauffement *observé*, on a

$$(2) \qquad \Delta\theta_1 = \mathrm{A}\,(t_1 - \theta_1) + k.$$

Les équations (1) et (2) permettent maintenant de déterminer A et k, et ces constantes étant connues, on les substituera dans l'équation (α), ce qui permettra de calculer r.

Enfin on trouvera la chaleur spécifique du gaz par l'équation connue

$$\mathrm{P}x\left[\mathrm{T} - \left(\frac{\theta + \theta_n}{2}\right)\right] = p\,[(\theta_n - r) - \theta].$$

P et p sont le poids du gaz écoulé et celui du calorimètre évalué en eau, T est la température du bain d'huile, θ celle du calorimètre au commencement de la seconde période, et $\theta_n - r$ la température finale corrigée des actions perturbatrices.

Ce procédé général fut souvent modifié dans les détails, par suite des circonstances particulières offertes par les divers gaz. Quand ils attaquaient le cuivre, le serpentin était en platine, ainsi que le calorimètre, qui avait alors la forme représentée *fig.* 389, *Pl. I.* Enfin, quand il n'était pas possible d'obtenir une distillation régulière, on était réduit à employer un mode de calcul plus compliqué que nous n'indiquerons pas.

Pour opérer à des pressions plus grandes que celles de l'atmosphère, il suffisait de supprimer t, de terminer le tube e par un étranglement et de remplacer le manomètre à eau MM' par un manomètre à mercure. Le gaz se détendait en passant sous la vis A, mais conservait dans toutes les parties de l'appareil une pression intermédiaire entre celle qu'il avait dans V et celle de l'atmosphère; on la mesurait par le manomètre MM'.

CAPACITÉ DES VAPEURS. — C'est par des méthodes analogues que M. Regnault a mesuré la chaleur spécifique des vapeurs. Ici la question était encore plus complexe.

On faisait arriver la vapeur dans le bain d'huile où on la surchauffait jusqu'à T, à 10 ou 15 degrés au-dessus de la température d'ébullition du liquide. Elle passait ensuite dans le calorimètre où elle perdait, 1° la chaleur qui est nécessaire pour l'élever depuis le point d'ébullition τ jusqu'à T; 2° sa chaleur latente λ; 3° la chaleur nécessaire pour l'élever à l'état liquide depuis la température finale θ_n du calorimètre jusqu'à τ. C'est cette somme de pertes que l'on mesurait, et en y ajoutant la chaleur nécessaire pour élever le liquide depuis zéro jusqu'à θ_n et qui peut se calculer si l'on connaît la chaleur spécifique de ce liquide, on avait le total Q des chaleurs absorbées par le corps quand il passe de l'état liquide à zéro à l'état de vapeur à T degrés. On recommençait ensuite l'expérience, mais en portant la vapeur à une température T' très-supérieure au point d'ébullition; on obtenait de même la chaleur Q' correspondante, et la différence entre Q' et Q divisée par T' — T donnait la chaleur spécifique moyenne entre T' et T.

On conçoit que dans ces expériences la chaleur abandonnée par la vapeur de T' à T degrés est très-petite, tandis que la chaleur latente est très-considérable. Q' et Q sont donc deux quantités très-grandes, presque égales entre elles; et, par suite, toutes les erreurs des mesures peuvent affecter d'une inexactitude notable leur différence, qui est la seule quantité que l'on veuille conclure.

Voici les résultats numériques trouvés par M. Regnault :

Chaleurs spécifiques des gaz rapportées à l'eau.

GAZ SIMPLES.

Air	0,23741	Azote	0,24380
Oxygène	0,21751	Chlore	0,12099
Hydrogène	3,4090	Brome	0,05552

GAZ COMPOSÉS.

Acide carbonique	0,20246	Hydrogène bicarboné	0,4040
Oxyde de carbone	0,24500	Acide sulfureux	0,15531
Protoxyde d'azote	0,3447	Acide chlorhydrique	0,1852
Bioxyde d'azote	0,23173	Hydrogène sulfuré	0,24318
Hydrogène protocarboné	0,59295	Ammoniac	0,50836

VAPEURS.

Éther chlorhydrique....	0,27376	Éther sulfhydrique......	0,40081
Éther sulfurique........	0,47966	Éther acétique.........	0,40082
Alcool...............	0,45341	Acétone..............	0,41246
Sulfure de carbone.....	0,15696	Liqueur des Hollandais..	0,22931
Benzine..............	0,3754	Chloroforme..........	0,15666
Essence de térébenthine.	0,5061	Chlorure de silicium....	0,1322
Esprit-de-bois.........	0,45802	Protochl. de phosphore..	0,13473
		Chlorure d'arsenic......	0,11224
		Bichlorure d'étain......	0,09388

CINQUANTE-DEUXIÈME LEÇON.

DES LOIS QUE SUIVENT LES CHALEURS SPÉCIFIQUES.

Influence de la densité. — Influence des températures. — Loi empirique des chaleurs absorbées. — Influence de l'état physique. — Capacités atomiques des corps. — Loi do Dulong et Petit. — Loi de Newmann.

Après avoir décrit, comme nous venons de le faire, les méthodes que l'on suit pour trouver les capacités calorifiques, nous allons discuter dans cette leçon les résultats que l'on a obtenus.

Le premier point que nous examinerons sera de chercher si la chaleur spécifique d'un corps est une quantité absolument invariable ou seulement une donnée relative aux conditions spéciales dans lesquelles se trouve la substance au moment de l'observation. Nous commencerons par étudier l'influence des changements de densité.

INFLUENCE DES CHANGEMENTS DE DENSITÉ. — Il n'y a point à s'occuper de cette question pour les liquides, puisque leur densité est sensiblement invariable; mais il faut l'étudier pour les solides pris à divers états d'agrégation et pour les gaz considérés sous des pressions différentes.

SOLIDES. — En général, la chaleur spécifique des solides diminue quand leur densité augmente; mais les variations qu'elle éprouve sont le plus souvent négligeables. Par exemple, elle demeure la même pour l'acier et le métal des cymbales ductiles ou écrouis, pour le plomb et l'étain comprimés ou non au balancier, pour les larmes bataviques trempées ou recuites et même pour le sélénium vitreux et amorphe. Le carbonate de chaux a pour chaleur spécifique 0,2085 à l'état d'arragonite ou de spath, 0,2148 à l'état de craie et 0,2158 à l'état de marbre. Mais, à côté de ces exemples, où la capacité calori-

fique varie peu, il en est d'autres où elle change beaucoup. Elle est 0,9501 pour le cuivre recuit et 0,9360 pour le cuivre écroui; enfin il y a quelques corps exceptionnels qui peuvent affecter plusieurs états physiques et avoir autant de chaleurs spécifiques différentes que d'états distincts. C'est ce que nous montre le tableau suivant qui résulte des expériences de M. Regnault :

Soufre naturel cristallisé.	0,1776	Charbon de bois.......	0,24150
Soufre fondu depuis 2 ans.	0,1764	Coke de houille........	0,20085
Soufre fondu depuis 2 mois	0,1803	Graphite..............	0,20187
Soufre fondu récemment.	0,1844	Charbon des cornues....	0,20360
Noir animal...........	0,26085	Diamant...............	0,14687

GAZ ET VAPEURS. — Delaroche et Bérard avaient cru que la chaleur spécifique des gaz varie avec leur pression; le travail de M. Regnault démontre au contraire qu'elle en est indépendante. Les nombres qui suivent résultent de deux séries d'expériences distinctes dans lesquelles on ne s'est point attaché à faire disparaître les causes d'erreur, mais seulement à les rendre constantes; c'est ce qui explique pourquoi ils diffèrent de ceux que nous avons rapportés plus haut :

AIR.

Pression.	Capacité.	Pression.	Capacité.
De 5674^{mm} à 4019^{mm}	0,22546	3000^{mm}	0,23236
760	0,22616	760	0,23201

Comme l'air obéit très-sensiblement à la loi de Mariotte, la constance de sa chaleur spécifique pouvait être une exception; mais M. Regnault a constaté qu'il en était de même pour l'hydrogène et pour l'acide carbonique. Il est donc démontré que la chaleur absorbée par un poids donné de gaz pour s'élever d'un même nombre de degrés est absolument indépendante de sa pression.

INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE. — Nous avons précédemment admis, en nous fondant sur une expérience approximative (page 339), que la quantité de chaleur Q absorbée par l'unité de poids d'un corps qui s'échauffe de 0 à t degrés, peut s'exprimer par $Q = Ct$. C'est en s'appuyant sur cette loi que l'on a déterminé la chaleur spécifique C d'une substance quelconque :

on a mesuré la chaleur $Q'-Q$ que l'unité de poids abandonne en passant de t' à t, et l'on a calculé C par la formule

$$C=\frac{Q'-Q}{t'-t}.$$

Il faut maintenant chercher si cette loi de proportionnalité est exacte. Pour cela il suffira de déterminer les valeurs de C pour un même corps entre des limites de température différentes et de voir si elles sont constantes ou si elles changent avec t et t'. C'est ce qu'ont fait beaucoup d'observateurs. Ils ont trouvé qu'en général la capacité calorifique augmente quand la limite supérieure des températures s'élève, et que la quantité de chaleur Q suit une loi de progression plus rapide que la formule $Q=Ct$. Comme exemples, nous citons dans les tableaux suivants, d'abord les mesures faites par Dulong et Petit, 1° entre 0 et 100 degrés, 2° entre 0 et 300 degrés; ensuite les résultats obtenus par M. Regnault sur divers liquides, par la méthode du refroidissement.

Solides, d'après Dulong et Petit.

	Chaleurs spécifiques	
	de 0 à 100°.	de 0 à 300°.
Fer	0,1088	0,1218
Mercure	0,0330	0,0350
Zinc	0,0927	0,1015
Antimoine	0,0507	0,0549
Argent	0,0557	0,0611
Cuivre	0,0949	0,1013
Verre	0,177	0,1900

Liquides, d'après M. Regnault.

	Chaleurs spécifiques		
	de 20° à 15°.	de 15° à 10°.	de 10° à 5°.
Mercure	0,029	0,0283	0,0282
Sulfure de carbone.	0,2206	0,2183	0,2179
Éther	0,5157	0,5158	0,5207
Alcool	0,6148	0,6017	0,5957
Esprit-de-bois	0,6009	0,5863	0,5901

Plus récemment M. Regnault a étudié cette même question pour les gaz. Il les faisait arriver dans le calorimètre après les avoir refroidis ou réchauffés dans un serpentin entouré soit d'un mélange réfrigérant, soit d'un bain d'huile. Il a obtenu les nombres suivants :

AIR.		ACIDE CARBONIQUE.	
Température	Chaleur spécifique.	Température.	Chaleur spécifique.
De -30° à $+10^\circ$	0,23771	De -30° à $+10^\circ$	0,18427
De 0 à +100	0,23741	De 10 à +100	0,20246
De 0 à +200	0,23751	De 10 à +210	0,21692

On voit que la chaleur spécifique de l'air est constante, mais que celle de l'acide carbonique croît avec la température. Il est probable que tous les gaz qui suivent la loi de Mariotte se comporteraient comme l'air, que tous ceux qui possèdent une compressibilité plus grande se conduiraient comme l'acide carbonique et qu'ils auraient des chaleurs spécifiques de plus en plus faibles à mesure qu'ils s'approcheraient de leur point de condensation. Or, comme les vapeurs sur lesquelles a opéré M. Regnault n'étaient pas très-éloignées de ce terme de liquéfaction, on peut admettre que les nombres qu'il a trouvés sont plus petits que ceux qu'on obtiendrait si l'on mesurait la capacité des mêmes substances à des températures plus hautes.

Il résulte de là que les gaz qui suivent la loi de Mariotte sont des corps éminemment propres à la mesure des températures, puisqu'ils absorbent des quantités de chaleur indépendantes de leur pression et proportionnelles aux températures mesurées par le thermomètre à air, c'est-à-dire proportionnelles à leur dilatation.

Mais ces gaz sont les seuls corps qui offrent cette propriété. Toutes les autres substances solides ou liquides, ou tous les fluides élastiques qui se compriment plus que l'air possèdent des capacités calorifiques qui croissent en même temps que leur température s'élève et qui ne sont même pas proportionnelles à leur dilatation. Il en résulte nécessairement que nous ne pouvons pas représenter la chaleur qu'ils absorbent sous l'unité de poids par la formule $Q = Ct$.

LOI EMPIRIQUE DES CHALEURS ABSORBÉES. — La loi théorique

que suit la valeur de Q est absolument inconnue; mais on peut toujours adopter pour l'exprimer empiriquement une relation

$$(1) \qquad Q = At + Bt^2 + Ct^3.$$

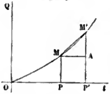
Cette équation donnera, si on porte le corps de t à t' degrés,

$$(2) \qquad \frac{Q'-Q}{t'-t} = A + \frac{1}{t'-t}\left[B(t'^2-t^2) + C(t'^3-t^3)\right].$$

La quantité $\frac{Q'-Q}{t'-t}$ représentera, non pas une constante spécifique invariable, mais ce que nous nommerons *la chaleur spécifique moyenne* relative à deux limites déterminées t' et t.

En prenant les températures pour abscisses, on peut figurer les valeurs de Q par les ordonnées d'une ligne (*fig.* 390), qui sera convexe par rapport à l'axe des t; et si l'on considère deux points M′ et M correspondant aux températures t' et t, la tangente de l'angle M′MA représentera la chaleur spécifique moyenne $\frac{Q'-Q}{t'-t}$. On voit qu'elle varie avec la différence $t'-t$ des deux températures limites et avec les valeurs absolues de chacune d'elles.

Fig. 390.



Si l'on suppose que le point M′ se rapproche indéfiniment de M, la sécante MM′ finit par se confondre avec la tangente au point M, et $\frac{Q'-Q}{t'-t}$ converge vers la limite $\frac{dQ}{dt}$. Cette limite, que nous nommerons la *chaleur spécifique élémentaire à t degrés*, exprime la chaleur qu'absorbe l'unité de poids du corps pour passer de t à $t+1$ degrés si l'on suppose, ce qui est sensiblement vrai, que pour cette variation de température la courbe se confond avec sa tangente :

$$\frac{dQ}{dt} = A + 2Bt + 3Ct^2.$$

On sera donc obligé de faire pour chaque substance trois mesures calorimétriques: on déterminera les quantités de chaleur $Q'-Q$, $Q''-Q$, $Q'''-Q$, pour trois variations de température $t'-t$, $t''-t$, $t'''-t$, et la relation (2) fournira trois équations qui permettront de calculer A, B, C. On doit toute-

fois faire observer encore qu'après avoir trouvé ces coefficients et les avoir remplacés dans l'équation (1), elle n'exprimera les valeurs de Q qu'entre les limites de température t et t'''.

M. Regnault fit ces mesures pour un grand nombre de corps liquides. Celui qu'il importait le plus d'étudier, l'eau, fut l'objet d'expériences spéciales. Sans les décrire complétement, je dirai que l'eau était contenue dans une chaudière de capacité égale à 300 litres environ dans laquelle on exerçait une pression inférieure ou supérieure à celle de l'atmosphère en la mettant en communication avec un réservoir rempli d'air dilaté ou comprimé. On put ainsi faire bouillir cette eau à des températures constantes, ou très-faibles ou très-élevées. Au moment de l'observation, on en faisait passer un poids déterminé dans un calorimètre dont on mesurait le réchauffement. Les expériences furent continuées jusqu'à une température de 230 degrés, et l'on trouva, pour exprimer la chaleur absorbée depuis zéro jusqu'à t, la formule

$$Q = t + 0,00002\,t^2 + 0,0000009\,t^3.$$

Conséquemment la chaleur spécifique élémentaire est

$$\frac{dQ}{dt} = 1 + 0,00004\,t + 0,0000027\,t^2.$$

Ces deux formules donnent les valeurs suivantes à diverses températures.

Chaleur spécifique de l'eau.

Thermomètre à air. t	Q	$\frac{dQ}{dt}$
0°	0,000	1,0000
20	20,010	1,0012
40	40,051	1,0030
60	60,137	1,0056
80	80,282	1,0089
100	100,500	1,0130
120	120,806	1,0177
140	141,215	1,0232
160	161,741	1,0294
180	182,398	1,0364
200	203,200	1,0444
230	234,708	1,0568

Enfin M. Regnault a tout récemment opéré sur un grand nombre de liquides avec l'appareil dessiné *fig.* 381, *Pl. I*. Il faisait trois mesures de $Q' - Q$: 1° entre une température très-basse t_1 et la température ambiante θ; 2° entre θ et le point t_2 d'ébullition du liquide; 3° entre θ et une température t_3 sensiblement moyenne entre θ et t_2. Les résultats suivants montrent que la chaleur spécifique élémentaire croît avec une grande rapidité quand la température s'élève.

Chaleur spécifique des liquides.

TEMPÉRATURE.	ESSENCE DE TÉRÉBENTHINE.	ALCOOL.	SULFURE DE CARBONE.	ÉTHER.	CHLOROFORME.
	$\log A = \bar{1},6133977$	$\log A = \bar{1},7384166$	$\log A = \bar{1},3714961$	$\log A = \bar{1},7234538$	$\log A = \bar{1},3661435$
	$\log B = \bar{4},7919279$	$\log B = \bar{3},0499296$	$\log B = \bar{5},9112397$	$\log B = \bar{4},4711026$	$\log B = \bar{5},7051430$
	$\log C = \bar{6},1229947$	$\log C = \bar{6},3436027$	»	»	»
	$\frac{dQ}{dt}$	$\frac{dQ}{dt}$	$\frac{dQ}{dt}$	$\frac{dQ}{dt}$	$\frac{dQ}{dt}$
− 30	»	»	0,23034	0,51126	0,22931
− 20	0,38421	0,505315	»	»	»
0	0,41058	0,547541	0,23523	0,52901	0,23235
+ 20	0,43376	0,595062	»	»	»
+ 30	»	»	0,24012	0,54676	0,23539
+ 60	0,47056	0,705987	»	»	0,23843
+ 80	0,484187	0,769381	»	»	»
+120	0,501877	»	»	»	»
+160	0,506823	»	»	»	»

	LOG A.	LOG B.
Éther iodhydrique	$\bar{1},2085549$	$\bar{5},9164183$
Éther cyanhydrique	$\bar{1},7063600$	$\bar{3},1032095$
Éther acétique	$\bar{1},7221498$	$\bar{4},7186791$
Liqueur des Hollandais	$\bar{1},4656676$	$\bar{4},3420165$
Chlorure de carbone	$\bar{1},2966106$	$\bar{5},9570618$
Pétrolène	$\bar{1},6203828$	$\bar{4},6529106$
Acétone	$\bar{1},7045201$	$\bar{4},5982214$

Jusqu'à présent les solides n'ont point été l'objet d'expériences aussi complètes. Mais les mesures prises par Dulong et Petit (page 374) suffisent pour montrer que ces corps se comportent comme les liquides. A mesure que l'on approche du terme de la liquéfaction, l'accroissement de la capacité s'exagère rapidement et la courbe des chaleurs absorbées dedevient plus convexe, comme on le verra par les exemples suivants :

		Chaleur spécifique moy.
Plomb......	De — 77°,35 à + 10°	0,03065
	De + 10,00 à +100	0,0313
Phosphore...	De — 77,55 à + 10	0,1740
	De — 21,00 à + 10	0,1788
	De + 10,00 à + 30	0,1887

Inversement, quand on considère les solides à des températures de plus en plus basses, leur chaleur spécifique moyenne décroît et converge vers une valeur constante : on verra bientôt toute l'importance de ce résultat.

INFLUENCE DE L'ÉTAT PHYSIQUE. — Il nous reste enfin à rechercher si la capacité calorifique des corps change quand ils passent de l'état solide à l'état liquide ou à l'état gazeux. Cela est à priori très-vraisemblable, puisqu'ils ne peuvent affecter ces trois états qu'en prenant des densités, des constitutions moléculaires et des températures très-différentes. En général, la chaleur spécifique à l'état solide est beaucoup plus faible qu'à l'état liquide, et quand le corps devient gazeux, il reprend sensiblement la capacité qu'il avait à l'état solide. Voici un tableau qui justifie cette conclusion :

	Chaleur spécifique moyenne à l'état		
	solide.	liquide.	gazeux.
Brome	0,08432	0,11094	0,05518
Eau	0,474	1,000	0,475
	0,504	»	»
Mercure	0,3136	0,3332	»
Phosphore	0,1740	0,2006	»
	0,1887	0,2045	»
Étain	0,05623	0,0637	»
Bismuth	0,0308	0,0363	»
Plomb	0,0314	0,0402	»
Azotate de soude	0,2782	0,413	»
Azotate de potasse	0,23875	0,3318	»

Cette discussion peut se résumer par les énoncés suivants :

1°. La chaleur spécifique des solides varie avec leur état moléculaire ; elle est sensiblement constante entre des températures éloignées du point de fusion; elle devient croissante quand ils approchent de ce point.

2°. La chaleur spécifique des liquides est notablement croissante avec la température dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique.

3°. La capacité des gaz est indépendante de leur pression; elle reste constante quand leur température croît s'ils suivent la loi de Mariotte; elle est variable lorsqu'ils s'en écartent.

4°. A l'état liquide les corps ont une capacité calorifique plus grande qu'à l'état de gaz et de solide.

LOIS DES CAPACITÉS ATOMIQUES.

Puisque les capacités calorifiques changent et que la composition chimique ne varie pas avec l'état physique des corps, il peut paraître superflu de chercher s'il existe une loi de relation entre ces capacités et le poids des atomes; c'est cependant ce que nous allons faire, mais avec cette restriction essentielle de considérer les substances dans l'état où elles possèdent les chaleurs spécifiques les moins variables possible; or ce n'est point quand elles sont liquides, ni quand, étant solides ou gazeuses, elles s'approchent de leur terme de fusion ou de

liquéfaction. Nous les considérerons à l'état solide aux températures les plus basses possible, ou à l'état gazeux et aux températures les plus élevées. Nous commencerons par le premier cas.

LOI DE DULONG ET PETIT. — Dulong et Petit ont énoncé la loi suivante : *Le produit* AC *de la chaleur spécifique* C *par l'équivalent chimique* A *d'un corps simple quelconque est un nombre constant.*

Les équivalents des corps simples représentant le poids d'un nombre égal d'atomes de ces corps, le produit de l'équivalent par la chaleur spécifique exprime *la chaleur spécifique atomique*, c'est-à-dire la chaleur nécessaire pour échauffer de 1 degré un même nombre d'atomes de tous les corps simples. La loi précédente peut donc se traduire par l'énoncé suivant qui en fait comprendre toute l'importance : *Il faut une même quantité de chaleur pour échauffer également un atome de tous les corps simples.*

Les expériences de Dulong et Petit étaient trop peu nombreuses pour démontrer cette loi ; celles de M. Regnault, qui furent exécutées sur une échelle beaucoup plus étendue, ont fait voir qu'elle s'applique à tous les corps simples. Voici les résultats :

	C	AC
Potassium	0,16956	41,642
Fer	0,11379	38,597
Zinc	0,09555	38,526
Cuivre	0,09515	37,849
Cadmium	0,05669	39,502
Osmium	0,03063	38,109
Argent	0,05701	38,527
Arsenic	0,08140	38,201
Plomb	0,03140	40,647
Antimoine	0,05077	40,944
Étain	0,05623	41,345
Nickel	0,10863	40,160
Urane	0,06190	41,960
Cobalt	0,10694	39,468
Mercure liquide	0,03332	42,149

	C	AC
Platine	0,03243	39,993
Palladium	0,05927	39,468
Iridium impur.?	2,3683	45,428
Or	0,03244	40,328
Soufre	0,020259	40,754
Sélénium	0,0837	41,403
Tellure	0,05155	41,549
Iode	0,05412	42,703
Brome solide	0,00432	42,2
Phosphore	8,1887	37,024
Charbon	0,02411	36,87

On voit par ce tableau que les produits du poids atomique par l'équivalent de tous les corps simples sont compris entre 37 et 42, et bien qu'ils ne soient pas identiques, ils sont néanmoins assez rapprochés les uns des autres pour qu'on doive admettre comme exacte la loi que nous avons énoncée. On concevra aisément que l'on ne pouvait espérer un accord plus satisfaisant, si d'une part on considère qu'il est difficile de préparer des corps purs, et si l'on se rappelle d'un autre côté que la chaleur spécifique moyenne des substances change avec leur état moléculaire et avec les limites de température entre lesquelles on la détermine. Pour qu'une relation mathématiquement exacte pût être constatée entre les équivalents qui sont immuables et les capacités qui sont soumises à des causes de variation si nombreuses, il faudrait évidemment qu'on pût amener toutes les substances à un état physique identique; mais cela est absolument impossible. On approche de cet état en les prenant solides et assez loin de leur point de fusion pour que les capacités moyennes soient à peu près constantes; mais on n'évite point les perturbations qui viennent de l'état moléculaire. Par exemple, le soufre ne satisfait à la loi précédente que lorsqu'il a été récemment fondu, et le charbon que s'il est à l'état de noir de fumée, tel qu'il se précipite de ses combinaisons.

Outre cela, la loi n'est satisfaite que si l'on prend pour quelques corps un multiple ou un sous-multiple des équivalents adoptés par les chimistes. Il faut doubler celui du carbone,

prendre la moitié de ceux du brome, de l'iode, de l'arsenic et du phosphore. Cela ne présente aucune difficulté au point de vue chimique. Mais il faut aussi diviser par 2 les poids atomiques du potassium, du sodium et de l'argent, ce qui est plus difficile à admettre. De cette façon les oxydes de ces métaux devraient être exprimés par K^2O, Na^2O, Ag^2O. On peut justifier cette modification en remarquant que la potasse et la soude ne peuvent remplacer dans les combinaisons les oxydes de la formule RO, ce qui prouve qu'elles ne leur sont point isomorphes. D'autre part, le sulfure d'argent est isomorphe au protosulfure de cuivre Cu^2S et doit être représenté par Ag^2S. Avec ces modifications de l'équivalent adopté, la loi de Dulong et Petit est générale et doit être admise, en attribuant les divergences aux perturbations qui affectent les chaleurs spécifiques.

LOI DE NEWMANN. — En étudiant des sulfates SO^3RO, M. Newmann trouva que les produits des chaleurs spécifiques par les équivalents de ces composés demeurent constants quand on remplace une base par une autre. Il montra de même que la chaleur atomique est constante pour les carbonates CO^2RO; mais qu'elle a des valeurs différentes pour les sels formés avec des acides différents. Cette étude fut reprise et cette loi fut généralisée par M. Regnault.

Il examina d'abord des alliages métalliques formés directement en proportions atomiques. Si nous désignons par A, A', A'',... les équivalents des métaux qui constituent l'alliage considéré, par n, n', n'',... les nombres de ces équivalents combinés, $nA + n'A' + n''A'' + \ldots$ sera la formule chimique du composé, et $\dfrac{nA + n'A' + n''A'' + \ldots}{n + n' + n'' + \ldots}$ sera ce que nous nommerons son équivalent moyen. M. Regnault trouva que le produit de cet équivalent moyen par la chaleur spécifique est approximativement égal à 40 comme pour les corps simples. Toutefois cette loi ne se justifie que si les alliages observés sont loin de leur point de fusion; elle ne se maintient pas quand ils commencent à se ramollir entre les températures où on les porte pour déterminer leurs capacités. Cela était évident, puisqu'en éprouvant une fusion partielle, ils absorbent de la chaleur latente.

Alliages.

	C	AC
$PbSn$	0,04073	41,34
$PbSn^2$	0,04506	41,53
$PbSb$	0,03880	40,76
$PbSn^2$	0,04504	42,05
$BiSn^2Sb$	0,04621	41,67
$BiSn^2SbZn^2$	0,05657	41,61

M. Regnault examina ensuite des substances très-diverses classées en groupes de même formule chimique; par exemple des oxydes, des sulfures, des chlorures, des bromures ou des iodures et enfin des sels. Avant de discuter les résultats, nous allons les résumer dans les tableaux suivants :

Capacités atomiques des corps composés.

SUBSTANCES.	CHALEUR spécifique. C	POIDS atomique. A	PRODUIT AC
OXYDES, RO.			
Protoxyde de plomb fondu	0,05089	1394,5	70,94
Oxyde de mercure	0,05179	1365,8	70,72
Protoxyde de manganèse	0,15701	445,9	70,01
Oxyde de cuivre	0,14201	495,7	70,39
Oxyde de nickel	0,15885	469,6	74,60
Magnésie	0,24394	258,4	63,03
Oxyde de zinc	0,12480	503,2	62,77
		Moyenne	72,03
SULFURES, RS.			
Protosulfure de fer	0,13570	540,4	73,33
Sulfure de nickel	0,12813	570,8	73,15
Sulfure de cobalt	0,12512	570,0	71,34
Sulfure de zinc	0,12303	604,4	74,35
Sulfure de plomb	0,5086	1495,6	76,00
Sulfure de mercure	0,5117	1467,0	75,06
Sulfure d'étain	0,8365	936,5	78,24
		Moyenne	74,51

SUBSTANCES.	CHALEUR spécifique C	POIDS atomique. A	PRODUIT. AC
OXYDES, R^2O^3.			
Fer oligiste	0,16695	978,4	163,35
Colcothar calciné	0,16814	978,4	164,44
Acide arsénieux	0,12786	1240,1	158,56
Oxyde de chrome	0,17960	1003,6	180,01
Oxyde de bismuth	0,06053	2960,7	179,22
Oxyde d'antimoine	0,09009	1912,9	172,34
		Moyenne	169,73
SULFURES, R^2S^3.			
Sulfure d'antimoine	0,08403	2216,4	186,21
Sulfure de bismuth	0,06002	3264,2	195,90
		Moyenne	191,06
OXYDES, RO^2.			
Acide stannique	0,09326	935,3	87,23
Acide titanique	0,17164	503,7	86,45
Acide titanique (rutile)	0,17032	503,7	85,79
		Moyenne	86,49
SULFURES, RS^2.			
Pyrite	0,13009	741,6	96,45
R sulfure d'étain	0,11932	1137,7	135,66
Sulfure de molybdène	0,12334	1001,0	123,46
		Moyenne	129,56
CHLORURES, R^2Cl^2.			
Chlorure de sodium	0,21401	733,5	156,97
Chlorure de potassium	0,17295	932,5	161,19
Chlorure de mercure	0,05205	2974,2	154,80
Chlorure de mercure	0,13827	1234,0	156,83
Chlorure d'argent	0,09109	1794,2	163,42
		Moyenne	158,64

SUBSTANCES.	CHALEUR spécifique C	POIDS atomique. A	PRODUIT. AC
BROMURES, R^2Br^2.			
Bromure de potassium	0,08191	268,2	164,38
Bromure d'argent	0,07391	2330,0	173,31
Bromure de sodium	0,13842	1269,2	175,65
Moyenne			172,70
IODURES, R^2I^2.			
Iodure de potassium	0,08191	2068,2	169,38
Iodure de sodium	0,08684	1869,2	162,30
Iodure de mercure	0,03949	4109,3	162,34
Iodure d'argent	0,06159	2929,9	180,45
Iodure de cuivre	0,06869	2369,7	162,81
Moyenne			167,45
CHLORURES, RCl^2.			
Chlorure de barium	0,08957	1299,5	116,44
Chlorure de strontium	0,11990	989,9	118,70
Chlorure de calcium	0,16420	698,6	114,72
Chlorure de magnésium	0,19460	601,0	118,54
Chlorure de plomb	0,06641	1737,1	115,35
Moyenne			117,03
BROMURES, RBr^2.			
Bromure de plomb	0,05326	2272,8	121,00
Moyenne			121,00
IODURES, RI^2.			
Iodure de plomb	0,04267	2872,8	122,54
Iodure de mercure	0,04197	2844,1	119,36
Moyenne			120,95

SELS.	C	AC
$Az^2O^5K^2O$	0,23875	302,49
$Az^2O^5Na^2O$	0,27821	297,13
$Az^2O^5Ag^2O$	0,14352	305,55
SO^3K^2O	0,19010	207,40
SO^3Na^2O	0,23115	206,21
SO^3BaO	0,011285	164,54
SO^3SrO	0,14279	164,01
SO^3PbO	0,08723	165,39
SO^3CaO	0,19656	168,49
SO^3MgO	0,22159	168,30
$P^2O^5 2K^2O$	0,19102	395,79
$P^2O^5 2Na^2O$	0,22833	382,22
CO^2CaO	0,20858	131,61
CO^2BaO	0,11038	135,99
CO^2SrO	0,14483	133,58

Si l'on considère en particulier chacun des groupes de corps contenus dans ces tableaux, on trouve que *pour tous les composés binaires de même formule constitués par le même métalloïde uni à des métaux différents, ou pour tous les sels qui ne diffèrent que par le métal, le produit de l'équivalent total par la capacité calorifique est constant.* Mais le produit de l'équivalent moyen par cette même capacité n'est plus égal à 40, comme cela avait lieu pour les corps simples ou pour les alliages.

En second lieu, si l'on compare les composés binaires de même formule, par exemple les oxydes et les sulfures RO et RS, R^2O^3 et R^2S^3, RO^2 et RS^2, ou bien les chlorures, bromures et iodures de même composition, on voit que les pro-

duits correspondants, bien que différents entre eux ne sont point très-éloignés les uns des autres. On trouve en résumé :

RO.....	72,03	R^2O^3.....	169,73	RO^2...	86,49
RS.....	74,51	R^2S^3.....	191,06	RS^2....	129,56

R^2Cl^2...	158,64	RCl^2.....	117,03
R^2Br^2...	172,70	RBr^2....	121,00
R^2I^2....	167,45	RI^2......	120,95

On peut conséquemment admettre que, *pour tous les composés de même formule et de constitution chimique semblable, le produit de l'équivalent total par la chaleur spécifique est le même.* Cette loi, qui comprend la précédente, est évidemment moins exacte.

RELATION ENTRE LES CHALEURS ATOMIQUES DU COMPOSÉ ET DE SES ÉLÉMENTS. — M. Wœstyn a fait une hypothèse très-simple pour déduire la chaleur spécifique d'un composé de celle de ses éléments; elle consiste à admettre que les corps simples exigent la même quantité de chaleur pour s'échauffer également, soit quand ils sont libres, soit quand ils sont engagés dans une combinaison quelconque.

Si nous désignons par $A, a, a', a'', \ldots$ les équivalents d'un composé et de ses éléments, et par $m, m', m'', \ldots$ les nombres d'atomes élémentaires qui entrent dans la combinaison, la formule chimique sera

$$A = ma + m'a' + m''a'' + \ldots,$$

et si l'hypothèse de M. Wœstyn est fondée, on devra avoir, en désignant par C, c, c', c'' les chaleurs spécifiques du composé et de ses éléments,

$$AC = mac + m'a'c' + m''a''c'' + \ldots.$$

Cette relation est en effet justifiée par les expériences de M. Regnault. Elle l'est d'abord pour les alliages, car chacun des métaux qui les composent ayant des chaleurs atomiques $ac, a'c', a''c'', \ldots$, sensiblement égales entre elles et à 40, la formule devient

$$\frac{AC}{m + m' + m'' + \ldots} = 40.$$

Ce qui est précisément la loi énoncée par M. Regnault. En second lieu M. Wœstyn trouve une autre vérification de son hypothèse en calculant la capacité atomique des sulfures, des bromures et des iodures; le résultat de ce calcul est conforme à l'expérience.

Ainsi justifiée, l'hypothèse précédente permet de calculer la capacité atomique d'un corps simple quand elle n'est pas connue, par exemple celle de l'oxygène. Il suffit de considérer une combinaison $R^m O^n$ de cet oxygène et de mesurer les capacités C du composé et c_1 du radical R. En désignant par x celle de l'oxygène, on a

$$(R^m O^n)\,C = m R c_1 + n O x,$$

et l'on peut calculer Ox. C'est de cette manière que l'on a déduit les capacités atomiques de l'oxygène et du chlore dans les tableaux suivants :

OXYGÈNE		CHLORE.	
COMPOSÉ.	PRODUIT Ox.	COMPOSÉ.	PRODUIT $Cl y$
PbO	30,293	$AgCl^2$	43,188
HgO	27,661	Cu^2Cl^2	40,566
F^2O^3	28,71	Sn^2Cl^2	39,122
Sb^2O^3	30,15	$ZnCl^2$	38,342
Pb^2O^3	28,90	$HgCl^2$	37,765
Bi^2O^3	29,72	$PbCl^2$	37,351
Sb^2O^3	30,15	Sn^2Cl^2	39,012
$2FeO\,Fe^2O^3$	30,52		

Il est remarquable de voir que les capacités atomiques de l'oxygène et du chlore ainsi calculées sont constantes; de plus, la seconde est sensiblement égale à celle de tous les autres corps simples, mais la première en diffère notablement. Malheureusement elles ne sont ni l'une ni l'autre conformes aux résultats directs de l'expérience.

LOIS DES CAPACITÉS DES GAZ. — Avant les recherches récentes de M. Regnault, les déterminations des chaleurs spécifiques

des gaz étaient tellement contradictoires, que leurs lois étaient à peu près inconnues. Cependant Delaroche et Bérard avaient annoncé que les capacités des gaz simples à volume égal sont identiques.

Depuis lors Dulong a exécuté sur ce sujet un travail qui n'a point été publié. Il a seulement énoncé les deux lois suivantes qui paraissent être le résumé de ses expériences :

1°. Quand deux gaz simples se combinent sans condensation, le composé qui en résulte possède à volume égal la même capacité que les gaz simples.

2°. Les gaz composés formés par des gaz simples, qui éprouvent une condensation égale en se combinant, possèdent sous le même volume des chaleurs spécifiques égales entre elles, mais différentes de celles des gaz simples.

Les expériences de M. Regnault ont montré que la loi de Delaroche et Bérard est exacte pour les gaz qui suivent la loi de Mariotte, mais qu'elle ne s'applique point au chlore et au brome.

Gaz simples.

	CHALEUR SPÉCIFIQUE		
	A POIDS ÉGAL. C	A VOLUME ÉGAL. Cd	ATOMIQUE. AC
Oxygène	0,21751	0,24049	21,75
Azote	0,24380	0,23680	20,33
Hydrogène	0,40900	0,23590	21,32
Chlore	0,12099	0,29645	26,8
Brome	0,05552	0,30400	27,6

La première des lois énoncées par Dulong est exacte, et, chose remarquable, le chlore, qui formait une exception quand il était libre, rentre dans le cas général quand il est combiné avec l'hydrogène. C'est ce que montre le tableau suivant :

Gaz composés sans condensation.

		C	Cd	AC
Bioxyde d'azote.......	Az^2O...	0,2317	0,2406	28,75
Oxyde de carbone.....	C^2O....	0,2450	0,2370	20,33
Acide chlorhydrique...	H^2Cl^2...	0,1852	0,2352	21,09

Quant à la deuxième loi, qui est relative aux gaz formés avec une condensation égale, elle n'est point justifiée par les résultats de M. Regnault.

Gaz formés de 3 *volumes condensés en* 2.

		C	Cd	AC
Acide carbonique. ...	C^2O^4...	0,2169	0,3307	18,87
Protoxyde d'azote.....	Az^2O...	0,2262	0,3447	20,89
Vapeur d'eau.........	H^2O....	0,4803	0,2989	17,76
Acide sulfureux.......	SO^2....	0,1544	0,3414	20,63
Hydrogène sulfuré....	SH^2....	0,2432	0,2857	17,28
Sulfure de carbone....	SC^2.....	0,1569	0,4122	18,25

Il est naturel de rechercher si les lois des capacités atomiques s'appliquent aux gaz comme aux solides. Sous ce rapport il y a un premier point très-saillant : c'est qu'en multipliant la capacité de l'oxygène, qui est 0,21751, par son équivalent, qui est 100, on trouve 21,75, nombre sensiblement égal à la moitié du produit trouvé pour tous les autres corps simples. Or il est impossible de songer à modifier l'équivalent de l'oxygène; il faut donc admettre que la loi des capacités atomiques s'applique, non pas toujours aux équivalents eux-mêmes, mais au double ou à la moitié de ces nombres.

Si ensuite on étudie l'hydrogène, l'azote, le chlore et le brome, en divisant par 2 leurs équivalents adoptés, comme on l'a déjà fait pour le phosphore, l'iode et le brome solide, on trouve pour capacité atomique un nombre encore égal sensiblement à la moitié de ce qu'il est pour les solides. Le chlore

et le brome seuls s'en écartent notablement, mais cela tient sans doute à ce qu'ils sont voisins de leur condensation.

Pour les gaz composés soit avec, soit sans condensation, le produit de la chaleur spécifique par l'équivalent moyen est encore approximativement égal à 20; par conséquent ils suivent la même loi que les alliages, avec cette différence que le produit trouvé est divisé par 2.

Cela montre qu'il ne faut point adopter, pour déterminer les équivalents des corps, la règle absolue des capacités atomiques telle qu'elle résulte des expériences faites sur les solides, et cela fait voir aussi que les capacités des gaz composés suivent des lois tout à fait identiques à celles que l'on a trouvées pour les corps solides.

CINQUANTE-TROISIÈME LEÇON.

DES CHALEURS LATENTES.

Chaleur latente de fusion. — Cas des liquides. — Chaleur latente de la glace. Cas des solides. — Résultats généraux.
Chaleur latente de vaporisation. — Procédé général. — Appareil de MM. Favre et Silbermann. — Chaleur latente de la vapeur d'eau. — Expériences de M. Regnault. — Lois empiriques.

On appelle *chaleur latente de fusion* le nombre de calories que l'unité de poids d'un corps absorbe quand il se fond, ou dégage quand il se solidifie, sans que sa température change.

On nomme *chaleur latente de vaporisation* le nombre de calories que l'unité de poids d'un corps absorbe quand il passe de l'état liquide à celui de vapeur saturée, sans changer de température, ou qu'il dégage quand il éprouve la transformation inverse.

MESURE DE LA CHALEUR LATENTE DE FUSION.

On peut distinguer deux cas, suivant que le corps est liquide ou solide à la température ordinaire.

1°. **CAS DES LIQUIDES.** — Pour mesurer la chaleur latente x d'un corps qui est liquide à la température ordinaire, on en prend un poids p que l'on fait congeler en le refroidissant jusqu'à $-t$, et on le plonge dans un calorimètre contenant de l'eau préalablement échauffée à une température T supérieure au point de fusion $\mathfrak{T}$ de la substance. Alors, 1° le corps se réchauffe jusqu'à ce point de fusion $\mathfrak{T}$ et absorbe $pc(t+\mathfrak{T})$; 2° il se fond et absorbe px; 3° enfin il se met en équilibre de température avec l'eau, qui prend une température finale θ, et il gagne $pc'(\theta-\mathfrak{T})$. On a donc, en représentant par P le

poids du calorimètre évalué en eau :

$$(1) \qquad pc(t+\varpi)+px+pc'(\theta-\varpi)=P(T-\theta).$$

Cette formule permettra de calculer x quand on connaîtra les chaleurs spécifiques c et c' à l'état solide et à l'état liquide.

Pour faire comprendre les précautions qu'exige cette opération, nous étudierons en particulier le cas de l'eau.

CHALEUR LATENTE DE LA GLACE. — M. Person emploie pour calorimètre un vase en cuivre à surface nue qui repose sur un trépied non conducteur et qui est fermé par un couvercle, afin d'éviter les pertes de chaleur qui proviendraient de l'évaporation de l'eau. Un agitateur annulaire, soutenu par trois cordons qui traversent le couvercle, est mis en mouvement continuel par une horloge, et un thermomètre fixe, que l'on observe avec une lunette, plonge dans l'intérieur. Le poids d'eau p sur lequel on veut opérer est enfermé dans une petite bouteille en cuivre mince dont on tient compte par le calcul, qui porte un deuxième thermomètre à son centre, et que l'on refroidit dans une enceinte entourée d'un mélange réfrigérant à — 20 degrés. Au moment d'opérer, il suffit de soulever le couvercle du calorimètre, d'y introduire la bouteille refroidie, de suivre le mouvement ascendant du thermomètre qu'elle contient et la marche décroissante de celui qui est plongé dans le calorimètre. L'observation se divise en deux phases :

1°. Après l'immersion de la bouteille, on laisse la glace se réchauffer pendant quelque temps, et avant qu'elle ait commencé à se liquéfier, on observe simultanément, à un moment donné, sa température $-t'$ et celle du calorimètre θ'. Alors l'équation (1) devient, en se simplifiant,

$$pc(t-t')=P(T-\theta').$$

2°. L'opération se continuant, la glace fond, le mélange arrive à une température uniforme θ que l'on observe de nouveau et l'on a

$$pc(t-\varpi)+px+p(\theta-\varpi)=P(T-\theta).$$

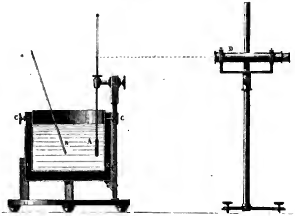
La première de ces équations fait connaître c. La seconde per-

met de calculer x. M. Person a trouvé

$$c = 0,504, \quad x = 79,2.$$

Dans les expériences de MM. de la Provostaye et Desains le calorimètre avait la forme ordinaire (*fig.* 391). L'ayant rempli

Fig. 391.



d'eau à 20 degrés et placé sur une balance où il se refroidissait, ils ont d'abord observé les abaissements de température qu'il éprouve et les poids d'eau qui s'évaporent pendant une minute, pour chacune des valeurs moyennes successives de la température. Ces mesures préliminaires, réduites en tables, serviront tout à l'heure pour corriger les expériences définitives des pertes d'eau dues à l'évaporation et des pertes de température produites à la fois par l'évaporation et par le rayonnement.

Cela fait, après avoir réchauffé le calorimètre à 20 degrés et l'avoir replacé sur la balance, MM. de la Provostaye et Desains l'enlevaient au moment où il avait une température T et un poids réduit en eau P, et ils projetaient aussitôt dans l'intérieur un morceau de glace bien pure rapidement essuyée et séchée avec du papier joseph. Ils suivaient ensuite de minute en minute la marche décroissante de la température, qui devenait égale à θ quand la glace était entièrement fondue.

Cette glace étant prise à la température initiale de zéro ne se

réchauffe pas avant de se fondre; alors le terme qui contient c disparaît de l'équation (1), qui devient, en faisant $\mathfrak{C} = 0$,

$$p(x+\theta) = P(T-\theta),$$

$$x = -\theta + \frac{P}{p}(T-\theta).$$

On déterminait le poids p de la glace en pesant le calorimètre immédiatement après l'observation de θ et en retranchant du résultat le poids primitif P diminué du poids π de l'eau évaporée, qu'il était facile de calculer; car si θ_1, θ_2, θ_3 désignent les températures moyennes pendant chacune des minutes écoulées entre les deux pesées, on connaît, par les expériences préliminaires qui ont été exécutées, le poids que le calorimètre a perdu pendant chacune de ces minutes à ces températures, et en faisant la somme on trouve π.

On voit par la formule précédente que pour calculer x il faut connaître la valeur absolue de θ, ce qui exige que l'on ait vérifié le zéro du thermomètre. On voit aussi que les erreurs commises dans la mesure de $T-\theta$ sont multipliées par $\frac{P}{p}$, et comme le poids de l'eau P est toujours au moins 10 fois plus grand que celui de la glace p, une erreur de $\frac{1}{10}$ de degré sur $T-\theta$ changerait la valeur de x de 1 calorie. On eut soin d'employer un thermomètre qui marquait un centième de degré.

Enfin, dans ces expériences comme dans celles de M. Person, le calorimètre perd de la chaleur, soit par le rayonnement, soit par l'évaporation; mais les variations de température qui en résultent peuvent toujours être représentées pendant chaque minute par

$$\Delta\theta = A(\theta - t).$$

A étant connu par les expériences préliminaires et les températures du calorimètre ayant été observées de minute en minute pendant la fusion de la glace, on calculait les valeurs successives de $\Delta\theta$, et leur somme $\Sigma\Delta\theta$ ajoutée au maximum trouvé donnait la véritable température finale qu'on aurait observée si les causes de refroidissement n'avaient point existé. C'est la méthode générale de correction que nous avons exposée en détail page 348.

MM. de la Provostaye et Desains ont trouvé pour x la valeur 79,25.

2°. **CAS DES SOLIDES.** — Pour mesurer la chaleur latente des corps qui sont solides à la température ordinaire, on commence par les liquéfier et même à les porter à une température t notablement supérieure à leur point de fusion; puis on les plonge dans un calorimètre dont on suit le réchauffement jusqu'à ce qu'il atteigne la température maximum finale θ. Alors ce calorimètre gagne $P(\theta - T)$, et le corps perd, 1° $pc'(t - \varpi)$ en se refroidissant, à l'état liquide, jusqu'à son point ϖ de solidification; 2° la chaleur latente px en se solidifiant; 3° $pc(\varpi - \theta)$ en se refroidissant, à l'état solide, de ϖ à θ. On a donc

$$pc'(t - \varpi) + px + pc(\varpi - \theta) = P(\theta - T).$$

C'est par cette méthode générale que M. Person a opéré. Il se servait du calorimètre que nous avons déjà décrit; il échauffait le corps dans une bouteille en cuivre mince, et corrigeait par la loi de Newton la température finale observée θ. Il a étudié un grand nombre de substances dont M. Regnault avait mesuré la capacité c à l'état solide, mais dont il fallait trouver la chaleur spécifique c' à l'état liquide. Pour cela il faisait deux opérations en portant le corps à deux températures initiales t et t' aussi différentes que possible, et il avait les deux équations suivantes qui permettent de calculer c' et x:

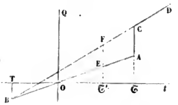
$$pc'(t - \varpi) + px + pc(\varpi - \theta) = P(\theta - T),$$
$$pc'(t' - \varpi) + px + pc(\varpi - \theta') = P(\theta' - T).$$

Voici quelques-uns des résultats de M. Person.

	POINT de fusion.	CHALEUR SPÉCIFIQUE		CHALEUR LATENTE	
		c	c'	observée.	calculée.
Eau	0,0	0,504	1,000	79,25	79,20
Phosphore	44,2	0,1788	0,2045	5,034	5,243
Soufre	115,2	0,2026	0,234	9,368	9,350
Azotate de soude	310,5	0,2782	0,413	62,975	63,4
Azotate de potasse	339,0	0,2387	0,332	47,371	46,462
Chlorure de calcium	"	0,345	0,555	40,70	39,58
Phosphate de soude	36,1	0,407	0.749	66,80	66,48
Azotate de pot. et de soude.	220,6	0,235	0,352	51,4	44,5
Étain	237,7	0,0562	0,0637	14,252	"
Bismuth	266,8	0,0308	0,0363	12,640	"
Plomb	326,2	0,0314	0,0402	5,369	"
Zinc	415,3	0,0955	"	28,13	"
Argent	"	0,05701	"	21,07	"
Mercure	"	"	0,03332	2,83	"
$Bi^2Pb^2Sn^2$	96,0	0,0356	0,0389	4,496	"
$Bi^2Pb\ Sn^2$	94,0	0,049	0,0422	4,687	"

RÉSULTATS GÉNÉRAUX. — Prenons un poids égal à l'unité d'une substance dont les chaleurs spécifiques c et c' à l'état solide et à l'état liquide puissent être considérées comme constantes à toute température. Étant solide, il absorbera ou dégagera, en se réchauffant ou se refroidissant à partir de zéro, une quantité de chaleur $q = ct$, qui pourra se représenter par les ordonnées d'une droite BA (*fig.* 392), faisant avec l'axe des t un angle dont la tangente est égale à c. Au moment où ce corps atteindra le terme de sa fusion $\mathfrak{G}$ et deviendra liquide, il absorbera sans changer de température une quantité l de chaleur latente

Fig. 392.



que nous figurerons par AC. Après cela, sa capacité calorifique sera devenue c' plus grande que c, et si l'on continue à l'é-

chauffer, la chaleur q_1 absorbée depuis zéro se représentera par une nouvelle droite CD passant par le point C et faisant avec l'axe des t un angle dont la tangente est égale à c'. Pour trouver l'équation de cette droite, on peut remarquer qu'elle rencontrera nécessairement la première en un point B. Si nous désignons par T l'abscisse de ce point, son ordonnée sera cT et l'on aura

$$q_1 - cT = c'(t - T).$$

Alors la chaleur absorbée par le corps sera exprimée, tant qu'il sera solide, c'est-à-dire entre o et $\mathfrak{T}$, par

$$q = ct,$$

et quand il sera liquide, c'est-à-dire au-dessus de $\mathfrak{T}$, par

$$q_1 = c't - (c' - c)T.$$

Sa chaleur latente l sera égale à la différence entre q_1 et q à la température de fusion $\mathfrak{T}$,

$$l = (c' - c)(\mathfrak{T} - T).$$

Or connaissant c', c et l, M. Person a calculé, au moyen de cette équation, l'abscisse T du point de rencontre B des deux lignes AB et CD, et il a trouvé pour toutes les substances qui n'ont point de cohésion appréciable une valeur commune et égale à — 160 degrés. Par conséquent la chaleur latente est liée aux capacités c et c' par la relation

$$l = (c' - c)(\mathfrak{T} + 160^\circ).$$

C'est au moyen de cette formule que l'on a obtenu les valeurs calculées des chaleurs latentes que l'on voit dans le précédent tableau. C'est là une relation très-curieuse, mais que l'on doit considérer comme empirique. A la vérité M. Person a cherché à établir que la température de — 160 degrés est celle du zéro absolu, c'est-à-dire celle où les corps ne posséderaient plus de chaleur; mais nous pensons que cette conclusion ne peut être acceptée.

Quand le corps se solidifie à son point de fusion $\mathfrak{T}$, il perd la chaleur latente CA. S'il éprouve une surfusion, c'est-à-dire s'il ne commence à se congeler qu'à une température $\mathfrak{T}'$ inférieure à $\mathfrak{T}$, M. Person admet qu'il conserve la même chaleur

spécifique c' tant qu'il reste liquide, que la courbe des chaleurs totales se prolonge rectilignement de C en F, que la chaleur latente continue d'être représentée par la différence EF des ordonnées des deux lignes et qu'elle a pour valeur

$$l' = (c' - c)(\text{ᵵ}' + 160).$$

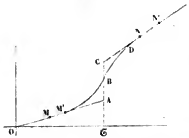
Cette chaleur latente irait donc en diminuant jusqu'à devenir nulle si le point de solidification pouvait s'abaisser progressivement jusqu'à — 160 degrés.

Tous ces raisonnements supposent que les chaleurs spécifiques c et c' demeurent invariables jusqu'au moment même où se fait le changement d'état, ce qui peut être admis à la rigueur pour les substances qui éprouvent brusquement une fusion nette, mais ce qui cesse d'être exact pour une multitude de corps tels que la cire, le potassium, le sodium, etc., qui commencent par se ramollir, ne se fondent que progressivement et passent par degrés continus de la solidité à la liquidité. Quand la fusion ou la solidification est graduelle, l'absorption ou le dégagement de chaleur latente l'est également. Si, par exemple, on laisse refroidir librement dans l'air du potassium fondu, les temps nécessaires pour produire un même abaissement de température croissent continûment aussitôt que le métal commence à s'épaissir et diminuent de même continûment quand il arrive à l'état solide; d'où il faut conclure qu'il y a d'abord une augmentation, ensuite une diminution progressive de la chaleur spécifique.

Ce qui est manifeste pour le potassium, est également probable pour toutes les substances, quelles qu'elles soient. Nous savons en effet que les capacités c et c' ne sont jamais invariables au voisinage de ᵵ, et M. Person lui-même a reconnu que la chaleur spécifique de la glace, qui est 0,504 à de basses températures, devient 1,00 entre — 2 degrés et 0 degré. Il résulte de là que la courbe des chaleurs totales, au lieu de se composer de deux droites distinctes OB, CD, raccordées par une verticale AC, est une ligne continue ABCD (*fig.* 393), avec un point d'inflexion en B au terme de fusion ᵵ. Mais le procédé expérimental qui sert à déterminer la chaleur latente ne tient aucun compte de ces variations de c et de c' et ne permet pas de constater la continuité de la courbe des chaleurs absorbées.

En éffet, quand on veut obtenir la chaleur latente d'un corps, on commence par mesurer ses chaleurs spécifiques c et c' à l'état solide et à l'état liquide, c'est-à-dire les tangentes des angles que font avec l'axe des x deux sécantes MM', NN' à la courbe des chaleurs absorbées, et l'on suppose que c et c' sont constantes, ce qui revient à prolonger MM' et NN' jusqu'à $\mathfrak{T}$. Ensuite on mesure la chaleur perdue par le corps entre deux températures t' et t correspondantes à N' et M, et l'on admet qu'elle est égale, 1° à la différence des ordonnées de N' à C ou à $c'(t'-\mathfrak{T})$; 2° à CA ou l; 3° à la différence des ordonnées de A en M ou à $c(\mathfrak{T}-t)$. On voit que ce mode de détermination même suppose la courbe discontinue, ce qui en réalité n'est pas et ne peut être vrai, et que la chaleur latente ainsi mesurée est une donnée purement fictive destinée à raccorder les deux portions de courbe qui sont sensiblement droites à une certaine distance de $\mathfrak{T}$.

Fig. 393.



La loi empirique de M. Person ne peut donc être considérée que comme un rapprochement curieux. D'ailleurs elle ne s'applique point aux métaux. Dans ce cas les chaleurs latentes sont faibles, et suivant l'auteur elles doivent être proportionnelles à la ténacité des métaux, puisque le travail exercé par la chaleur pour détruire la cohésion des molécules doit être égal au travail mécanique qu'il faut développer pour les séparer. C'est, en effet, ce que l'expérience a vérifié. Sur ce point je renverrai le lecteur au Mémoire de M. Person (1).

CHALEUR LATENTE DE VAPORISATION.

PROCÉDÉ GÉNÉRAL. — La chaleur latente de vaporisation se détermine en même temps et par la même série d'opérations que la capacité calorifique des vapeurs (page 369). On distille

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, tome XXIV, page 265.

dans une cornue un poids p du liquide que l'on veut étudier; on fait passer la vapeur d'abord dans un serpentin entouré d'huile échauffée où elle prend une température T supérieure au point d'ébullition du liquide, ensuite dans un calorimètre, dont elle élève la température depuis t jusqu'à θ. Alors, 1° elle passe de T à la température de sa condensation $\mathfrak{S}$ et perd $pc''(T-\mathfrak{S})$; 2° elle se liquéfie et cède px; 3° le liquide provenant de la condensation s'abaisse de $\mathfrak{S}$ à θ et abandonne $pc'(\mathfrak{S}-\theta)$. On a

$$pc''(T-\mathfrak{S})+px+pc'(\mathfrak{S}-\theta)=P(\theta-t).$$

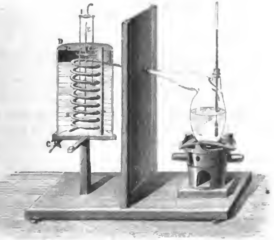
On recommence la même opération en échauffant la même vapeur à une autre température T_1 très-différente de T, et l'on a la deuxième équation

$$p'c''(T_1-\mathfrak{S})+p'x+p'c'(\mathfrak{S}-\theta_1)=P(\theta_1-t_1).$$

C'est au moyen de ces deux équations que nous avons précédemment calculé c'' en fonction de la capacité moyenne c' du liquide. On voit qu'elles permettent également de déterminer la chaleur latente x.

Dans les expériences anciennes on se contentait de faire

Fig. 394.



distiller le liquide au moyen d'un appareil représenté *fig.* 394,

et de condenser la vapeur, sans la surchauffer préalablement, dans un calorimètre à eau contenant un serpentin. Dans ce cas les deux équations précédentes se réduisent à

$$px + pc'(\tau - \theta) = P(\theta - t).$$

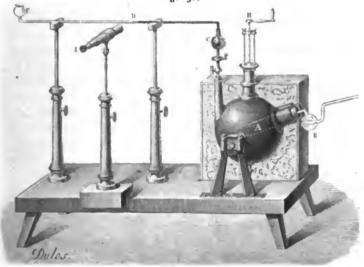
Mais il est facile de voir que l'expérience ainsi faite ne présentait aucune exactitude; car, en traversant le col de la cornue et le tube qui conduit au serpentin, une portion de la vapeur se condensait et arrivait liquéfiée dans le calorimètre. Conséquemment la quantité de liquide qui sortait du serpentin, que l'on recueillait par le tube C et que l'on pesait, avait un poids plus considérable que celui de la vapeur condensée. D'un autre côté, le calorimètre s'échauffait par conductibilité, et bien que ces deux causes d'erreur fussent inverses, il est certain qu'elles ne se compensaient pas exactement.

APPAREIL DE MM. FAVRE ET SILBERMANN. — On doit à MM. Silbermann et Favre un appareil fondé sur un principe entièrement différent et qui peut servir également bien à la mesure des chaleurs spécifiques ou à celle des chaleurs latentes. C'est une sphère en fer ou en verre A (*fig.* 395) qui est pleine de mercure, qui communique avec un tube étroit CDF, et dans laquelle s'enfoncent une ou plusieurs moufles métalliques A ouvertes à l'extérieur. Cet instrument constitue un thermomètre à très-gros réservoir et à tige CD très-fine. Si par un moyen quelconque on y fait pénétrer une quantité déterminée de chaleur, le mercure se dilate proportionnellement à cette quantité, le sommet D s'avance dans la tige CD, qui est graduée, et l'on peut suivre ses mouvements avec une lunette L. On empêche le refroidissement de l'instrument au moyen d'une boîte qui l'enveloppe et qui est remplie de duvet. Cette boîte est figurée en coupe dans la figure.

Avant de faire une expérience, on commence par amener le sommet D à l'origine de la tige en un point marqué zéro. Pour y parvenir, on a disposé au-dessus de l'appareil une deuxième tubulure rodée dans laquelle s'enfonce un piston que l'on fait mouvoir par une vis B. Quand on enfonce ou qu'on soulève ce piston, le mercure est chassé ou rappelé, et par conséquent

le sommet D peut toujours être amené au zéro des divisions, quelle que soit la température de l'enceinte.

Fig. 395.



Cela posé, on gradue l'appareil de la manière suivante. On place dans une pipette E un poids connu ϖ d'eau que l'on échauffe avec une lampe à alcool jusqu'à la température Θ d'ébullition; puis, retournant la pipette, on fait couler l'eau dans la moufle. Cette eau se refroidit jusqu'à la température ambiante θ et perd un nombre de calories $\varpi(\Theta - \theta)$. On note le nombre de divisions n dont le sommet D s'est avancé, et $\frac{n}{\varpi(\Theta - \theta)}$ exprime le déplacement qu'il éprouve pour chaque calorie cédée à l'appareil. Soit a ce déplacement.

Il est maintenant évident que si, au lieu d'introduire de l'eau on fait distiller dans la moufle, à T degrés, au moyen de la même pipette, un poids p d'un liquide quelconque, il perd en se condensant $px + p(\mathrm{T} - \theta)$ calories, et s'il fait avancer le mercure de m divisions, il a cédé $\frac{m}{a}$ calories. On a donc

$$px + p(\mathrm{T} - \theta) = \frac{m}{a}.$$

Voici quelques nombres obtenus par cette méthode :

	Chaleur latente.
Eau	536
Esprit-de-bois	264
Alcool absolu	208
Acide formique	169
Acide acétique	102
Acide butyrique	115
Éther sulfurique	91
Éther acétique	106
Essence de térébenthine	69
Essence de citron	70

CHALEUR LATENTE DE LA VAPEUR D'EAU.

Beaucoup d'expérimentateurs ont déterminé la chaleur latente de vaporisation de l'eau. Nous ne décrirons que les expériences de M. Regnault.

L'appareil, qui est représenté *Pl. II*, se composait d'un générateur de vapeur et des appareils calorimétriques. Ce générateur, qui était placé dans un autre local que celui où les mesures étaient faites, n'est point représenté dans la figure. Il avait 300 litres de capacité et contenait 150 litres d'eau distillée. La vapeur accumulée à la partie supérieure s'engageait dans un serpentin intérieur au milieu duquel les parcelles d'eau qu'elle entraînait devaient se vaporiser; elle était conséquemment sèche et à saturation. En cet état, elle était conduite dans une pièce de distribution R par un tube de cuivre AA (*fig.* 396 et 397, *Pl. II*); et pour éviter tout refroidissement et toute condensation, ce tube AA était enveloppé d'un manchon BB dans lequel circulait un courant de vapeur pris dans la même chaudière.

La pièce de distribution (*fig.* 397 et 398, *Pl. II*) est une boîte cylindrique fermée, dans laquelle on voit un tube central $\alpha\alpha\alpha\alpha$ qui est ouvert par le bas. Une cloche de bronze rodée RR, qu'on manœuvre par un levier extérieur K, tourne dans ce tube comme un robinet dans sa gaîne. La vapeur qui arrive dans la boîte pénètre librement sous la cloche R; elle peut s'échapper par un tube δ et venir se liquéfier dans un

condenseur entouré d'eau froide, D (*fig.* 396). Mais on peut aussi fermer cette issue au moyen du robinet L.

La *fig.* 397 représente une première coupe de la boîte de distribution menée suivant le tube adducteur AA, et la *fig.* 398 une seconde coupe perpendiculaire à la première. On voit dans celle-ci deux conduits opposés CC, C'C', qui traversent le tube αααα, et qui sont destinés à donner issue à la vapeur. De plus le robinet-cloche R est percé d'un trou latéral O situé à la hauteur de ces conduits (*fig.* 399, *Pl. II*). Si, au moyen du levier K, on tourne l'orifice O vers C, il laissera arriver la vapeur dans CC; si on le dirige vers C', elle s'échappera par C'C', et enfin si on le place dans le plan normal, c'est-à-dire dans celui de la *fig.* 397, il sera bouché par les parois αααα, et la vapeur n'aura d'autre issue que le tube δ par lequel elle ira au condenseur. On voit donc que cette vapeur peut être envoyée à volonté vers CC ou vers C'C' ou vers δ.

Chacun des tubes CC, C'C' se rend dans un calorimètre (*fig.* 396), et chacun de ces calorimètres, identiques entre eux, est composé de deux sphères en cuivre, d'un serpentin, d'un agitateur E ou E', et d'un thermomètre T ou T', le tout plongé dans un vase rempli d'eau. En pénétrant dans l'un ou dans l'autre, la vapeur se liquéfie, et quand l'expérience est terminée, on mesure le poids du liquide condensé en le faisant écouler par un robinet S ou S' dans un ballon que l'on pèse. Enfin on connaît le poids de chaque calorimètre, et la quantité d'eau que l'on y verse est mesurée dans un vase H jaugé à toute température, que l'on remplit jusqu'au niveau h_1, et que l'on vide dans C ou dans C' par les conduits h ou h'. Soit P le poids de chaque calorimètre évalué en eau.

On va concevoir maintenant la marche des expériences quand on opère sous la pression atmosphérique. On met en ébullition l'eau de la chaudière, et pendant trois quarts d'heure on la fait distiller à travers la pièce de distribution R, le tube δδ et le condenseur D. Les appareils ayant pris alors leur état stationnaire, on emplit les deux calorimètres d'eau à t degrés, et l'on fait arriver la vapeur dans C, qui s'échauffe de t à t_1 et gagne $P(t_1 - t)$ calories. D'autre part, si p est le poids de la

vapeur condensée, elle a perdu $pl + p(T - t_1)$, et l'on a

$$pl + p(T - t_1) = P(t_1 - t).$$

Après avoir opéré avec le calorimètre C, on recommence avec le calorimètre C'. Comme ils fonctionnent successivement, l'un subit à la fois les causes perturbatrices et l'action réchauffante de la vapeur pendant que l'autre éprouve uniquement les influences perturbatrices. Conséquemment l'effet éprouvé par le dernier pourra servir à corriger les erreurs qui affectent le premier, si tous deux sont identiques.

Mais avant d'en venir à ces corrections, il faut compléter la description des appareils. Comme on n'avait point seulement pour but de chercher la chaleur latente de la vapeur saturée sous la pression atmosphérique, il fallait trouver un moyen d'opérer à une pression quelconque. A cet effet, un large réservoir F, plein d'air comprimé ou dilaté, communiquait par le conduit *ff* avec une boîte M; et de celle-ci partaient des tubes qui se rendaient, *c* et *c'* aux calorimètres, *ddd* au condenseur D, *nn* à un grand manomètre à air libre, et un dernier tube à la chaudière. Par conséquent, tous les appareils étant fermés et en communication avec M, on avait dans tous la même pression H qui était mesurée par le manomètre. L'ébullition de l'eau se produisait à une température constante T correspondante à la tension $F_T = H$, et les expériences se faisaient sous les diverses pressions absolument comme nous venons de l'expliquer pour la pression atmosphérique.

Il nous reste à parler des corrections qu'il faut faire aux résultats bruts de l'expérience. En construisant son appareil, M. Regnault avait mis tous ses soins à rendre les deux calorimètres C et C' absolument identiques. Il espérait ainsi qu'en dirigeant la vapeur à travers l'un sans la faire passer dans l'autre, celui-ci éprouverait les mêmes effets perturbateurs que celui-là et pourrait les mesurer. Par le fait, cette identité n'a pu être réalisée, et il a fallu considérer isolément chacun des deux appareils. Or, pendant le passage de la vapeur, chaque calorimètre éprouve deux actions anormales; l'une de réchauffement par la conductibilité du tube adducteur : on admet qu'elle est proportionnelle à l'excès de température θ de la vapeur sur le calorimètre; l'autre de réchauffement ou de

refroidissement par l'air, et l'on sait, d'après la loi de Newton, qu'elle est également proportionnelle à l'excès θ_1 de l'atmosphère sur le calorimètre. Conséquemment, pendant chaque minute, la variation perturbatrice de température peut s'écrire

$$(\alpha) \qquad \Delta t = \Delta\theta + B\theta_1.$$

Cette formule a été vérifiée directement en mesurant de minute en minute le réchauffement de l'eau quand la boîte R était échauffée, mais que la vapeur ne passait pas dans les appareils. Cela posé, on opère, pour les mesures définitives, par la méthode exposée généralement page 348.

1°. On mesure le réchauffement $10\Delta t$ pendant 10 minutes en faisant passer la vapeur dans la boîte R, mais non dans les calorimètres, et l'on écrit

$$(1) \qquad 10\Delta t = 10A\theta + 10B\theta_1.$$

2°. On lance la vapeur dans un calorimètre et l'on observe de minute en minute les valeurs moyennes de θ et de θ_1.

3°. Enfin quand on a cessé l'action de la vapeur, on continue d'observer le réchauffement $10(\Delta t')$ pendant 10 autres minutes, ce qui donne

$$(2) \qquad 10\Delta t' = 10A\theta' + 10B\theta'_1.$$

Les deux équations (1) et (2) servent à déterminer les constantes A et B, et celles-ci étant connues, les échauffements perturbateurs que le calorimètre a éprouvés pendant le passage de la vapeur peuvent se calculer par l'équation (α) en fonction des excès θ et θ_1 qui ont été observés de minute en minute. La somme $\Sigma\Delta t$ de tous ces réchauffements devra être retranchée de la température finale observée, pour obtenir celle qu'on aurait eue s'il n'y avait pas eu de causes d'erreur, et l'on obtiendra la valeur de l par la formule

$$pl + p(T - t_1) = P(t_1 - \Sigma\Delta t - t).$$

Résultats. — M. Regnault a obtenu ainsi la chaleur $pl + p(T - t_1)$ nécessaire pour échauffer l'eau de t_1 à T et la vaporiser à cette température T. En ajoutant pt_1, c'est-à-dire ce qu'il faut pour échauffer cette eau de zéro à t_1, on obtient la chaleur totale pQ nécessaire pour élever un poids p d'eau de

zéro à T degrés et la transformer ensuite en vapeur saturée à cette température sous la pression maximum F_T. Ces expériences ont été continuées depuis 0,2 jusqu'à 13,6 atmosphères; elles se résument par la formule empirique suivante :

$$Q = 606,5 + 0,305\,T.$$

Ce résultat décide une question qui jusqu'alors avait été très-controversée. Watt, d'une part, Southern et Creigton, de l'autre, s'appuyant sur des expériences très-peu complètes, avaient énoncé des lois que nous croyons devoir rapporter.

Watt pensait que pour élever l'unité de poids de l'eau depuis zéro jusqu'à une température quelconque T et la transformer en vapeur saturée sous la force élastique maximum F_T, il faut dépenser une quantité de chaleur Q constante et égale à 625,2 calories.

Et comme la chaleur totale Q est égale à la somme de la chaleur latente l et de la chaleur nécessaire pour élever l'eau de zéro à T degrés, laquelle est sensiblement égale à T calories, on aurait, d'après la loi de Watt,

$$l = Q - T = 625,2 - T.$$

C'est-à-dire que la chaleur latente devrait aller en diminuant à mesure que T augmente et devenir nulle à 625,2 degrés de température.

Cette loi de Watt ne pouvait être vraie; car elle eût entraîné comme conséquence qu'il n'y a aucune différence calorifique entre des poids égaux de vapeur saturée à des températures quelconques. Aussi Southern et Creigton en avaient-ils énoncé une autre. Ils admettaient que la chaleur latente l est constante à toute température et égale à 525 calories, et conséquemment que la chaleur totale est

$$Q = 525 + T.$$

On vient de voir que ces lois sont toutes deux fausses; car, d'après M. Regnault, la chaleur totale $Q = 606,5 + 0,305\,T$ est croissante avec la température, et non point constante comme Watt le supposait. Et, d'un autre côté, la chaleur latente $Q - T$ sera

$$l = Q - T = 606,5 - 0,695\,T,$$

ce qui montre qu'elle est décroissante et non pas indépendante de T, comme l'admettaient Southern et Creigton.

Cette dernière formule fait voir que l diminue quand la température augmente, et s'il était permis de supposer qu'elle soit générale, la chaleur latente deviendrait nulle pour $T = \frac{605,5}{0,695}$, c'est-à-dire à 866 degrés environ. Mais on ne peut légitimement prolonger jusqu'à des températures aussi élevées une relation empirique établie entre des limites beaucoup plus basses. La seule chose que l'on puisse en conclure, c'est le fait de la diminution progressive de chaleur latente. Cela explique comment, dans les expériences de M. Cagniard de Latour, des liquides chauffés en vases clos passaient presque instantanément de l'état gazeux à l'état liquide ou inversement.

CINQUANTE-QUATRIÈME LEÇON.

SOURCES DE CHALEUR.

Chaleur solaire. — Expériences de M. Pouillet. — Expériences de MM. Forbes et Kaemtz.
Chaleur dégagée dans les actions chimiques. — Expériences de Lavoisier; — de Rumfort; — de M. Despretz; — de Dulong; — de MM. Favre et Silbermann. — Résultats. — Conséquences générales. — Combinaisons par voie humide.

CHALEUR SOLAIRE.

EXPÉRIENCES DE M. POUILLET. — Après quelques essais tentés par Saussure et Herschel, M. Pouillet a réussi à mesurer approximativement la quantité de chaleur envoyée par le soleil; il employa pour cette recherche des instruments qu'il a nommés *pyrhéliomètres*. La *fig.* 400 représente l'un d'eux.

Il se compose d'un vase cylindrique plat AT dont la base antérieure A, destinée à absorber les rayons solaires, est couverte de noir de fumée et qui est argenté et poli sur les autres parties de sa surface qui doivent rayonner le moins possible. Il est rempli d'eau distillée et il constitue un calorimètre équivalent à un poids total d'eau que je désignerai par P. Il reçoit le réservoir d'un thermomètre TD dont la tige est maintenue dans un tube de cuivre fendu prolongé jusqu'au bouton C. Tout cet appareil est soutenu par un support dans lequel on peut le faire tourner autour de l'axe CT, afin de mêler les couches d'eau et qui permet de l'orienter de façon à ce qu'il reçoive normalement les rayons solaires sur sa face antérieure A. Cette condition est réalisée lorsque l'ombre de cette face vient exactement couvrir un disque circulaire qui a la même dimension et qui est fixé à la partie opposée de l'instrument.

Voici maintenant comment M. Pouillet se sert de cet appareil : 1° il observe sa variation de température pendant cinq minutes en le préservant de l'action solaire par un écran : supposons que le thermomètre baisse d'un nombre de degrés r;

2° il enlève l'écran et laisse arriver pendant cinq minutes les

Fig. 400.



rayons solaires qui sont absorbés et déterminent un réchauffement G; 3° enfin il replace l'écran, et pendant cinq autres minutes il observe un nouveau refroidissement r'. Évidemment le pyrhéliomètre s'est refroidi pendant les cinq minutes moyennes d'une quantité égale à $\frac{r+r'}{2}$, et le réchauffement occasionné par le soleil serait pendant ce temps égal à $G+\frac{r+r'}{2}=t$, si le rayonnement du vase AT était nul. Par conséquent, la chaleur absorbée est Pt; elle serait pendant une minute et sur un centimètre carré $\frac{Pt}{5S}$, si on désigne par S la surface antérieure du pyrhéliomètre.

Comme on croyait à l'époque où ces expériences ont été exécutées que le noir de fumée possède un pouvoir absorbant absolu, cette quantité de chaleur, que nous appellerons c, fut prise comme représentant celle que le soleil verse

en une minute sur un centimètre carré. Il en verse évidemment davantage, et pour corriger cette cause d'erreur il faudrait tenir compte de la diffusion.

Désignons par A la quantité de chaleur que le soleil enverrait pendant une minute sur un centimètre carré de surface placé à la limite supérieure de l'atmosphère. En traversant l'air pour arriver jusqu'au sol, cette chaleur doit être absorbée en proportion d'autant plus grande, que la couche atmosphérique est plus épaisse, et conséquemment, à mesure que le soleil baisse sur l'horizon, elle doit diminuer suivant une loi que nous allons chercher.

Si les radiations solaires étaient d'espèce unique, si en outre l'atmosphère était une substance diathermane homogène, la quantité de chaleur qui arriverait à la terre pourrait se représenter par la formule connue $A\alpha^e$, α étant le coefficient de transmission, et e l'épaisseur de l'air traversé.

A la vérité, ces conditions ne sont point réalisées, puisque les rayons solaires sont composés d'un nombre infini de radiations simples qui ont chacune un coefficient α différent, et aussi puisque l'air n'est point homogène à diverses hauteurs. On peut néanmoins penser que la formule précédente pourra s'appliquer approximativement si l'on donne à α une valeur moyenne et si l'on considère l'atmosphère comme homogène. M. Pouillet prend pour unité la hauteur verticale de l'atmosphère qu'il suppose égale à $\frac{1}{80}$ du rayon terrestre, ce qui permet de calculer aisément l'épaisseur e traversée par les rayons solaires dans une direction quelconque.

Pour voir si cette formule se justifie, nous supposerons que l'on fasse avec le pyrhéliomètre des observations suivies pendant toute une journée parfaitement sereine, et qu'on détermine les chaleurs c, c', c'' versées pendant une minute sur un centimètre carré lorsque les épaisseurs atmosphériques traversées sont e, e', e'',.... On devra avoir

$$c = A\alpha^e, \quad c' = A\alpha^{e'}, \quad c'' = A\alpha^{e''}, \ldots,$$

d'où

$$\frac{c}{c'} = \alpha^{e-e'}, \quad \frac{c}{c''} = \alpha^{e-e''}, \ldots.$$

On pourra donc calculer α qui devra être constant pendant

toute la durée du jour si l'atmosphère conserve la même transparence. C'est en effet ce que M. Pouillet a reconnu. D'ailleurs α varie d'un jour à l'autre entre 0,7244 et 0,7888.

Il résulte de là qu'un rayon solaire étant A avant de traverser l'atmosphère, et $A\alpha$ quand il l'a parcourue dans le sens vertical, cette atmosphère ne laisse passer que les 0,75 de la chaleur solaire dans la verticale, et $(0,75)^{\epsilon}$ dans une direction inclinée.

M. Pouillet a tiré de ces expériences les conclusions suivantes. La chaleur reçue à la surface du sol étant $c = A\alpha^{\epsilon}$ et α étant déterminé comme nous venons de le faire, on peut calculer A que l'on trouve constant et égal à $1^c,7633$. Cela veut dire que si l'atmosphère n'existait pas, chaque centimètre carré de la surface terrestre recevrait 1,7633 calories pendant une minute, $1^c,7633 \times 60 \times 12$ pendant vingt-quatre heures, et $1^c,7633 \times 60 \times 12 \times 364$ pendant une année. En faisant le calcul, on trouve que cette chaleur serait suffisante pour fondre une couche de glace qui envelopperait la terre et aurait $31^m,89$ d'épaisseur.

Si maintenant on décrit une sphère concentrique au soleil avec le rayon de l'orbite terrestre, le soleil enverrait sur cette sphère une quantité de chaleur capable de fondre en une année une épaisseur de glace égale à $2(31^m,89)$; et si toute cette glace était transportée sur le globe du soleil, elle y formerait une couche d'épaisseur égale à 1547 lieues. Le soleil peut donc fondre en une année une couche de glace qui l'envelopperait et qui aurait 1547 lieues d'épaisseur.

Il n'est pas besoin de dire que cette évaluation ne peut être qu'approximative. On commet nécessairement des erreurs énormes en concluant la chaleur versée sur des surfaces aussi grandes de celle qu'on a mesurée sur une étendue de quelques centimètres. Il faut en outre se rappeler que le pyrhéliomètre n'absorbe qu'une fraction de la chaleur solaire et non point la totalité, ce qui rend inexactes les mesures de la chaleur solaire considérées d'une manière absolue.

EXPÉRIENCES DE MM. FORBES ET KAEMTZ. — Depuis les travaux de M. Pouillet, MM. Forbes et Kaemtz, par des observations faites simultanément au sommet et au pied des Alpes,

ont montré que la formule $A x^e$ ne s'applique point exactement à l'atmosphère, ce qu'il était aisé de prévoir. Le soleil envoie en effet deux espèces de radiations, les unes obscures qui sont très-absorbables, les autres lumineuses qui ne le sont point; d'où il suit qu'en traversant l'atmosphère elles éprouvent des actions fort inégales. Les dernières pénètrent l'air sans y être affaiblies, absolument comme elles pénètrent tous les corps transparents. Elles n'entrent dans le faisceau total que dans la proportion de 20 pour 100. Les radiations obscures, au contraire, sont absorbées en très-grandes proportions dans les couches supérieures et en quantité d'autant moindre dans les parties inférieures, qu'elles ont déjà parcouru une plus grande épaisseur atmosphérique. Dans le cas de la transmission verticale, M. Forbes trouve que ces radiations obscures s'affaiblissent dans le rapport de 80 à 33, le faisceau total dans le rapport de $80 + 20$ ou 100 à $33 + 20$ ou 53. On voit, en résumé, que la formule de M. Pouillet n'exprime le phénomène que d'une façon approximative.

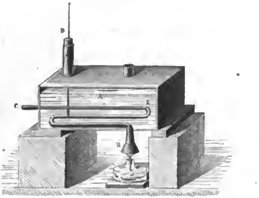
CHALEUR DÉGAGÉE DANS LES ACTIONS CHIMIQUES.

EXPÉRIENCES DE LAVOISIER ET DE RUMFORD. — Lavoisier chercha le premier à mesurer la chaleur dégagée pendant les actions chimiques, et en particulier pendant la combustion de l'hydrogène et du charbon. Il faisait brûler un poids déterminé de ces substances au milieu de son calorimètre et mesurait la quantité de glace fondue. Mais tous les nombres qu'il obtint sont trop faibles.

Rumford reprit ces mesures avec un calorimètre spécial (*fig.* 401) composé d'une caisse en cuivre mince pleine d'eau et contenant un large serpentin BEC dont les deux extrémités étaient ouvertes dans l'air. Il plaçait sous la première B, qui était évasée, le foyer qu'il voulait étudier, et les produits de la combustion, entraînant avec eux la chaleur dégagée, circulaient dans l'intérieur et sortaient par E après avoir pris la température de l'eau. Il employait la méthode de compensation et calculait, par la formule ordinaire, la chaleur cédée au calorimètre par un poids donné du combustible. Comme évidemment l'appareil ne recevait pas toute la chaleur développée par

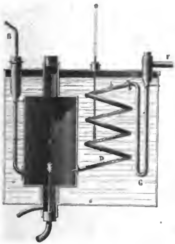
la combustion, les résultats devaient être et furent en effet trop faibles.

Fig. 401.



EXPÉRIENCES DE M. DESPRETZ ET DE DULONG. — M. Despretz perfectionna l'appareil de Rumford. Il faisait brûler le combustible au milieu d'un creuset de platine qui recevait un courant continuel d'oxygène et d'où les produits formés s'échappaient par un serpentin. Tout le système plongeait entièrement dans un calorimètre plein d'eau qui absorbait et mesurait la totalité de la chaleur développée. A peu près à la même époque, Dulong s'occupa du même sujet. Ses expériences n'ont point été publiées de son vivant, mais le résumé des mesures fut retrouvé dans ses papiers, et M. Cabart, qui l'avait aidé dans ses recherches, fit connaître la forme du calorimètre employé. Cet appareil se composait d'une chambre à combustion A plongée dans un vase plein d'eau (*fig.* 402). L'oxygène y arrivait par le conduit B; les produits

Fig. 402.



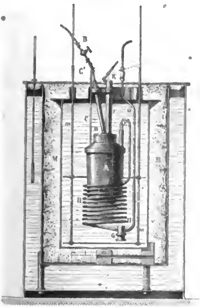
s'échappaient par un serpentin DEGF où les uns se condensaient et par où les autres se rendaient dans un gazomètre pour être ensuite mesurés et analysés. Nous donnons ici les résultats de Dulong :

	CALORIES PRODUITES PAR			
	1 LITRE de vapeur du combustible.	1 GRAMME de vapeur du combustible.	1 LITRE d'oxygène.	1 GRAMME d'oxygène.
Hydrogène	3106	34601	6212	4325
Gaz des marais	9587	13350	4793	3337
Oxyde de carbone	3130	2490	6260	4358
Gaz oléfiant	15338	12203	5113	3560
Alcool absolu	14375	6962	4792	3336
Charbon	3929	7295	3929	2735
Essence de terebenthine	70607	11567	5043	3511
Éther sulfurique	31335	9431	5256	3659
Huile d'olive	"	9862	"	"
Soufre	"	2601	"	2600
Fer	"	"	6216	4327
Étain	"	"	6508	4531
Cuivre	"	"	3722	2591
Antimoine	"	"	5484	3818
Zinc	"	"	7577	5275
Cobalt	"	"	5721	3983
Nickel	"	"	5323	3706

EXPÉRIENCES DE MM. FAVRE ET SILBERMANN. — On doit enfin à MM. Favre et Silbermann des mesures très-nombreuses et très-exactes. Leur appareil (*fig.* 403) est analogue au précédent. La chambre à combustion A est en cuivre doré ; elle reçoit l'oxygène par deux tubes CC′, BB′ ; le premier, qui communique avec un gazomètre, la maintient pleine de gaz à la pression ordinaire ; le second BB′, terminé par un orifice étroit, souffle sur le combustible. Les produits s'écoulent au dehors par un serpentin EHGG′ ou se condensent dans une boîte G. Les corps que l'on veut brûler sont placés, s'ils sont liquides, dans des lampes à mèche d'amiante, s'ils sont solides, dans des vases de forme particulière, et quand ils

sont gazeux, on les fait arriver par le tube BB'. Dans tous les cas, on les enflamme dans l'air et on les introduit rapidement dans la chambre qu'on ferme ensuite par un couvercle à vis. Comme il est nécessaire de surveiller l'opération pour l'activer ou la ralentir, un tube KF, fermé par des lames d'alun et de verre et qui est muni d'un miroir incliné K, permet de voir à l'intérieur.

Fig. 403.



Enfin, cette chambre est placée dans un calorimètre fermé, plein d'eau et qui contient un agitateur *mm*. Toutes les pièces de l'appareil sont à l'avance évaluées *en eau*.

La durée d'une combustion étant souvent très-longue, il fallait se préoccuper tout spécialement d'abord de diminuer et ensuite de calculer exactement la chaleur perdue par le rayonnement. A cet effet, le calorimètre était poli extérieurement, placé dans un vase MM, et l'intervalle était rempli par une peau de cygne garnie de son duvet. Pour éviter enfin les variations brusques de la température atmosphérique, tout cet appareil était plongé dans une dernière enceinte pleine d'eau. Pendant chaque minute, le calorimètre perdait par son refroidissement une fraction de degré $\Delta\theta$ qui était proportionnelle à l'excès $\theta - t$ de sa température sur celle de l'eau extérieure, et on la calculait par la formule de Newton

$$\Delta\theta = A(\theta - t).$$

Résultats. — Nous n'avons plus maintenant qu'à faire con-

naître les résultats de ces mesures. Voici d'abord les *chaleurs de combustion* des corps simples, c'est-à-dire le nombre de calories produites par 1 gramme de ces substances, en prenant pour calorie la chaleur nécessaire pour élever 1 gramme d'eau de 1 degré.

Chaleur de combustion des corps simples :

Hydrogène avec l'oxygène....	34462,0
Hydrogène avec le chlore	23783,3
Charbon de bois............	8080,0
Charbon de sucre...........	8039,8
Charbon des cornues.........	8047,3
Graphite naturel............	7796,6
Graphite des hauts fourneaux..	7762,3
Diamant..................	7770,1
Soufre natif...............	2261,8
Soufre cristallisé récemment..	2258,6
Soufre fondu depuis sept ans..	2216,8
Soufre mou................	2258,0

La chaleur de combustion de l'hydrogène est 34462 calories; elle est la moyenne de six expériences très-concordantes. Dulong avait trouvé 34601.

L'expérience présente des difficultés avec le charbon. On veut mesurer la chaleur qu'il dégage en se transformant en acide carbonique; mais, pendant sa combustion, il produit toujours une petite quantité d'oxyde de carbone; et conséquemment il faut ajouter à la chaleur C recueillie par le calorimètre celle que l'on obtiendrait en brûlant l'oxyde de carbone qui s'est formé. Pour cela on déterminait, en analysant les produits, le poids P' d'oxyde de carbone qu'ils contenaient; on le multipliait par sa chaleur de combustion qui est 2403 calories, et $C + P'(2403)$ représentait la chaleur totale que la combustion aurait produite si le charbon avait été entièrement transformé en acide carbonique. Par suite de cette correction, qui sera justifiée dans la suite, la chaleur de combustion du carbone s'est trouvée plus grande dans les mesures de MM. Favre et Silbermann que dans celles de Dulong.

On voit d'ailleurs que les diverses variétés de carbone à un

égal degré de pureté chimique dégagent des quantités de chaleur inégales et d'autant plus grandes, que la densité du combustible est moindre.

CONSÉQUENCES GÉNÉRALES.

Il résulte de ces expériences et de celles de Dulong qu'une quantité considérable de chaleur est dégagée toutes les fois qu'un corps simple et l'oxygène s'unissent par combustion vive ; mais il est probable que les combinaisons oxygénées qui s'obtiennent par des moyens détournés sont, au contraire, accompagnées quelquefois d'une absorption de chaleur. Thenard avait déjà remarqué que la décomposition de l'eau oxygénée dégage de la chaleur; et MM. Fabre et Silbermann ont constaté que, dans ce cas, 1 gramme d'oxygène mis en liberté produit 1303 calories. Ils ont admis, ce qui est vraisemblable, qu'en se combinant à l'eau pour la suroxyder, ce gramme d'oxygène absorberait 1303 calories.

Le protoxyde d'azote peut être décomposé par la chaleur en oxygène et en azote. A ce moment il dégage de la chaleur. MM. Favre et Silbermann l'ont démontré de la manière suivante : Ils brûlaient dans leur appareil un poids donné de charbon enfermé dans une corbeille métallique. Au centre de cette corbeille passait un tube infusible, où l'on faisait circuler du protoxyde d'azote qui était chauffé par le charbon et se décomposait en partie. La chaleur totale produite était la somme de celle qui était due à la combustion du charbon et de celle qui provenait de la décomposition du gaz; la première pouvait être calculée, retranchée du total observé, et le reste donnait le nombre de calories dégagées par la décomposition du gaz. On trouva 1090,5 calories pour chaque gramme d'oxygène mis en liberté. Conséquemment, 1090,5 calories doivent être absorbées pendant la combinaison de 1 gramme d'oxygène avec l'azote.

On a cru pendant longtemps que les chaleurs de combustion devaient suivre des lois simples analogues à celles des chaleurs spécifiques. Il n'en est rien, et cela est facile à concevoir si l'on remarque que les phénomènes de combinaison sont extrêmement complexes. Prenons pour exemple la for-

mation de l'eau par la combustion de l'hydrogène : 1° les deux gaz s'unissent; 2° ils se condensent dans le rapport de 3 à 2 pour constituer de la vapeur d'eau; 3° cette vapeur passe à l'état liquide. Or il est évident que ces trois actions qui se superposent doivent développer des chaleurs qui s'ajoutent, et c'est la somme de ces chaleurs que l'on mesure. En analysant de la même manière l'acte de combinaison de deux solides, le soufre et le charbon par exemple, on peut dire : 1° qu'ils passent à l'état gazeux, ce qui absorbe de la chaleur; 2° qu'ils se combinent, ce qui en dégage; 3° que le sulfure formé repasse à l'état liquide, ce qui rend libre sa chaleur latente. Par conséquent, le nombre de calories définitivement produites n'est qu'une différence entre des actions inverses. On voit donc que pendant toute combinaison, il se produit une somme d'actions chimiques ou physiques accompagnées d'une somme de chaleurs absorbées ou dégagées que l'on mesure en bloc, sans distinguer l'une de l'autre les causes qui concourent à la développer. On ne peut donc espérer que cette somme de chaleur suive des lois simples.

L'hypothèse la plus naturelle que l'on puisse faire à ce sujet, consiste à admettre que la chaleur totale définitivement dégagée ou absorbée pendant une combinaison est égale à la somme algébrique des chaleurs qui seraient individuellement dégagées ou absorbées par chacun des phénomènes qui se produisent pendant la combinaison, s'ils étaient successifs et indépendants. Cette hypothèse a été justifiée dans un grand nombre de cas particuliers parmi lesquels nous choisirons les exemples suivants :

I. Quand on brûle 1 gramme de charbon dans l'oxygène, il produit 8080 calories; mais il en donne 11158 quand il brûle dans le protoxyde d'azote. Si notre hypothèse est vraie, la différence 3078 entre ces deux nombres représente la chaleur dégagée par la décomposition du protoxyde d'azote employé à brûler 1 gramme de charbon. D'où l'on conclut que, pour décomposer une quantité de ce gaz contenant 1 gramme d'oxygène, il faudrait $3078 \frac{C}{O^2} = 1139$ calories. Or l'expérience directe a donné 1090,5 (page 421).

II. Quand on dissout 1 gramme de zinc dans l'acide sul-

furique étendu : 1° l'eau se décompose et l'hydrogène est dégagé, ce qui absorbe un nombre de calories que j'appelle a; 2° l'oxygène se combine avec le zinc, ce qui dégage x calories; 3° enfin, l'oxyde de zinc anhydre se dissout dans l'acide et développe une quantité de chaleur que l'on peut déterminer par une expérience directe et qui est égale à $335^c,54$. On trouve que la chaleur totale dégagée dans cette triple action est égale à $567^c,90$. On a donc

$$-a+x+335^c,54=567^c,90,$$
$$x-a=232^c,36.$$

On recommence cette expérience en remplaçant l'acide sulfurique par de l'acide chlorhydrique; rien n'est changé que la chaleur de combinaison de l'oxyde de zinc avec l'acide. L'expérience directe prouve qu'elle est égale à $274^c,31$, et que le nombre total de calories développées par la dissolution de 1 gramme de zinc dans l'acide chlorhydrique est $503^c,80$. On doit avoir comme précédemment

$$x-a=503,80-274,31=229,49.$$

Les deux valeurs de $x-a$ sont donc égales dans les deux cas considérés, et par conséquent l'hypothèse énoncée se justifie. Nous allons voir quelles sont les conséquences qu'on en peut déduire :

1°. Si du charbon se brûle pour former d'abord de l'oxyde de carbone, et que cet oxyde soit brûlé à son tour pour passer à l'état d'acide carbonique, la somme des chaleurs développées dans ces deux actions successives sera égale à celle qui se produirait si la formation de l'acide carbonique avait lieu dans une seule combustion. Il en sera de même si un composé organique quelconque éprouve une série d'oxydations successives jusqu'à se transformer enfin en eau et en acide carbonique.

2°. En général, la combustion d'un composé ne dégagera pas la même quantité de chaleur que le ferait la combustion de ses éléments s'ils étaient libres. En effet, au moment où ils se sont combinés, ces éléments ont degagé $\pm C$ calories, et quand on vient ensuite à brûler le composé dans l'oxygène,

ils redeviennent d'abord libres et reprennent la chaleur de combinaison $\pm C$; puis ils se brûlent et dégagent le nombre de calories K qu'ils donneraient s'ils étaient brûlés isolément. La chaleur de combustion de ce composé sera donc $K - (\pm C)$; elle pourra être supérieure, égale ou inférieure à celle de ses éléments, suivant que $(\pm C)$ sera négatif, nul ou positif. Le tableau suivant justifie cette conclusion :

	CHALEUR DE COMBUSTION		DIFFÉRENCE.
	DU COMPOSÉ	DE SES ÉLÉMENTS.	
Hydrogène protocarboné...	13063,0	14675,0	− 1612,0
Gaz oléfiant................	11857,8	11848,8	+ 9,0
Sulfure de carbone........	3400,0	3145,3	+ 255,2
Alcool......................	7183,6	7212,3	− 28,7
Huile de pommes de terre...	8958,6	9425,2	− 466,6
Esprit-de-bois.............	5307,1	5184,0	+ 123,1

3°. Il existe des composés organiques formés par les mêmes éléments réunis en proportions égales, mais différemment condensés. Or, plus cette condensation est grande, plus ils ont dû dégager de chaleur en se formant, et moins ils doivent en produire par leur combustion. C'est ce que montrent les exemples suivants où on a rassemblé les carbures d'hydrogène dont les formules sont $(C^2H^2)^n$ et $(C^{10}H^8)^n$:

Carbures d'hydrogène.

Gaz oléfiant...	$(C^2H^2)^2$	11857,8
Amylène.............	$(C^2H^2)^5$	11491,0
Paramylène...........	$(C^2H^2)^{10}$	11303,0
Carbure...............	$(C^2H^2)^{11}$	11262,0
Cetène...............	$(C^2H^2)^{16}$	11055,0
Métamylène..........	$(C^2H^2)^{20}$	10928,0

Essence de citron......	$(C^{10}H^8)$	10959,0
Essence de térébenthine.	$(C^{10}H^8)^2$	10852,0
Térébène.............	$(C^{10}H^8)^2$	10662,0

4°. Il y a des corps simples qui peuvent exister sous deux états différents présentant des propriétés distinctes; ce sont le soufre, le sélénium et le phosphore. On sait qu'ils passent de l'état ordinaire à l'état anormal en absorbant de la chaleur, et qu'ils reviennent à leurs propriétés habituelles en la dégageant. Or, il existe aussi des composés *isomères* qui ont la même composition chimique, le même degré de condensation des éléments, et qui cependant ne possèdent pas les mêmes propriétés. On verra par le tableau suivant que leurs chaleurs de combustion sont différentes, et par conséquent on est en droit de conclure que leurs éléments, en se combinant, avaient dégagé ou absorbé des quantités de chaleurs inégales. Deux corps isomères diffèrent donc entre eux par leur chaleur de constitution, absolument comme un corps simple diffère de lui-même dans les deux états distincts qu'il peut affecter.

Corps isomères.

Corps	Formule	Chaleur
Acide acétique...........	$C^4H^4O^4$	3505,0
Formiate de méthylène...	$C^4H^4O^4$	4197,4
Acide butyrique.........	$C^8H^8O^4$	5647,0
Éther acétique...........	$C^8H^8O^4$	6292,7
Acide valérique..........	$C^{10}H^{10}O^4$	6439,0
Butyrate de méthylène....	$C^{10}H^{10}O^4$	6798,5

L'arragonite et le spath sont deux corps isomères et confirment la remarque précédente. Quand on chauffe le spath dans l'appareil à combustion au milieu de charbons incandescents, il se décompose et absorbe de la chaleur; si on le remplace par l'arragonite, celle-ci commence par passer à l'état spathique et dégage de la chaleur, puis elle se décompose et en absorbe; elle avait donc une chaleur de constitution différente de celle que possède le spath.

COMBINAISONS PAR VOIE HUMIDE. — Divers expérimentateurs ont cherché si les combinaisons qui se forment par voie humide suivent des lois plus simples. M. Hess avait annoncé que si à 1 équivalent d'acide sulfurique on ajoute successivement, et un à un, un nombre quelconque d'équivalents d'eau, on dégage à chaque fois la même somme de chaleur;

mais il résulte des recherches de MM. Favre et Silbermann que ces chaleurs diminuent à mesure que le nombre des équivalents d'eau augmente. D'autre part, M. Andrews a cru reconnaître qu'une même base hydratée, en se combinant avec les divers acides, et qu'un même acide, en se combinant avec les diverses bases hydratées, produisaient le même nombre de calories, et que, par conséquent, il n'y a point de changement de température pendant la double décomposition des sels. Cela n'est vrai que d'une manière approximative, et l'on doit dire en résumé qu'on ne connaît aucune loi relativement aux chaleurs développées par les actions chimiques.

CINQUANTE-CINQUIÈME LEÇON.

SOURCES DE CHALEUR. (Suite.)

Chaleur animale. — Étude chimique de la respiration. — Siége des combustions. — Nature des actions chimiques. — Mesure de la chaleur animale.

Rôle de la chaleur dans les actions mécaniques. — Chaleur créée par le travail détruit. — Travail créé par la chaleur détruite. — La chaleur se transforme en travail et réciproquement. — Mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur. — Conséquences.

CHALEUR ANIMALE.

Avant de chercher à mesurer la chaleur produite par les animaux, il convient de résumer en quelques mots les recherches physiques et chimiques que l'on a faites à propos de la respiration.

Halles, Cigna, Black et Priestley avaient prouvé que dans l'air confiné la respiration produit les mêmes changements chimiques que la combustion des bougies. Lavoisier vérifia ces résultats, démontra de plus que tout l'oxygène absorbé ne se retrouve pas dans l'acide carbonique exhalé, et qu'une partie de ce gaz doit se transformer en eau. Enfin, assimilant en tout la respiration à la combustion, il admit que les matériaux du sang sont *brûlés* soit dans les poumons, soit dans l'ensemble des vaisseaux circulatoires, et qu'ils y développent la quantité de chaleur que leur carbone et leur hydrogène produiraient en se combinant directement avec l'oxygène. La machine animale lui parut soumise à l'action de trois régulateurs principaux : la respiration, qui, en brûlant le sang, développe la chaleur; la transpiration, qui est une cause de refroidissement; et enfin la digestion, qui répare continuellement les pertes continuelles de la respiration et de la transpiration.

Depuis cette époque, la théorie de Lavoisier a été développée par un grand nombre d'expérimentateurs. Comme nous

n'avons point à faire l'historique de cette question, nous nous contenterons de citer les travaux les plus récents et les plus exacts.

ÉTUDE CHIMIQUE DE LA RESPIRATION. — MM. Regnault et Reiset plaçaient des animaux sous une cloche en verre contenant une quantité restreinte d'air. Une dissolution de potasse absorbait l'acide carbonique aussitôt qu'il se produisait et l'oxygène se renouvelait continuellement, à mesure qu'il était transformé. De cette façon la composition de l'air restait constante, et l'animal, maintenu dans ses conditions habituelles d'existence, pouvait demeurer plusieurs jours sous la cloche avec une provision suffisante de nourriture. L'analyse des produits gazeux a donné les résultats suivants :

1°. Tout animal transforme en acide carbonique une portion d'autant plus considérable de l'oxygène absorbé, que son régime est plus végétal. Quelquefois l'acide carbonique expiré contient la totalité de l'oxygène absorbé ; et enfin, dans des cas très-rares, il y a plus d'acide carbonique exhalé qu'il ne peut s'en former avec l'oxygène emprunté à l'atmosphère ; l'excès doit évidemment provenir de la combinaison directe de l'oxygène et du carbone contenus dans les aliments.

2°. Puisqu'en général une portion seulement de l'oxygène se retrouve dans l'acide carbonique, une autre partie a dû être employée soit à faire de l'eau, soit à transformer les aliments en produits plus oxygénés, urée, acide urique, etc. Cette partie est d'autant plus considérable, que l'animal mange plus de viande ou de graisse.

3° A l'état de santé, l'animal restitue à l'atmosphère une faible quantité d'azote provenant de sa substance propre. Le poids de cet azote est généralement plus petit que le centième de celui de l'oxygène absorbé. Si l'animal est malade ou privé de nourriture, il absorbe de l'azote au lieu d'en exhaler.

Toutes ces conclusions sont confirmées par un mode d'expérimentation tout différent que l'on doit à M. Boussingault, et qui consiste à soumettre un animal à une ration telle, qu'il ne gagne ou ne perde aucun poids ; à faire l'analyse exacte de *tout* ce qu'il mange, celle de *tout* ce qu'il rejette en excréments, et à chercher la différence entre les matières ingérées

et les matières rejetées. Les expériences ont été faites sur un cheval, une vache et une tourterelle. Elles ont montré que ces animaux avaient perdu et rendu à l'atmosphère, par les voies aériennes : 1° du carbone transformé en acide carbonique; 2° de l'hydrogène probablement à l'état d'eau; 3° de l'azote qui devait être libre.

SIÉGE DES COMBUSTIONS. — On s'est demandé ensuite dans quelles parties de l'organisme se fait la combustion des principes du sang. Lavoisier inclinait à penser qu'elle a lieu dans les poumons mêmes. Si cette hypothèse était vraie, le poumon devrait s'échauffer au point d'être altéré, et le sang artériel avoir sur le sang veineux un excès de température qui n'existe pas. Lagrange supposa que cette combustion se fait dans les canaux circulatoires, et surtout dans les capillaires généraux; Spallanzani confirma cette idée en montrant que des grenouilles exhalent de l'acide carbonique dans l'hydrogène longtemps après qu'elles ont cessé d'aspirer de l'oxygène; Edwards enfin confirma ces vues en répétant et généralisant les expériences de Spallanzani. Voici comment il expliqua la respiration : L'oxygène et l'azote de l'air traversent la plèvre et pénètrent dans le poumon par endosmose. Tous deux se dissolvent dans le sang, le dernier en petite quantité, le premier très-abondamment en y formant probablement une combinaison peu stable. Saturé ainsi d'oxygène et d'azote, et devenu rutilant, le sang arrive au cœur, est lancé dans la circulation générale, s'y brûle peu à peu et se charge d'acide carbonique et d'eau en prenant une teinte foncée. Dans cet état, il revient au poumon, perd par exosmose l'acide carbonique et l'eau qui se sont formés, ainsi que l'azote qui avait été entraîné, et il remplace ces gaz par une nouvelle proportion d'oxygène et d'azote avant de recommencer le même trajet.

M. Magnus a confirmé cette théorie en montrant que le sang contient toujours en dissolution de l'azote, de l'oxygène et de l'acide carbonique, et que ces deux derniers gaz varient en proportion inverse, l'oxygène dominant dans le sang artériel et l'acide carbonique dans le sang veineux.

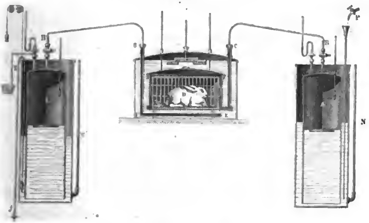
NATURE DES ACTIONS CHIMIQUES. — Il faut enfin chercher à se rendre compte des transformations que les aliments éprouvent

dans l'économie. Ils contiennent de l'oxygène, du carbone, de l'hydrogène et de l'azote, engagés dans des combinaisons extrêmement diverses. Leur état chimique subit une première transformation dans les appareils digestifs, où ils se séparent en deux parties, l'une qui passe dans la circulation, l'autre qui est rejetée sous forme d'excrémems, toutes deux constituées par des principes ternaires immédiats différents de ceux qui avaient été ingérés. Ceux de ces principes qui entrent dans les canaux circulatoires et renouvellent le sang, s'oxydent ensuite sous l'influence de l'air : les uns pour se transformer en urée, acide urique, acide hydrotique, etc., et être rejetés soit dans les urines, soit par la peau, soit par toutes les glandes sécrétoires; les autres pour se brûler entièrement, donner de l'acide carbonique, de l'eau et de l'azote, et être exhalés par les surfaces respiratoires. Il y a donc pendant la vie d'un animal une multitude d'actions physiques ou chimiques provenant de la digestion, de la respiration ou de l'évaporation, et comme chacune d'elles développe ou absorbe de la chaleur, la somme algébrique des calories dégagées pendant toutes ces transformations doit être égale à la chaleur totale développée par l'animal. On pourrait donc calculer celle-ci si on connaissait toutes les actions chimiques qui s'accomplissent et toutes les chaleurs qu'elles développent : c'est le problème que Lavoisier s'est posé. Nous allons voir jusqu'à quel point on a pu le résoudre.

MESURE DE LA CHALEUR ANIMALE. — Lavoisier ayant choisi deux cochons d'Inde de même poids et sensiblement identiques, plaça l'un dans une cloche dont on renouvelait l'air, et l'autre dans le calorimètre à glace. Ces deux animaux ayant demeuré en expérience pendant dix heures, le premier avait brûlé $3^{gr},333$ de charbon, ce qui aurait produit, si ce carbone avait été libre, assez de chaleur pour fondre $326^{gr},75$ de glace; le second en avait fondu réellement $407^{gr},27$; mais comme il s'était refroidi, Lavoisier estima qu'il fallait réduire ce nombre à 341 grammes. Il en conclut que la chaleur développée par un animal est sensiblement égale à celle que l'on produirait en brûlant dans l'oxygène la quantité de charbon que cet animal transforme en acide carbonique.

On peut tout d'abord faire à cette expérience deux objections : la première, que les deux animaux comparés n'étaient point identiques; la deuxième, qu'il n'a pas été tenu compte de l'hydrogène brûlé. C'est pour lever ces objections que MM. Despretz et Dulong reprirent les expériences de Lavoisier à peu près en même temps et avec des appareils presque identiques; la *fig.* 404 représente celui de Dulong. Un

Fig. 404.



animal était placé en D dans une caisse entourée d'eau qui faisait fonction de calorimètre et permettait de mesurer la chaleur cédée. Un courant d'air pur fourni par un gazomètre A traversait la caisse et se recueillait dans un deuxième gazomètre I. On pouvait conséquemment mesurer la quantité d'oxygène absorbée et celle d'acide carbonique produite. On retranchait de cet oxygène total celui que l'acide carbonique contenait, et l'on admit que la différence exprimait l'oxygène employé à brûler l'hydrogène et à faire de l'eau.

On calcula ensuite les chaleurs qui seraient produites si on formait par combustion vive les mêmes quantités d'acide carbonique et d'eau avec du charbon et de l'hydrogène libres; on en fit la somme, et on la compara à la chaleur réellement produite par l'animal. Le rapport de la première à la dernière de ces quantités est en moyenne égal à 0,906 d'après Dulong, et à 0,923 d'après M. Despretz.

Ces résultats paraissent démontrer au premier abord que la chaleur dégagée par un animal est fournie à moins de $\frac{1}{10}$ par la combustion du charbon et de l'hydrogène. Malheureusement, les bases des expériences précédentes sont inadmissibles : 1° on néglige toutes les actions chimiques de la digestion ; 2° on ne tient aucun compte du froid qui se produit par l'évaporation ou par le dégagement de l'azote ; 3° on admet que tout l'oxygène qui ne se retrouve pas dans l'acide carbonique a été employé à former de l'eau, ce qui ne peut être vrai ; 4° on suppose que les principes du sang qui sont brûlés développent une quantité de chaleur égale à celle que leur carbone et leur hydrogène produiraient s'ils étaient libres, ce qui est faux.

On ne doit donc point considérer la théorie de Lavoisier comme justifiée par les expériences précédentes. Avant d'essayer de calculer la chaleur animale, il faudra commencer par se rendre un compte exact de toutes les actions qui se produisent dans l'économie, et par mesurer les chaleurs développées dans chacune d'elles. Alors seulement, on pourra faire la somme de ces chaleurs ; mais on est encore bien loin de pouvoir aborder fructueusement un problème aussi complexe.

ROLE DE LA CHALEUR DANS LES ACTIONS MÉCANIQUES.

CHALEUR CRÉÉE PAR LE TRAVAIL DÉTRUIT. — C'est un fait reconnu que dans les machines qui transmettent le mouvement, il existe des *résistances passives* provenant, soit du frottement, soit des réactions élastiques, et qui dépensent une partie du travail. Or, dans tous les points où ces résistances se produisent, il se développe de la chaleur. Nous allons spécialement insister sur ce phénomène et montrer, par quelques exemples, que *tout organe mécanique, solide, liquide ou gazeux, qui détruit du travail, crée de la chaleur.*

I. Rumford ayant fait tourner rapidement sur un coussinet de bronze une barre du même métal pesant 55 kilogrammes, il se fit, aux points de jonction de la pièce fixe avec la barre mobile, un frottement suffisant pour réduire le bronze en limaille. Une certaine quantité de travail mécanique était dépensée, et il se produisit en même temps une quantité corres-

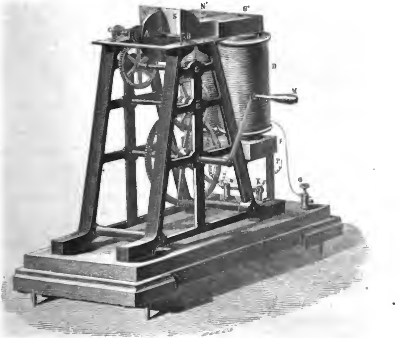
pondante de chaleur qu'on put recueillir dans une masse d'eau et qui fut trouvée égale à 1156 calories pour chaque gramme de limaille enlevée.

II. Si on dispose une roue à palettes dans un vase rempli d'eau ou de mercure, et qu'on la fasse tourner rapidement, le liquide oppose une résistance qui anéantit une partie du travail, et il s'échauffe d'autant plus, que cette dépense de travail est plus grande.

III. Quand, au moyen d'une pompe aspirante et foulante, on comprime un gaz quelconque dans un récipient entouré d'eau, il oppose au jeu du piston une résistance qui dépense du travail. D'autre part, il dégage de la chaleur qui échauffe l'eau.

IV. M. Foucault fit disposer, entre les pôles d'un électro-

Fig. 405.



aimant NSD, un disque de cuivre A que l'on peut faire tourner

rapidement au moyen d'une manivelle et d'engrenages multiples (*fig.* 405). Tant qu'un courant électrique ne circule pas dans les bobines, l'électro-aimant n'est que du fer doux. Dans ce cas, le mouvement du disque est produit sans fatigue et se continue pendant très-longtemps une fois qu'il est commencé; mais quand, à un moment donné, on fait passer un courant dans les bobines, le fer doux s'aimante instantanément et le mouvement du disque s'arrête aussitôt. Si on veut ensuite tourner la manivelle, on éprouve une résistance considérable, et il faut dépenser une grande quantité de travail pour continuer le mouvement. Les réactions électriques qui s'établissent entre l'aimant et le disque en mouvement, produisent donc ainsi le même effet qu'un frottement, qu'on fait naître ou qu'on supprime à volonté. Cela étant, on remarque que le disque tourne sans s'échauffer lorsque la résistance est nulle, et qu'il arrive peu à peu à 95 degrés quand elle existe.

D'après ces exemples, qu'il serait aisé de multiplier, nous admettrons la proposition énoncée précédemment, que tout organe mécanique, solide, liquide ou gazeux, qui détruit du travail mécanique, crée de la chaleur. Cela étant acquis, nous allons démontrer qu'inversement *tout organe mécanique, solide, liquide ou gazeux, qui crée du travail mécanique, détruit de la chaleur.*

TRAVAIL CRÉÉ PAR LA CHALEUR DÉTRUITE. — I. Si dans un réservoir plongé au milieu d'une masse d'eau on a comprimé de l'air jusqu'à 10 atmosphères et qu'on fasse ensuite agir cet air contre un piston chargé de poids, il le soulève et produit du travail mécanique; mais en même temps l'eau se refroidit, ce qui indique que le gaz dépense de la chaleur.

II. Dans une machine à haute pression, nous voyons d'abord que la vapeur chasse le piston et qu'elle crée du travail; mais en même temps elle entre dans le cylindre à 5 atmosphères par exemple, et elle en sort à 1 atmosphère. Elle possédait à son arrivée 653 calories de chaleur totale, elle n'en conserve plus que 637 à sa sortie; elle a donc perdu 16 calories dont on ne peut rendre compte et qui ont été anéanties. Conséquemment, à la création du travail correspond une destruction de chaleur.

III. Si la machine fonctionne avec détente et condensation, et que la vapeur passe par exemple de 5 atmosphères à $\frac{1}{4}$ d'atmosphère, elle perd la différence des chaleurs totales qu'elle possède à l'état initial et final, c'est-à-dire 653 — 619 ou 34 calories.

Voici de nouveaux exemples qui justifient à la fois les deux propositions énoncées :

IV. Quand on fait le vide dans une cloche, l'air intérieur chasse par son élasticité celui qui est au voisinage du conduit d'évacuation ; il produit un travail, et l'on sait qu'un thermomètre de Breguet accuse une perte de chaleur. Si ensuite on laisse rentrer l'air extérieur, il comprime le gaz resté dans la cloche qui lui oppose une résistance et annule sa vitesse ; alors il y a travail détruit, et l'on sait qu'il y a de la chaleur produite.

V. Dans l'expérience citée page 354, Gay-Lussac a montré qu'au moment où on réunit deux ballons dont l'un est vide et l'autre plein d'air, on observe une élévation de température dans le premier et un abaissement égal dans le second. Cela prouve que la même quantité de travail détruite ou créée est accompagnée d'une quantité égale de chaleur créée ou détruite.

VI. Si l'on allonge une lanière de caoutchouc en la tirant vivement par ses deux bouts, elle résiste, détruit du travail et elle s'échauffe, ce que l'on constate en l'appliquant sur les lèvres. Quand après l'avoir tenue pendant quelque temps dans cet état de tension, on la laisse se contracter par son élasticité, elle développe du travail et elle se refroidit.

Il existe donc une relation de concomitance bien certaine entre la production ou la destruction du travail, et la destruction ou la production de la chaleur ; quand l'un des phénomènes augmente ou diminue, l'autre varie dans le même sens, et enfin, pour mieux montrer leur corrélation, nous allons faire voir que *lorsqu'un corps solide, liquide ou gazeux éprouve des modifications de volume ou de pression sans qu'il y ait aucun travail mis en jeu, il n'y a aucune chaleur détruite ou créée.*

I. M. Joule plaça dans un calorimètre deux réservoirs en cuivre de volume égal pouvant se réunir par un tube de com-

munication. L'un contenait de l'air à 22 atmosphères, l'autre était vide. Quand on les mit en communication, tous deux se mirent en équilibre de pression à 11 atmosphères; mais le gaz en se détendant n'ayant produit aucun travail, il n'y eut aucune variation de température. Si au contraire le second réservoir est plein d'eau, et que l'air en y entrant soit obligé de la chasser et de produire un travail, la température s'abaisse et il y a destruction de chaleur.

II. Lorsqu'on fait arriver un poids P de vapeur, d'une chaudière qui l'engendre, d'abord dans le cylindre d'une machine, après avoir ôté le piston, et ensuite dans un condenseur, elle ne produit aucun travail et elle cède à l'eau *toute* la chaleur qu'il a fallu lui donner pour la former; mais si on recommence la même expérience en rétablissant le piston et le travail de la machine, une partie de cette chaleur est annulée.

LA CHALEUR SE TRANSFORME EN TRAVAIL, ET RÉCIPROQUEMENT. — Jusqu'à présent nous n'avons fait que constater expérimentalement une relation de concomitance entre le travail perdu ou créé et la chaleur créée ou perdue. M. Mayer d'Helbroon a été plus loin : il a supposé une relation de causalité réciproque entre ces deux phénomènes et a admis : 1° que le travail détruit se transforme en chaleur; 2° que la chaleur détruite se transforme en travail. Ici nous entrons dans le domaine de la théorie.

Il faut d'abord remarquer que cette idée de transformation réciproque n'a rien que de très-rationnel. Nous avons précédemment admis que les radiations calorifiques sont des vibrations de l'éther, lesquelles se transforment, quand elles pénètrent dans les corps, en d'autres vibrations auxquelles prennent part les molécules pondérables, qui se font dans des conditions inconnues et qui constituent la chaleur statique. La quantité de cette chaleur qu'un corps absorbe peut donc être considérée comme une somme de forces vives, et si l'on dit qu'elle se transforme en travail mécanique ou inversement, c'est dire que cette somme de forces vives d'une infinité de molécules se transporte aux mouvements d'ensemble d'un organe mécanique ou inversement.

Les exemples précédents montrent que cette transformation

s'accomplit par l'effet d'agents ou de phénomènes intermédiaires : par des résistances, par l'élasticité des corps solides, liquides ou gazeux, ou par des réactions électriques. Mais comme aucune force ne se crée ou ne se perd, et que la transformation qui nous occupe n'est qu'une extension du théorème des forces vives, il faut de toute nécessité que le rapport entre la quantité de travail et la quantité de chaleur qui se correspondent, soit indépendant des corps particuliers et de la nature des phénomènes intermédiaires par lesquels la transformation s'effectue. Il faut par conséquent que pour une calorie détruite ou créée il y ait un nombre constant de kilogrammètres créés ou détruits. Ce nombre est ce que l'on nomme *l'équivalent mécanique de la chaleur*.

Nous allons donc chercher si, conformément à la théorie, ce nombre est réellement constant et indépendant de la nature des phénomènes transitoires, ainsi que des agents de la transformation. Les expériences suivantes sont dues à M. Joule.

MESURE DE L'ÉQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CHALEUR. — I. On comprime de l'air au moyen d'une pompe foulante dans un récipient. Cette pompe et ce récipient sont plongés dans un vase plein d'eau. Après 300 coups de piston, le gaz ayant atteint 22 atmosphères, on mesure, avec les précautions convenables, la chaleur C cédée à l'eau. Cette chaleur provient de la compression du gaz et du frottement produit dans la pompe. Pour évaluer cette dernière influence, on recommence l'expérience dans les mêmes conditions, mais en laissant le récipient ouvert : alors l'air ne se comprime pas, et 300 nouveaux coups de piston développent C' calories. Par conséquent, C — C' exprime la chaleur créée par la compression du gaz.

Pour calculer le travail dépensé, il faut remarquer qu'à chaque coup de piston la pression augmente d'une quantité constante dans le récipient et exerce sous le piston des efforts que l'on peut représenter par P, $P+\alpha$, $P+2\alpha, \ldots, P_1$. Si l'on désigne par l la course de ce piston, la somme de travail dépensé sera

$$T = Pl + (P+\alpha)l + \ldots + P_1 l, \quad \text{ou} \quad T = 300\frac{(P+P_1)l}{2}.$$

On a trouvé, pour la valeur de l'équivalent mécanique E,

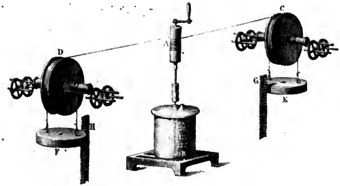
$$E = \frac{T}{C - C'} = 444 \text{ kilogrammètres.}$$

II. Sous une cloche pleine d'eau, on laisse dégager de l'air qui était comprimé à 20 atmosphères dans un récipient. On mesure le travail employé à déplacer l'eau et la chaleur que ce liquide a gagnée. M. Joule a trouvé par cette méthode les nombres suivants :

$$451^{km}, \quad 447^{km}, \quad 418^{km}.$$

III. Un calorimètre plein d'eau ou de mercure contient une roue à palettes mobile autour d'un axe AB (*fig.* 406); elle est

Fig. 406.



mise en mouvement au moyen d'un double cordon qui passe sur deux poulies C et D, et ces poulies sont sollicitées par deux poids E et F qui tombent d'une hauteur mesurée par des règles G et H. On répète vingt fois l'opération.

La chaleur produite se mesure par les méthodes calorimétriques ordinaires. Quant au travail détruit par la résistance du liquide, il est égal au travail total P*h* que l'on obtient en multipliant les deux poids par la hauteur qu'ils parcourent, diminué du travail *ph* qui est perdu par les frottements de l'appareil et qui se mesure en réunissant les poulies C et D par le cordon CD, sans le faire passer sur A, et en cherchant le poids *p*

qui suffit pour leur communiquer un mouvement uniforme. Cette expérience a donné :

Avec l'eau................. $E = 430^{km}$,
Avec le mercure........... $E = 432^{km}$.

IV. L'appareil restant le même, on a remplacé la roue à palettes par un disque de fonte tournant sur un plan fixe et l'on a trouvé

$$E = 432^{km}.$$

Tous les résultats de ces expériences très-diverses étant compris entre 450 et 430, on a conclu, conformément aux prévisions de la nouvelle théorie, qu'un travail de 440 kilogrammètres peut se transformer en une calorie ou inversement. Nous devons dire toutefois que les mesures précédentes ne sont point à l'abri de causes d'erreur et qu'il ne faut point considérer l'équivalent 440 comme définitif. Nous devons dire encore que M. Regnault, par des expériences jusqu'à présent inédites, a reconnu que cet équivalent n'est absolument constant que si l'intermédiaire de la transformation est un gaz qui suive la loi de Mariotte, et qu'il varie de $\frac{1}{5}$ de sa valeur quand on remplace ce gaz par un autre qui soit voisin de son point de liquéfaction.

La loi de l'équivalence de la chaleur et du travail est donc probablement vraie; mais, comme toutes les lois physiques, elle est soumise à des perturbations. Elle ne pourrait se vérifier exactement que dans les cas où la chaleur se transformerait totalement en travail, sans qu'une partie fût employée à produire d'autres actions; ces cas doivent être extrêmement rares. En attendant que des expériences plus nombreuses et plus précises aient complété cette théorie encore imparfaite, elle a déjà conduit à des conséquences importantes, que nous allons indiquer.

CONSÉQUENCES. — Dans une machine à haute pression, un kilogramme de vapeur passant de 5 à 1 atmosphère perd 16 calories; il peut donc produire un travail égal à 16×440 kilogrammètres. Comme il contient à l'origine 653 calories, le rapport de la chaleur utilisée par la machine à la chaleur to-

tale qu'elle dépense, est $\frac{16}{653} = 0,03$, et la proportion de chaleur qui est inutile est 0,97.

Si la machine fonctionne à 5 atmosphères et avec condensation jusqu'à $\frac{1}{4}$ d'atmosphère, elle utilise 34 calories sur 653. Son effet utile est $\frac{34}{653} = 0,05$.

Cela montre combien ces machines sont peu économiques, puisqu'elles perdent absolument toute la chaleur contenue dans la vapeur qui sort du cylindre, laquelle est énorme, et qu'elles utilisent seulement le nombre de calories que perd cette vapeur pour passer de l'état où elle est quand elle entre dans le cylindre à celui où elle se trouve quand elle en sort; or ce nombre de calories est très-faible.

On a cherché à diminuer cette perte en combinant deux liquides inégalement volatils. La vapeur d'eau produite comme à l'ordinaire fonctionne dans une première machine à basse pression, mais au lieu de se liquéfier dans un condenseur à eau, elle passe dans un second liquide, tel que l'éther, le chloroforme ou le sulfure de carbone; là elle cède sa chaleur latente que les machines ordinaires perdent, et produit une seconde vapeur qui fonctionne dans un second cylindre au sortir duquel elle est condensée. Théoriquement, ces machines promettent une grande économie de combustible qu'elles réalisent en effet; mais l'emploi des liquides précédents entraîne des dangers d'incendie et de graves inconvénients, par suite de leur odeur ou de leur action sur la respiration.

ACOUSTIQUE.

CINQUANTE-SIXIÈME LEÇON.

DE L'ÉVALUATION NUMÉRIQUE DES SONS.

Mesure du nombre des vibrations. — Sirène. — Roue dentée. — Méthode graphique. — Accords musicaux. — Unisson. — Accords harmoniques. — Accords multiples. — Gamme. — Dièses et bémols. — Tempérament. — Diapason. — Limites des sons perceptibles.

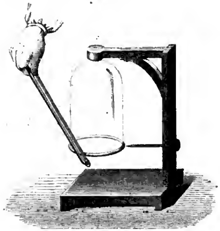
On appelle *son* l'impression que perçoit l'oreille. L'*acoustique* est la science qui s'occupe de la comparaison, de la production, de la propagation et de la perception des sons.

L'origine première de tous les sons est une série de mouvements alternatifs, mais quelconques, reproduits à des intervalles égaux et très-rapprochés par les molécules d'un corps solide, liquide ou gazeux. C'est ce que nous allons montrer par quelques exemples.

Une corde tendue fixée par ses deux bouts, une verge serrée dans un étau, une plaque élastique encastrée par quelques-uns de ses points, rendent des sons quand on les abandonne à elles-mêmes après les avoir écartées de leur position d'équilibre. A ce moment elles exécutent des mouvements périodiques déterminés par leur élasticité et que l'on constate, soit en observant que les contours sont devenus doubles, parce que l'œil voit à la fois les positions extrêmes qu'ils occupent; soit en remarquant que ces corps impriment des mouvements très-vifs à des chevalets de papier qu'on pose sur les cordes ou les verges, ou a des grains de sable qu'on sème sur les plaques. Une cloche fixée qu'on ébranle au moyen d'un ar-

chet (*fig.* 407), vient périodiquement frapper une pointe pla-

Fig. 407.



cée à une petite distance de sa surface extérieure, et un timbre qui résonne (*fig.* 408) communique des soubresauts très-vifs à une bille placée dans son intérieur.

Fig. 408.



Dans ces divers exemples, qu'il serait aisé, mais qu'il est inutile de multiplier, c'est l'élasticité des corps sonores qui détermine leurs mouvements périodiques; mais on peut aussi produire des sons par des actions mécaniques répétées à de très-petits intervalles : par une carte flexible que l'on appuie sur le contour d'une roue dentée en mouvement et qui s'abaisse ou se relève quand une dent la rencontre ou la quitte; par un courant de gaz ou de liquide dirigé normalement contre un disque tournant

percé de trous et qui passe ou est intercepté alternativement; par la rotation dans l'air d'un corps dissymétrique, etc., etc.

A la vérité, on peut développer des sons par des mouvements qui paraissent continus : c'est ce qui arrive quand un jet de gaz vient se briser contre un biseau, comme dans le sifflet ordinaire. Mais, dans ce cas, le jet se partage en deux autres : l'un qui pénètre dans le sifflet, l'autre qui s'échappe dans l'atmosphère; le premier comprime tout d'abord la tranche d'air intérieur qui est voisine du biseau et qui, réagissant ensuite par son élasticité, s'oppose à une nouvelle entrée de gaz jusqu'au moment où elle a transmis sa pression aux couches qui la suivent. Il y a donc des alternatives périodiques dans le mouvement gazeux, et c'est ce qui détermine le son.

Du moment que le son est produit par les déplacements successifs des molécules d'un corps, il est clair qu'il ne peut se transmettre à l'oreille que par un intermédiaire élastique capable de communiquer le mouvement de proche en proche. Le plus souvent cet intermédiaire est l'air. On le démontre en suspendant par un fil de soie ou de lin, dans un ballon vide (*fig.* 409), une petite clochette que l'on fait sonner en agitant l'appareil. Le son est intercepté tant que le ballon est vide, mais il est transmis, et l'oreille le perçoit, si l'on rétablit la continuité entre le corps sonore et cet organe, soit en laissant rentrer l'air, soit en remplissant le ballon avec un liquide, soit en soutenant la clochette par un fil élastique continu.

Fig. 409.



On voit donc que les solides, les liquides et les gaz ont la propriété de transmettre le son, et on s'en rend compte en remarquant que chaque mouvement du corps sonore détermine dans le milieu ambiant des condensations suivies de dilatations qui se propagent en se poursuivant. On nomme généralement *vibration simple* tout mouvement propulsif ou appulsif qui comprime ou dilate l'air, et *vibration double* l'ensemble de l'aller et du retour du corps sonore qui détermine une condensation et la dilatation qui la suit.

QUALITÉS DU SON. — Les impressions perçues par l'oreille varient à l'infini.

1°. Il y en a qui sont brusques, pour ainsi dire instantanées et que l'on nomme *bruits;* d'autres sont prolongées et mélodieuses : ce sont les *sons musicaux*. Mais les bruits ne diffèrent des sons que par leur durée qui est plus courte, et Savart a démontré qu'ils ont entre eux les mêmes relations de hauteur que les notes de la musique. Parmi diverses expériences, nous choisirons la suivante qui est très-saisissante. On prend sept lames de bois dur, de même épaisseur et de même largeur, mais dont les longueurs décroissent de l'une à l'autre suivant une loi que nous étudierons bientôt. Quand on laisse tomber l'une d'elles sur le sol, elle donne un bruit qui paraît n'avoir aucun caractère musical; mais lorsqu'on les jette l'une après l'autre suivant l'ordre de leurs grandeurs décroissantes, on obtient les notes de la gamme naturelle. On raconte que Pythagore avait observé par hasard quatre marteaux de grandeurs déterminées et différentes qui donnaient l'accord parfait en frappant sur l'enclume.

2°. On ne confond point les sons donnés par divers instruments de musique lors même qu'ils sont à l'unisson. Ils se distinguent par une qualité originelle qui se nomme le *timbre*, qualité que l'oreille apprécie nettement, mais dont la cause est peu connue. Suivant toute probabilité, le timbre doit varier quand plusieurs vibrations de périodicité différente superposent leurs actions. Il doit varier aussi quand les lois mêmes de ces vibrations changent : par exemple, deux roues qui tournent d'un mouvement commun et qui ont le même nombre de dents donnent, en choquant une carte, des sons qui ont la même hauteur, mais un timbre différent, si le rapport des épaisseurs des dents aux vides qui les séparent est inégal, c'est-à-dire si les impulsions et les raréfactions imprimées à l'air ne durent pas le même temps.

3°. A mesure que l'on s'approche ou que l'on s'éloigne d'un corps vibrant, le son que l'on perçoit devient plus ou moins fort. On dit qu'il a une *intensité* plus ou moins grande. Toutes choses égales d'ailleurs, nous admettrons que cette intensité est proportionnelle à la force vive des mouvements communiqués à l'oreille.

4°. Enfin il existe une quatrième et dernière qualité des sons, c'est leur *hauteur musicale*. Or, toutes les expériences ayant prouvé qu'une note est d'autant plus élevée qu'elle résulte de vibrations plus rapides, nous sommes conduits, pour apprécier la hauteur des sons, à mesurer le nombre de vibrations qu'un corps sonore donné effectue pendant l'unité de temps. C'est à quoi l'on parvient au moyen des appareils que nous allons décrire.

MESURE DU NOMBRE DES VIBRATIONS.

SIRÈNE. — La sirène, imaginée par M. Cagniard de Latour, est représentée dans les *fig.* 410, 411, 412. Un tambour cylindrique DBB′ dans lequel on insuffle de l'air par un tuyau D, est

Fig. 410.

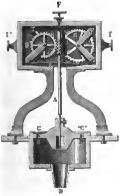


Fig. 411.

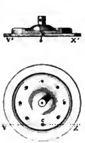
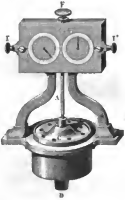


Fig. 412.



terminé par un disque supérieur plan BB′, percé sur sa circonférence d'un certain nombre de trous équidistants. Supposons qu'il y en ait 8. Un deuxième disque métallique CC′, placé au-dessus et très-près du premier, tourne autour d'un axe vertical AF; il est lui-même percé de 8 trous qui peuvent se placer en coïncidence ou en opposition avec ceux du disque fixe, et par conséquent laisser passer ou arrêter le courant d'air.

Si le plateau supérieur tourne rapidement, il ouvre et ferme alternativement 8 fois les conduits pendant un tour, et il y a 8 impulsions imprimées à l'air extérieur, séparées par 8 inter-

valles de repos. Par conséquent, il y a 8 vibrations doubles ou 16 vibrations simples par tour.

Afin de pouvoir faire tourner le plateau mobile par les impulsions du courant d'air lui-même, les orifices fixes et mobiles sont percés obliquement (*fig.* 411), les premiers *b* de la gauche vers la droite, les seconds *c* de la droite vers la gauche. De cette façon, le courant, obligé de changer sa direction brusquement, imprime de V' à X' une impulsion tangentielle au plateau supérieur qui prend une vitesse d'autant plus grande que la pression de l'air est plus forte dans le tambour.

Si l'on fait communiquer le tube D avec une soufflerie par l'intermédiaire d'un robinet, l'appareil se met à tourner avec une vitesse croissante et produit un son qui, d'abord très-grave, s'élève peu à peu jusqu'à cesser d'être perceptible quand les vibrations deviennent trop rapides. En réglant le robinet, on peut maintenir ce son à une hauteur constante, et comme il y a 16 vibrations par tour, il suffit de mesurer le nombre de tours effectués pendant une seconde pour pouvoir calculer le nombre de vibrations exécutées pendant ce temps.

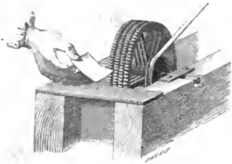
A cet effet, l'axe AF porte à sa partie supérieure une vis sans fin; elle engrène avec une roue dentée E qu'elle fait marcher d'une dent par tour, et dont les mouvements sont accusés par une aiguille mobile sur un cadran extérieur (*fig.* 412). Soit 100 le nombre total des dents de la roue et des divisions du cadran; chaque division correspond à 16 et chaque tour à 100×16 vibrations. Après que la roue E a fait un tour complet, un bras T vient rencontrer une deuxième roue dentée H et fait marcher d'une division l'aiguille qui lui correspond. Par conséquent, si pendant un temps T la deuxième aiguille a marché de n et la première de n' divisions, le nombre des vibrations est égal à $n \times 100 \times 16 + n' \times 16$.

Enfin tout le système du compteur est porté sur une plaque qu'on peut déplacer d'une petite quantité soit de I' vers I, ce qui fait engrener la roue E avec l'axe, soit de I vers I', ce qui la rend indépendante de la vis sans fin. Dès lors, pour faire une mesure, on commence par élever le son jusqu'à la hauteur voulue en réglant le robinet; et aussitôt qu'on y est parvenu on engrène la sirène et l'on met en marche les aiguilles d'un compteur à secondes; puis, après un temps suffisamment

long, on désengrène et l'on arrête le compteur. Cela donne à la fois le nombre des vibrations et le temps.

ROUE DENTÉE. — Savart a essayé de remplacer la sirène par une roue dentée qu'il mettait en mouvement avec une courroie enroulée sur un grand volant à manivelle (*fig.* 413 et 416). Une

Fig. 413.

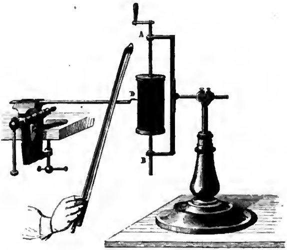


carte appuyée sur le contour de la roue produisait autant de vibrations doubles par tour qu'il y avait de dents, et le nombre des tours était mesuré par un compteur identique à celui de la sirène; mais la masse énorme des supports, la difficulté d'obtenir un mouvement régulier et la mauvaise qualité des sons que l'on obtient, rendent cet appareil coûteux, incommode, et peu propre à l'emploi qu'on en voulait faire.

MÉTHODE GRAPHIQUE. — On doit enfin à M. Duhamel une méthode générale beaucoup plus simple qui consiste à faire tracer par le corps sonore lui-même les vibrations qu'il exécute (*fig.* 414). A cet effet, il est muni d'un petit fil métallique D collé sur sa surface et dont la pointe appuie sur un cylindre en verre couvert de noir de fumée et porté sur une vis sans fin AB. Quand le corps ne vibre pas et qu'on fait tourner le cylindre, la pointe enlève le noir et décrit une hélice régulière et très-fine; quand il vibre, au contraire, l'hélice est tremblée, et chaque sinuosité correspondant à une oscillation, leur nombre est égal à celui des vibrations qui ont été produites pendant le temps de l'expérience.

Il ne faut pas chercher à entretenir les vibrations avec un

Fig. 414.

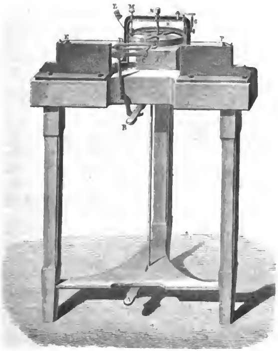


archet, parce que chaque coup successif de cet instrument détermine une perturbation vibratoire qui trouble la continuité de la courbe sinueuse; il faut laisser les vibrations se continuer d'elles-mêmes par l'effet de l'élasticité jusqu'au moment où elles cessent d'être perceptibles; et comme elles s'éteignent rapidement, l'expérience ne peut pas toujours être prolongée pendant un temps suffisant. Mais cette méthode est parfaite si l'on ne veut que trouver le rapport des nombres de vibrations données par un corps sonore et un diapason fixe. On dispose ces deux appareils l'un au-dessus de l'autre en face du même cylindre; chacun d'eux trace sa courbe, et l'on compte ensuite les sinuosités comprises entre deux génératrices du cylindre. S'il y en a n et n' pour les deux courbes, le rapport cherché est égal à $\frac{n}{n'}$. C'est ainsi qu'a opéré M. Wertheim au moyen de l'appareil suivant (*fig.* 415).

Le cylindre de verre est remplacé par une roue de bronze noircie R tournant autour d'un axe vertical N au moyen d'un mouvement d'horlogerie caché dans la boîte T. Vis-à-vis la

roue noircie se trouvent, 1° la corde EF, ou une verge, ou tout

Fig. 415.



autre corps sonore convenablement encastré dont on veut mesurer les vibrations; 2° un diapason normal D faisant 870 vibrations simples par seconde. Ces deux appareils portent tous deux une pointe métallique très-fine qui doit tracer leurs vibrations; mais ces pointes sont réglées à une distance déterminée de la roue, et pour qu'elles puissent s'appuyer sur elle et enlever le noir de fumée, il faut qu'on la rapproche au moment de l'observation.

A cet effet, il y a une pédale en A qui fait mouvoir la roue et tous ses supports autour d'un axe horizontal, et ce mouvement amène le contour noirci en contact avec les deux pointes. En même temps le jeu de cette pédale abaisse un levier BQC dont l'extrémité C écarte les branches du diapason qu'elle met

en vibration. Pour expérimenter, on commence par faire tourner la roue R; quand elle marche uniformément, on met la corde EF en vibration, puis on abaisse la pédale pendant un temps plus court que la durée d'un tour de roue. Alors le diapason s'ébranle, et en même temps la roue se met en contact avec les pointes qui dessinent les deux lignes sinueuses. Au moyen de la loupe L, on reconnaît ensuite que n vibrations de la corde correspondent à n' vibrations du diapason; et comme celui-ci en fait 870 par seconde, la corde en fait $\frac{n}{n'}870$.

ACCORDS MUSICAUX.

Maintenant que nous savons mesurer le nombre des vibrations effectuées par un corps sonore pendant un temps donné, nous allons chercher la relation qui existe entre la fréquence de ces vibrations et la hauteur des notes perçues par l'oreille.

ACCORDS SIMPLES. — Nous reconnaissons tout d'abord que des sons donnés par des instruments différents peuvent avoir une hauteur égale quel que soit leur timbre. On dit qu'ils sont à l'*unisson*. Je suppose que l'on prenne comme exemple la note du diapason ordinaire; on pourra la produire avec la sirène et avec une roue dentée en leur donnant des vitesses déterminées; avec des cordes, des verges et des plaques élastiques en les prenant de dimensions convenables, et il sera possible de mesurer, soit par des compteurs, soit par le procédé graphique, les nombres de vibrations effectuées pendant une seconde par tous ces appareils produisant des notes à l'unisson. Or, en faisant cette expérience, on trouve que ces nombres sont tous égaux et l'on en conclut cette loi fondamentale de l'acoustique :

Tous les sons de même hauteur, quel que soit le corps sonore qui les donne, correspondent à des nombres de vibrations égaux, et réciproquement.

Il suit de là qu'une note donnée est définie par le nombre n de vibrations qui lui correspondent, et peut être désignée par ce nombre n.

Lorsque l'on produit à la fois deux sons différents en hau-

teur, il arrive que cette superposition nous impressionne agréablement ou péniblement. Dans le premier cas, les deux sons forment un *accord consonnant* ou une *consonnance;* dans le second, une *dissonance* ou une *cacophonie.*

Il existe un nombre considérable d'accords différents les uns des autres; l'oreille a la faculté de les distinguer, de les comparer et de les classer. La musique n'a pu que les consacrer en les nommant, puisqu'ils répondent à une loi physiologique qu'elle ne pouvait enfreindre; mais l'acoustique a dû rechercher quelles relations doivent exister entre les nombres de vibrations des deux notes pour qu'elles produisent tel ou tel accord. Nous allons exposer les résultats des expériences qui ont été faites sur ce sujet.

Prenons comme exemple deux notes formant un accord bien connu et bien facile à apprécier, celui du *mi* à l'*ut* de la gamme naturelle; l'oreille nous apprend en premier lieu que cet accord peut exister avec le même caractère relatif entre deux notes ou très-graves ou très-hautes, et qu'il est conséquemment indépendant du nombre absolu des vibrations. Secondement, les mesures montrent que les nombres de vibrations sont en rapport constant et égal à $\frac{5}{4}$ toutes les fois que cet accord est réalisé, et réciproquement, que le même accord est constaté par l'oreille toutes les fois que ce rapport est égal à $\frac{5}{4}$. En généralisant cet exemple, on peut énoncer cette deuxième loi, tout aussi importante que la précédente :

Tout accord musical entre deux notes est défini et peut être exprimé par le rapport $\frac{n}{n'}$ des deux nombres de vibrations.

Lorsque le rapport $\frac{n}{n'}$ est égal à l'unité, les deux notes sont à l'unisson; s'il augmente progressivement, elles diffèrent de plus en plus en hauteur. *Leur intervalle musical* ne dépend pas des nombres absolus de vibrations, mais seulement de leur rapport.

Cela posé, il nous reste à chercher quelles sont les valeurs du rapport $\frac{n}{n'}$ qui déterminent des accords consonnants. Pour

cela, nous allons étudier les intervalles musicaux que l'expérience a fait reconnaître comme étant les plus agréables à l'oreille, c'est-à-dire l'octave, la quinte, la quarte et les tierces majeure ou mineure. Or on a trouvé :

	$\frac{n}{n'}$,
Octave	$\frac{2}{1}$,
Quinte	$\frac{3}{2}$,
Quarte	$\frac{4}{3}$,
Tierce majeure	$\frac{5}{4}$,
Tierce mineure	$\frac{6}{5}$.

En généralisant ces résultats, on arrive à cette troisième loi : *Si l'on superpose deux notes exprimées par deux termes de la série naturelle des nombres* 1, 2, 3, 4, 5, 6,..., *on formera un accord d'autant plus consonnant que ces nombres sont plus simples, et qui se transformera en dissonance d'autant plus désagréable qu'ils seront plus complexes.*

Les notes 1, 2, 3, 4,..., considérées relativement, se nomment en musique la *série des notes harmoniques*. Non-seulement elles donnent des accords consonnants, mais elles ont en outre une autre propriété qui permet, jusqu'à un certain point, d'expliquer leur effet physiologique ; elles sont produites à la fois par la plupart des corps sonores et se distinguent nettement quand on fait résonner des cloches ou des tam-tams. Or, si ces corps vibrent de manière à produire à la fois ces divers harmoniques, l'oreille qui possède une membrane tendue, le tympan, doit aussi, très-vraisemblablement, recevoir et rendre simultanément une série de sons 1, 2, 3,..., tandis qu'elle pourra éprouver des déchirements par une superposition de notes qui ne suivraient point cette loi. Que cette remarque soit ou non l'explication des consonnances, elle n'en constitue pas moins une curieuse analogie entre les harmoniques appré-

ciés par l'oreille et ceux qui sont engendrés simultanément par les corps élastiques.

ACCORDS MULTIPLES. — Il est maintenant facile de prévoir que trois, quatre, etc., notes, dont les nombres de vibrations sont en rapport simple, et qui, prises deux à deux, produiraient une sensation harmonieuse, devront donner un accord multiple consonnant si on les superpose. C'est en effet ce qui arrive. Parmi les exemples que l'on pourrait citer, les plus remarquables sont fournis par les sons 4, 5, 6, ou 10, 12, 15. Les trois premiers donnent, quand on les compare deux à deux, les rapports $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{3}{2}$ et constituent par l'assemblage de ces trois intervalles consonnants ce que l'on nomme l'*accord parfait majeur*. Les trois autres notes 10, 12, 15, qui présentent les rapports $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ et qui ne diffèrent des précédents que par l'ordre des deux premiers intervalles, forment l'*accord parfait mineur*. La dénomination de ces accords triples montre assez combien leur effet est agréable à l'oreille. En multipliant les notes précédentes par 2, 3, 4, etc., et en classant les produits obtenus par ordre de grandeur, on forme une suite d'accords parfaits, majeurs ou mineurs, dont toutes les notes prises deux à deux sont consonnantes :

$$4,\quad 5,\quad 6,\quad 8,\quad 10,\quad 12,\quad 15,\quad 18,\ldots,$$
$$10,\quad 12,\quad 15,\quad 20,\quad 24,\quad 30,\quad 36,\quad 45,\ldots.$$

GAMME. — Nous connaissons maintenant la condition à laquelle deux ou plusieurs sons doivent satisfaire pour que leur superposition produise des accords. Il est clair que la musique, obligée de soumettre ses combinaisons à ces lois harmoniques sous peine de manquer son but, a dû adopter une échelle de sons qui permette de réaliser tous les intervalles consonnants. Cette échelle se nomme la *gamme*, elle est composée de sept notes dont voici les noms et les nombres de vibrations comparés à celui de la première :

ut,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	*ut*₁,
1,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{5}{4}$,	$\frac{4}{3}$,	$\frac{3}{2}$,	$\frac{5}{3}$,	$\frac{15}{8}$,	2.

Cette gamme se continue par une seconde, une troisième, etc., commençant toutes par l'*ut* qui finit la précédente. Chacune se compose des mêmes séries de notes échelonnées dans le même rapport et que l'on distingue par un indice qui marque le rang de la gamme. Ainsi l'on écrit ut_2, $ré_2$, ..., pour la seconde; ut_3, $ré_3$, ..., pour la troisième, etc. De même on prolonge la série des notes en sens inverse par d'autres gammes descendantes affectées d'indices négatifs qui expriment leur rang de précession.

On a beaucoup discuté pour savoir quelles sont les raisons qui à l'origine ont fait imaginer cette gamme. Il est probable que le sentiment musical a eu plus de part que les considérations théoriques dans cette invention. Sans vouloir discuter ce point d'érudition musicale, nous ferons remarquer que les harmoniques

$$8,\quad 9,\quad 10,\quad 11,\quad 12,\quad 13,\quad 14,\quad 15,\quad 16$$

donnent les rapports

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{11}{8},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{13}{8},\quad \frac{7}{4},\quad \frac{15}{8},\quad \frac{1}{2}$$

et expriment les notes

ut, *ré*, *mi*, —, *sol*, —, —, *si*, ut_2

entre lesquelles il suffirait d'intercaler le *fa* et le *la* qui diffèrent peu, le *fa* de $\frac{11}{8}$ et le *la* de $\frac{13}{8}$ et de $\frac{7}{4}$.

La seule chose que nous devions faire est d'accepter la gamme comme fait et de montrer qu'en combinant un des sons qui la composent avec ceux qui le précèdent de un, deux, trois, ..., rangs, on obtient précisément les rapports harmoniques de vibrations qui sont les plus agréables à l'oreille. Ce sera justifier la gamme *à posteriori*. Voici d'abord le tableau de ces rapports :

Valeurs des intervalles musicaux.

SECONDES.	TIERCES.	QUARTES.	QUINTES.	SIXTES.	SEPTIÈMES.
$\frac{\text{ré}}{\text{ut}}\ \frac{9}{8}$	$\frac{\text{mi}}{\text{ut}}\ \frac{5}{4}$	$\frac{\text{fa}}{\text{ut}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{sol}}{\text{ut}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{la}}{\text{ut}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{si}}{\text{ut}}\ \frac{15}{8}$
$\frac{\text{mi}}{\text{ré}}\ \frac{10}{9}=\frac{9}{8}\frac{80}{81}$	$\frac{\text{fa}}{\text{ré}}\ \frac{6}{5}\frac{80}{81}=\frac{5}{4}\frac{80}{81}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{sol}}{\text{ré}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{la}}{\text{ré}}\ \frac{3}{2}\frac{80}{81}$	$\frac{\text{si}}{\text{ré}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{ré}}\ \frac{9}{5}\frac{80}{81}=\frac{15}{8}\frac{80}{81}\frac{24}{25}$
$\frac{\text{fa}}{\text{mi}}\ \frac{16}{15}=\frac{9}{8}\frac{80}{81}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{sol}}{\text{mi}}\ \frac{6}{5}=\frac{5}{4}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{la}}{\text{mi}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{si}}{\text{mi}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{mi}}\ \frac{8}{5}=\frac{5}{3}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{mi}}\ \frac{9}{5}=\frac{15}{8}\frac{24}{25}$
$\frac{\text{sol}}{\text{fa}}\ \frac{9}{8}$	$\frac{\text{la}}{\text{fa}}\ \frac{5}{4}$	$\frac{\text{si}}{\text{fa}}\ \frac{4}{3}\frac{25}{24}\frac{81}{80}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{fa}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{fa}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{fa}}\ \frac{15}{8}$
$\frac{\text{la}}{\text{sol}}\ \frac{10}{9}=\frac{9}{8}\frac{80}{81}$	$\frac{\text{si}}{\text{sol}}\ \frac{5}{4}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{sol}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{sol}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{sol}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{fa}_2}{\text{sol}}\ \frac{9}{5}\frac{80}{81}=\frac{15}{8}\frac{80}{81}\frac{24}{25}$
$\frac{\text{si}}{\text{la}}\ \frac{9}{8}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{la}}\ \frac{6}{5}=\frac{5}{4}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{la}}\ \frac{4}{3}\frac{81}{80}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{la}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{fa}_2}{\text{la}}\ \frac{8}{5}=\frac{5}{3}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{sol}_2}{\text{la}}\ \frac{9}{5}=\frac{15}{8}\frac{24}{25}$
$\frac{\text{ut}_2}{\text{si}}\ \frac{16}{15}=\frac{9}{8}\frac{80}{81}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{si}}\ \frac{6}{5}=\frac{5}{4}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{si}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{fa}_2}{\text{si}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{sol}_2}{\text{si}}\ \frac{8}{5}=\frac{5}{3}\frac{24}{25}$	$\frac{\text{la}_2}{\text{si}}\ \frac{9}{5}\frac{80}{81}$

Voici maintenant les remarques que l'on peut faire sur ces résultats :

Les intervalles de *seconde*, c'est-à-dire d'une note à la précédente, ont trois valeurs différentes : la première $\frac{9}{8}$ se nomme *ton majeur;* la seconde $\frac{10}{9}=\frac{9}{8}\frac{80}{81}$ est le *ton mineur,* qui diffère du précédent d'une quantité si petite, que l'oreille ne l'apprécie pas, que l'on considère comme négligeable et que l'on appelle *comma;* la troisième $\frac{16}{15}$, qui est égal à $\frac{10}{9}$ multiplié par $\frac{24}{25}$, est ce qu'on nomme le *demi-ton majeur;* et comme $\frac{16}{15}\times\frac{25}{24}=\frac{10}{9}$, cela veut dire qu'un ton $\frac{10}{9}$ peut se partager en deux intervalles, l'un $\frac{16}{15}$, qui est le demi-ton majeur, l'autre $\frac{25}{24}$, qui est un peu plus petit et qui est le *demi-ton mineur :* c'est le plus petit des intervalles que l'on considère en musique.

On voit par le tableau que la gamme est la succession de deux tons, d'un demi-ton, de trois tons et d'un demi-ton.

Les *tierces* sont de deux sortes à un comma près : les unes égales à $\frac{5}{4}$ sont majeures; les autres $\frac{6}{5}=\frac{5}{4}\cdot\frac{24}{25}$ sont mineures; celles-ci sont égales à celles-là multipliées par $\frac{24}{25}$ ou affaiblies d'un demi-ton mineur.

Toutes les *quartes* sont égales à $\frac{4}{3}$, excepté $\frac{si}{fa}$, qui est augmenté d'un demi-ton mineur $\frac{25}{24}$.

A une seule près qui ne diffère des autres que d'un comma, toutes les *quintes* sont égales à $\frac{3}{2}$. De même les *sixtes* et les *septièmes* sont majeures et égales à $\frac{5}{3}$ et à $\frac{15}{8}$, ou mineures, c'est-à-dire diminuées d'un demi-ton $\frac{25}{24}$.

Enfin les *octaves* sont toutes égales entre elles et à 2.

On voit en résumé que, prises deux à deux, les notes de la gamme offrent les rapports de vibration suivants :

$$\frac{2}{1},\ \frac{15}{8},\ \frac{9}{5},\ \frac{8}{5},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{3},\ \frac{5}{4},\ \frac{6}{5},\ \frac{9}{8},\ \frac{10}{9},\ \frac{16}{15},\ \frac{25}{24};$$

elles permettent de réaliser toutes les combinaisons en rapport simple que l'on peut former avec les harmoniques

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ -8,\ 9,\ 10,\ -15,\ 16,\ -24,\ 25;$$

la gamme est donc très-heureusement combinée pour reproduire la plupart des intervalles consonnants.

DIÈSES ET BÉMOLS. — On a imaginé d'augmenter encore les ressources de la musique en surélevant ou en abaissant momentanément d'un demi-ton mineur toutes les notes de la gamme, c'est-à-dire en les multipliant par $\frac{25}{24}$ ou par $\frac{24}{25}$: c'est ce qu'on appelle les *diéser* ou les *bémoliser*; nous allons voir les avantages qui résultent de cette opération.

Si on considère un accord formé par deux notes et si on dièse la plus grave ou qu'on bémolise la plus aiguë, leur intervalle est diminué d'un demi-ton mineur, et le rapport de leurs nombres de vibrations est multiplié par $\frac{24}{25}$. Alors :

1°. Les tierces, quartes, sixtes et septièmes majeures deviennent mineures;

2°. Un ton majeur $\frac{9}{8}$ se réduit à $\frac{9}{8}\,\frac{24}{25}=\frac{27}{25}=\frac{16}{15}\times\frac{81}{80}$, et un ton mineur $\frac{10}{9}$ à $\frac{10}{9}\times\frac{24}{25}=\frac{16}{15}$, tous deux deviennent, à un comma près, égaux à un demi-ton majeur.

Quand au contraire on bémolise la note grave ou qu'on dièse la note aiguë d'un accord quelconque, on élève l'intervalle d'un demi-ton, et s'il était mineur, il devient majeur.

La musique se donne par là la faculté dont elle fait un fréquent usage de transposer un air, c'est-à-dire de le reproduire avec les mêmes intervalles, mais en élevant ou en abaissant toutes les notes de la même quantité. Supposons par exemple

qu'on veuille les élever de deux tons; alors il faudra commencer par remplacer les notes

ut, ré, mi, fa, sol, la, si, ut_2,

par

mi, fa, sol, la, si, ut_2, $ré_2$, mi_2;

mais cette nouvelle gamme se composerait d'un demi-ton, de trois tons, d'un demi-ton et de deux tons; elle n'aurait donc pas les mêmes intervalles successifs que la gamme d'*ut* et l'air serait changé. Il faut par conséquent, non-seulement reculer les notes de deux rangs comme nous venons de le faire, mais encore altérer leurs valeurs et écrire

*mi, fa**, *sol**, *la, si,* ut_2*, $ré_2$*, *mi.*

Après ces modifications, les intervalles des notes seront devenus les mêmes que dans la gamme naturelle.

Enfin, c'est encore au moyen des dièses et des bémols que l'on peut passer du *mode majeur*, qui est celui de la gamme naturelle, au *mode mineur* constitué par une gamme différente qui se compose de un ton, un demi-ton, deux tons, un demi-ton et deux tons; mais nous n'entrerons dans aucun détail sur ce sujet, qui appartient spécialement à la musique.

TEMPÉRAMENT. — Pour satisfaire à ces diverses nécessités d'une manière rigoureuse, il faudrait évidemment que les instruments à sons fixes, comme le piano, fussent pourvus de cordes et de touches donnant, non-seulement chaque note naturelle, mais aussi son dièse et son bémol, ce qui ferait 21 touches et cordes par octave. Cela compliquerait évidemment beaucoup la construction et le jeu de l'instrument. Mais on peut remarquer que plusieurs de ces notes ne différeraient que fort peu, par exemple *ut** et *ré*♭, *ré** et *mi*♭, *mi* et *fa*♭. C'est ce dont on jugera par le tableau suivant :

ut	1	Unisson.
*ut**	$\frac{25}{24}$	Demi-ton majeur.
ré♭	$\frac{27}{25} = ut^* \times \frac{128}{125}\,\frac{81}{80}$....	Demi-ton mineur.

Note	Rapport		Intervalle
ré	$\frac{9}{8}$	....	Seconde majeure.
*ré**	$\frac{75}{64}$	....	Seconde superflue.
mi♭	$\frac{6}{5}$	$= ré^* \times \frac{128}{125}$	Tierce mineure.
mi	$\frac{5}{4}$	....	Tierce majeure.
fa♭	$\frac{32}{25}$	$= mi \times \frac{128}{125}$	Quarte diminuée.
*mi**	$\frac{125}{96}$	....	Ut mi*.
fa	$\frac{4}{3}$	$= mi^* \times \frac{128}{125}$	Quarte.
*fa**	$\frac{25}{18}$	....	Quarte superflue.
sol♭	$\frac{36}{25}$	$= fa^* \times \frac{128}{125}\,\frac{81}{80}$	Quinte diminuée.
sol	$\frac{3}{2}$	....	Quinte.
*sol**	$\frac{25}{16}$	....	Quinte superflue.
la♭	$\frac{8}{5}$	$= sol^* \times \frac{128}{125}$	Sixte mineure.
la	$\frac{5}{3}$	....	Sixte majeure.
*la**	$\frac{125}{72}$	....	Sixte superflue.
si♭	$\frac{9}{5}$	$= la^* \times \frac{128}{125}\,\frac{81}{80}$	Septième mineure.
si	$\frac{15}{8}$	....	Septième majeure.
ut♭	$\frac{48}{25}$	$= si \times \frac{128}{125}$	Octave diminuée.
*si**	$\frac{125}{64}$	....	Ut si*.
ut_2	2	$= si^* \times \frac{128}{125}$	Octave.

Comme le facteur $\frac{128}{125}$ est de l'ordre d'un comma, on voit que les notes réunies par une accolade ont une valeur sensiblement égale. On peut donc, pour simplifier la construction des instruments à sons fixes, remplacer chacun de ces groupes de deux notes par un ton moyen qui tienne lieu de l'une et de l'autre. Alors la gamme chromatique se réduit à douze demi-tons, et comme ils sont très-peu différents, on a fini par leur attribuer une valeur commune en partageant l'octave en douze intervalles rigoureusement égaux que l'on a nommés *demi-tons moyens*.

La gamme ainsi modifiée se nomme gamme tempérée; elle n'est plus juste, et à l'exception des octaves, tous les intervalles ont subi une altération; mais elle est si faible, que l'oreille ne la saisit pas. Comme l'intervalle d'octave est égal à 2, chacun des douze demi-tons égaux est $\sqrt[12]{2}=1,060$, les tierces majeures et mineures sont $(\sqrt[12]{2})^4$ et $(\sqrt[12]{2})^3$; enfin la quinte devient $(\sqrt[12]{2})^7$. Voici les valeurs comparées de ces intervalles exacts et tempérés :

	Valeur vraie.	Valeur approchée.
Demi-ton mineur.....	$\frac{25}{24}=1,042$	$\sqrt[12]{2}=1,060$
Demi-ton majeur.....	$\frac{16}{15}=1,067$	
Tierce mineure......	$\frac{6}{5}=1,200$	$\sqrt[12]{2^3}=1,189$
Tierce majeure.	$\frac{5}{4}=1,250$	$\sqrt[12]{2^4}=1,260$
Quinte.............	$\frac{3}{2}=1,500$	$\sqrt[12]{2^7}=1,498$

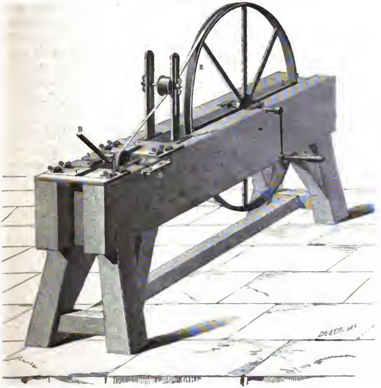
DIAPASON. — Il est indifférent de commencer une gamme par une note grave ou aiguë; mais, afin de pouvoir accorder les instruments entre eux, il a fallu convenir d'une hauteur déterminée, et pour la fixer, on a imaginé le diapason. C'est une fourchette d'acier qui rend le son la_3 et qui, d'après une convention récente, exécute 870 vibrations par seconde (1). Ce la_3

(1) *Moniteur universel*, 25 février 1859.

est le son que rend la troisième corde du violon; il appartient à la troisième octave de l'échelle musicale qui a pour son fondamental l'*ut* du violoncelle ou ut_1 qui fait par seconde 130,3 vibrations.

LIMITES DES SONS PERCEPTIBLES. — Si les vibrations des corps deviennent de plus en plus lentes ou de plus en plus rapides, il arrive un moment où les sons très-graves ou très-aigus cessent d'être entendus. On a admis d'abord que les limites de perceptibilité étaient fixes et comprises entre 32 et 10,000 vibrations par seconde. Mais il a été démontré depuis qu'elles

Fig. 416



sont variables pour diverses personnes et qu'elles dépendent surtout de l'amplitude des vibrations.

Avec des roues dentées d'un grand diamètre et dont les dents étaient larges, Savart produisait un son extrêmement intense qui ne disparaissait qu'au moment où il y avait 48,000 vibrations par seconde. M. Despretz put reculer encore ces limites en étudiant des diapasons qui se succédaient par intervalles d'octave et qui étaient fixés sur des caisses d'harmonie. Il obtint des sons jusqu'à 73,000 vibrations.

D'un autre côté, Savart annonça que la limite inférieure de perceptibilité se recule également quand l'intensité des sons augmente. Il faisait tourner une barre de fer autour d'un axe horizontal (*fig.* 416) et la disposait de manière à ce qu'elle passât à chaque demi-révolution à travers une fente découpée dans une planche. Au moment où elle y entre, il se fait une sorte d'explosion, et quand elle tourne assez vite, on entend, outre des bruits successifs, un son d'une extrême gravité qui correspond à 14 ou 15 vibrations simples. Mais M. Despretz conteste les conséquences de cette expérience; car si on dispose deux fentes au lieu d'une seule sur l'appareil de Savart, on ne produit pas de note à l'octave comme cela devrait être. Il est donc probable que le son est développé par une cause différente. Dans tous les cas, les tuyaux d'orgue les plus longs ne peuvent pas dépasser 32 pieds, et le son qu'ils donnent alors, et qui est le plus grave qu'ils puissent rendre, correspond à 32 vibrations.

CINQUANTE-SEPTIÈME LEÇON.

DE LA PROPAGATION DU SON DANS UN CYLINDRE.

Cylindre indéfini. — Cylindre limité. — Réflexion avec changement de signe. — Réflexion sans changement de signe. — Tuyaux sonores; fermés; ouverts. — Instruments à vent. — Vibrations longitudinales des liquides et des solides.

CYLINDRE INDÉFINI. — Supposons un cylindre indéfini XX′ (*fig.* 417) formé par une substance quelconque, solide, li-

Fig. 417.



quide ou gazeuse, mais élastique et homogène; imaginons que par un moyen quelconque on communique aux molécules placées dans une section a un déplacement très-petit de a en α, nous allons montrer qu'il se transmettra dans toute la longueur du cylindre.

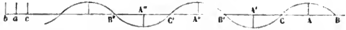
En effet, décomposons ce cylindre en tranches élémentaires aa', $a'a''$, $a''a'''$,.... Lorsqu'une section a aura reçu un déplacement $a\alpha$, elle comprimera la première tranche qui réagira par son élasticité et qui rentrera en équilibre quand elle aura fait reculer la deuxième section a' d'une quantité $a'\alpha'$ égale à $a\alpha$. La deuxième tranche agira de la même manière, et ainsi de suite; par conséquent, tout se passera comme dans une série de billes élastiques au contact. La même suite d'actions se produirait si la section a, au lieu d'être chassée en avant, était tirée en arrière; seulement, les compressions seraient remplacées par des dilatations et le mouvement de chaque section serait rétrograde.

Cette transmission d'un mouvement ne peut être instantanée. Elle se fera avec une vitesse a qui dépendra de la nature

du milieu considéré, et l'impulsion arrivera à une distance du point d'ébranlement égal à d après un temps égal à $\frac{d}{a}$.

Supposons maintenant que la tranche initiale (*fig.* 418), au

Fig. 418.



lieu de recevoir une impulsion unique, exécute des vibrations régulières, allant comme un pendule de b en c, puis de c en b, etc., pendant des périodes de temps égales à T; on pourra décomposer son mouvement continu en une série d'impulsions ou d'appulsions infiniment rapprochées, et chacune d'elles se propageant dans le cylindre avec une vitesse a parviendra, après un temps $\frac{d}{a}$, à une distance d. Par conséquent, les molécules placées à cette distance répéteront les mêmes vibrations que la tranche a avec les mêmes amplitudes, la même durée, mais après un retard égal à $\frac{d}{a}$.

Cela posé, cherchons à nous représenter l'état vibratoire simultané du cylindre à un moment déterminé. Supposons que la tranche directement ébranlée parte du point b à l'origine du temps. Dans son mouvement direct et rétrograde, elle prendra, en passant aux points

$$b, \qquad a, \qquad c, \qquad a, \qquad b, \ldots,$$

des vitesses

$$0, \qquad +V, \qquad 0, \qquad -V, \qquad 0, \ldots,$$

qui se produiront à des moments

$$0, \qquad \frac{T}{2}, \qquad \frac{2T}{2}, \qquad \frac{3T}{2}, \qquad \frac{4T}{2}, \ldots$$

Après un temps déterminé t, toutes ces vitesses se seront propagées jusqu'à des distances égales au produit de la vitesse de transmission a par le temps écoulé depuis le moment où elles se sont produites, c'est-à-dire à des distances

$$at, \quad a\left(t-\frac{T}{2}\right), \quad a\left(t-\frac{2T}{2}\right), \quad a\left(t-\frac{3T}{2}\right), \ldots,$$

qui sont marquées par les points B, A, C, A′, B′, A″ (*fig.* 418). Nous pouvons représenter les vitesses de vibrations transmises en ces points par des ordonnées égales à

$$0, \qquad +V, \qquad 0, \qquad -V, \qquad 0, \ldots.$$

Outre les impulsions que nous venons de considérer, la tranche *b*, en passant de *b* en *a*, de *a* en *c*, etc., en a produit une infinité d'autres qui se sont propagées jusqu'en des points intermédiaires à B, A, C,..., et si en chacun de ces points nous élevons pareillement des ordonnées égales aux vitesses dont ils sont animés au moment considéré, elles iront en croissant de B à A, en décroissant de A à C, et repasseront par les mêmes valeurs avec un signe contraire de C à B′. Enfin les sommets de ces ordonnées formeront une sinusoïde continue qui représentera l'état vibratoire de toutes les tranches au temps *t*.

Chaque distance BC, CB′, B′C′, etc., est égale à aT et figure l'espace parcouru pendant le temps T d'une vibration simple : c'est ce qu'on nomme la *longueur de l'onde ;* nous la représenterons par λ, et comme $T = \frac{1}{N}$, N désignant le nombre de vibrations simples exécutées dans une seconde, nous aurons

$$\lambda = aT, \quad \lambda = \frac{a}{N},$$

relation importante qui lie la longueur d'onde λ, le nombre de vibrations N et la vitesse du son *a* dans la substance considérée.

Lorsque le temps croîtra, toutes les vitesses de vibration se transporteront en restant égales; la courbe ne fera que se déplacer avec une vitesse de transmission *a*, et lorsque le temps se sera accru de 2T, elle se sera superposée à sa position première. Par conséquent, dans un temps 2T, chaque tranche aura accompli une vibration double.

CYLINDRE LIMITÉ. — Nous allons maintenant supposer que le cylindre soit terminé par un plan *nn* (*fig.* 417) et chercher les phénomènes qui se produiront à son extrémité. Il peut se présenter trois cas:

1°. Il peut arriver que le cylindre soit continué par un milieu tel, que la section finale *nn* lui transmette l'impulsion qu'elle a reçue et *demeure ensuite en repos.* Alors elle est dans le même cas que toutes celles qui la précèdent, et la propagation du son se fait jusqu'à l'extrémité du cylindre comme s'il était indéfini.

2°. Il peut se faire que le second milieu oppose une résistance plus grande à la tranche finale *mn*; alors, après qu'elle aura été comprimée par un déplacement *mp* de sa partie antérieure, elle se détendra et ne reviendra au repos qu'en exécutant un mouvement de retour de *p* vers *m*, c'est-à-dire en prenant une *vitesse contraire* à celle qu'elle a reçue; et cette vitesse déterminera de proche en proche et de tranche en tranche des condensations successives qui se propageront en sens inverse de X′ vers X. C'est ce que l'on nomme *le mouvement réfléchi.* Dans le cas qui nous occupe, il sera le même que celui qui se propagerait de X′ en X, *si l'extrémité nn exécutait des vibrations de signe contraire à celles que lui amène le mouvement direct de* X *à* X′.

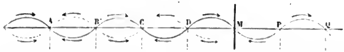
3°. Enfin le cylindre considéré peut être continué par un milieu qui oppose une résistance moindre, et dans ce cas la section finale *nn*, après avoir éprouvé un déplacement *n*ν, continuera son mouvement de ν en ν′; elle conservera donc une vitesse de *même signe* que celle qu'elle a reçue, et la tranche *mn* se trouvant dilatée, il y aura encore un mouvement réfléchi qui se propagera de X′ vers X, le même qui se produirait *si l'extrémité n exécutait des vibrations de même signe que celles qu'elle reçoit du mouvement direct de* X *en* X′. Nous allons chercher maintenant comment les mouvements direct et réfléchi se superposent.

RÉFLEXION AVEC CHANGEMENT DE SIGNE. — Ce cas sera évidemment réalisé si le cylindre considéré est rempli de gaz ou de liquide et fermé par une paroi résistante, ou bien s'il est constitué par une verge solide encastrée dans un étau qui empêche le déplacement des molécules à l'extrémité fixée.

Représentons les vitesses des tranches successives par la courbe sinusoïdale pleine ABCD (*fig.* 419); marquons leur sens par des flèches, et considérons d'abord le moment où

l'un des nœuds de la courbe rencontre l'extrémité M du

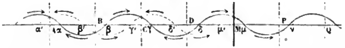
Fig. 419.



cylindre. Avant ce moment, les vitesses représentées par la courbe prolongée MPQ sont venues successivement rencontrer le point M, y changer de signe, et partant de là, se propager en sens inverse, de M vers A; elles peuvent donc, au moment considéré, être figurées dans leur intensité et dans leur sens par une courbe ponctuée MDCA, symétrique de MPQ, et le mouvement vibratoire simultané des diverses tranches est égal à la somme des ordonnées des deux courbes pleine et ponctuée. On voit qu'il est nul aux points M, D, C, B, A, dont les distances sont égales à une longueur d'onde; qu'il est dirigé de D en M dans l'espace DM; de D en C dans DC, et qu'en général il est de direction opposée dans chaque longueur d'onde consécutive comptée à partir de M. Comme de plus les vitesses directes et réfléchies sont l'une condensante, l'autre dilatante dans chacun de ces espaces, elles y déterminent des mouvements moléculaires sans changement de densité.

Si le temps croît, la courbe des mouvements incidents s'avance d'une certaine quantité et ses nœuds se placent en α, β, γ, δ,... (*fig.* 420); mais celle des mouvements réfléchis

Fig. 420.

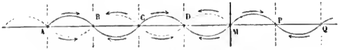


marche aussi d'une même quantité en sens contraire, et ses nœuds se trouvent en α', β', γ', δ',.... Alors la figure montre que les points A, B, C, D possèdent des vitesses égales et contraires qui se détruisent, mais qui déterminent une compression en A, une dilatation en B, etc.

Lorsque le temps aura augmenté de la durée d'une vibration simple, les deux courbes auront marché d'une longueur

d'onde simple et seront représentées *fig.* 421. On voit qu'à

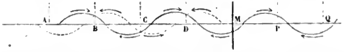
Fig. 421.



ce moment les vitesses sont encore nulles en A, B, C,..., et que dans les espaces AB, CD,..., elles sont devenues égales et contraires à celles qui existaient aux mêmes lieux dans le cas de la première figure (*fig.* 419).

Si le temps continue à augmenter, les points A, B, C.... éprouvent de nouveau des changements de densité (*fig.* 422),

Fig. 422.



mais inverses de ceux qui avaient lieu dans la *fig.* 420. Et enfin, lorsqu'il se sera écoulé un temps égal à celui d'une vibration double, les deux courbes auront repris les positions qu'elles avaient dans la *fig.* 419.

De tout cela il résulte, en premier lieu, que si on prend à partir de M et à des distances successives égales à une longueur d'onde des points D, C, B, A,..., ils demeureront toujours en repos; mais ils éprouveront des dilatations et des compressions alternatives qui se reproduiront après chaque durée 2T d'une vibration double. Ces points sont des *nœuds fixes*. En second lieu, la densité ne changera point dans le milieu des espaces AB, BC, CD,..., mais les molécules y exécuteront des vibrations longitudinales qui seront toujours inverses, au même moment, dans deux intervalles voisins; il y aura en ces points ce qu'on nomme des *ventres fixes*.

Ces divers résultats ont été vérifiés par une expérience remarquable que l'on doit au colonel Savart. Il plaça à 40 ou 50 mètres d'une muraille verticale un timbre qu'il fit vibrer. Évidemment, les rayons sonores qui tombaient normalement sur la paroi devaient, en se réfléchissant, produire les alternatives de nœuds et de ventres dont nous venons de parler.

Pour les reconnaître, on tendit d'abord, à partir du timbre, une corde normale à la muraille, et, en promenant ensuite l'oreille tout le long de sa longueur, on trouva des points où le son était très-intense, c'étaient les ventres, et d'autres où il disparaissait presque entièrement, c'étaient les nœuds. On les marqua sur la corde, et en mesurant leurs distances on trouva qu'elles étaient égales entre elles et à la longueur de l'onde, avec cette seule exception que le dernier nœud était un peu plus près de la muraille que les autres de leurs voisins.

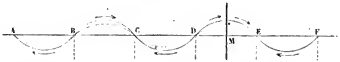
Il se présenta même une circonstance qu'il faut noter et qu'on pouvait prévoir. Comme le timbre produit plusieurs harmoniques superposés, par exemple 1 et 2, les internœuds qui correspondent au dernier de ces sons devaient être la moitié de ceux qui résultent du premier. Aussi y avait-il des nœuds communs où l'oreille ne saisissait aucun son et des points où se confondaient un nœud du son aigu et un ventre du son grave qui seul était entendu. D'autres harmoniques ayant ensuite été produits à la fois et à dessein, on parvint à les entendre séparément, parce que leurs nœuds et leurs ventres se formaient en des points différents. Nous aurons bientôt l'occasion de montrer que les mêmes phénomènes se développent avec les liquides et avec les solides.

RÉFLEXION SANS CHANGEMENT DE SIGNE. — Le deuxième cas de la réflexion du son à l'extrémité d'un cylindre est celui où la dernière tranche conserve une portion de la vitesse qu'elle a reçue par les impulsions directes. Il sera réalisé si le cylindre est une verge métallique libre à son extrémité et même s'il est constitué par un tuyau plein d'air ouvert dans l'atmosphère; car ce qui détruit la vitesse d'une section moyenne, c'est la compression qu'elle communique à la tranche suivante; et comme l'air ambiant peut se dilater dans tous les sens, il oppose une résistance moindre aux molécules extrêmes qui ne sont point ramenées au repos.

Considérons d'abord l'onde incidente ABCD au moment où l'un de ses ventres mobiles atteint l'extrémité M (*fig.* 423). L'onde réfléchie sera, comme précédemment, symétrique à la courbe prolongée EF; mais les vitesses n'auront point changé de signe, et l'on voit par la figure qu'elles s'ajoutent aux vi-

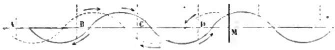
tesses directes dans les espaces MD, DC, CB, BA, et que le mouvement est nul en D, C, B, A.

Fig. 423.



Si le temps croît, l'onde directe marche vers la paroi et l'onde réfléchie s'en éloigne d'une même quantité (*fig.* 424). Par

Fig. 424.



suite, les deux vitesses sont toujours égales et contraires aux points D, C, B, A, où se trouvent des nœuds fixes; elles sont, au contraire, toujours égales et de même signe en M et aux milieux des espaces DC, CB, BA, qui sont des ventres. En répétant la discussion qui a été faite précédemment, on verrait, 1° que les nœuds sont alternativement comprimés et dilatés; 2° que les ventres éprouvent des vibrations longitudinales sans variations de densité; 3° qu'en chaque point la densité et la vitesse reprennent les mêmes valeurs après des périodes de temps égales à 2 T; 4° qu'en passant d'un nœud ou d'un ventre au nœud ou au ventre suivant, le changement de densité ou la vitesse de vibration sont au même moment de signe contraire. Ce deuxième cas de la réflexion ne diffère donc du précédent que par la situation des nœuds qui sont placés, le premier à une demi-onde de l'extrémité, et tous les autres à une longueur d'onde de celui qui les précède.

Nous avons supposé jusqu'ici que les vitesses réfléchies avaient, au signe près, la même grandeur que les vitesses incidentes. Cela n'est point exactement vrai; elles sont toujours plus faibles à cause de la perte de force vive qui se fait au bout du cylindre. Mais cet affaiblissement se réduit à diminuer les ordonnées de la courbe réfléchie dans un rapport constant. Par suite, les nœuds ne sont plus que des points où les vitesses

sont minima sans être nulles, et les ventres des lieux où la densité change le moins sans rester absolument constante; mais cela ne modifie en rien les conséquences que nous allons déduire de cette théorie.

TUYAUX SONORES. — Les tuyaux sonores sont des tubes formés par des parois suffisamment rigides de nature quelconque et contenant une masse d'air qu'on met en vibration au moyen d'*embouchures* à travers lesquelles on souffle. L'embouchure de flûte est un simple biseau A (*fig.* 425) sur lequel le jet de gaz se brise en deux courants alternatifs, l'un qui pénètre dans le tuyau, l'autre qui s'échappe au dehors. Souvent on em-

Fig. 425.



Fig. 426.

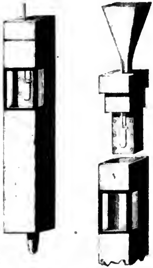


Fig. 427.



ploie des anches vibrantes, c'est-à-dire des lames élastiques que l'air soulève, qui retombent par leur élasticité et qui permettent ou interceptent le passage du gaz. On en voit un exemple dans la *fig.* 426. C'est par des anches vibrantes que l'on fait parler le hautbois, la clarinette et le basson. Enfin, tous les instruments de cuivre s'embouchent par un petit entonnoir où l'on applique les lèvres, lesquelles en vibrant l'une contre l'autre produisent un courant intermittent (*fig.* 427).

La hauteur du son donné par les tuyaux ne dépend aucunement de la substance dont ils sont faits, puisque ce n'est point cette substance qui vibre; elle ne varie pas davantage avec leur largeur, pourvu qu'elle soit très-petite par rapport à leur longueur. Ils peuvent être droits ou courbes sans que cela produise une influence sensible. Enfin, quelle que soit l'embouchure qu'on leur adapte, comme elle n'est qu'un moyen de mettre l'air en vibration, elle ne change pas le son; seulement elle modifie le timbre. Cela étant, nous allons considérer des tuyaux longs, étroits, rectilignes, embouchés d'une manière quelconque, et les lois que nous trouverons seront applicables à tous les instruments à vent. Elles sont dues à D. Bernoulli.

CAS DES TUYAUX FERMÉS. — Considérons d'abord un tuyau ouvert à son embouchure A et fermé à son extrémité B (*fig.* 428). Il est clair, d'après la théorie précédente, que les vibrations incidentes se réfléchiront en B avec changement de signe de leurs vitesses, et qu'elles détermineront dans le tuyau une série de nœuds dont le premier sera en B et qui se succéderont à des distances égales à la longueur d'onde λ. Cela posé, il est évident que le tuyau ne pourra parler que si les vitesses réfléchies, revenues en A, sont concordantes avec celles que l'embouchure détermine au même point et au même moment; car si cela n'était pas, les vibrations réfléchies tendraient à détruire celles qui déterminent tout le mouvement qui alors n'aurait pas lieu. Or les vibrations redeviennent égales et de signe contraire quand elles ont parcouru un nombre impair de longueurs d'onde, et comme elles changent de signe en se réfléchissant au point B, la condition pour qu'elles se retrouvent en concordance en A avec les vibrations originelles est qu'elles aient parcouru pour aller et revenir un nombre impair de fois λ. Il faut donc que la double longueur $2L$ du tuyau soit égale à $(2n-1)\lambda$, et que l'on ait

$$L=(2n-1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\lambda}{2}=\frac{L}{2n-1};$$

si l'on fait

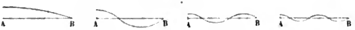
$$n=1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \ldots,$$

la demi-longueur d'onde devient

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{1},\quad \frac{L}{3},\quad \frac{L}{5},\quad \frac{L}{7},$$

et le tuyau, ayant toujours un ventre à l'embouchure A et un nœud à l'extrémité B, se partage en 1, 3, 5, 7 demi-longueurs d'onde comme le montre la *fig.* 428.

Fig. 428.



Le nombre des vibrations N se déduit de la longueur d'onde en remplaçant λ par $\frac{a}{N}$,

$$N = \frac{(2n-1)a}{2L},$$

Fig. 429.



ce qui donne pour chacun des modes de division précédents :

$$N = \frac{a}{2L},\quad \frac{3a}{2L},\quad \frac{5a}{2L},\quad \frac{7a}{2L},\ldots$$

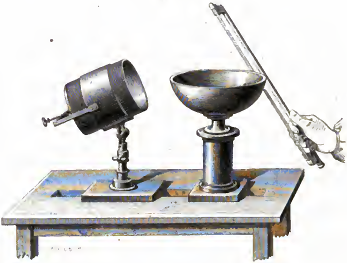
Par conséquent, un tuyau fermé pourra rendre les divers harmoniques

$$ut_1,\quad sol_2,\quad mi_3,\ldots$$

On peut vérifier ces résultats par diverses expériences. On montre d'abord que les tuyaux ne peuvent rendre que certains sons déterminés en soutenant au-dessus d'une éprouvette à pied (*fig.* 429) un diapason qui fait N vibrations par seconde. Généralement, on peut le faire vibrer sans que le tuyau parle; mais en versant de l'eau dans l'éprouvette, la longueur du tuyau diminue peu à peu, et quand elle

satisfait à l'équation $N = \frac{(2n-1)a}{2L}$, ce tuyau résonne. On fait la même expérience en disposant tout près d'un timbre en vibration (*fig.* 430) un tuyau à fond mobile qui détermine

Fig. 430.



un renforcement remarquable du son lorsque sa longueur est convenable.

La formule $N = \frac{(2n-1)a}{2L}$ fait voir que, pour un même mode de division, le nombre de vibrations N est en raison inverse de L : pour le vérifier, on dispose sur une soufflerie une série de tuyaux dont les longueurs sont

$$1, \ \frac{8}{9}, \ \frac{4}{5}, \ \frac{3}{4}, \ \frac{2}{3}, \ \frac{3}{5}, \ \frac{8}{15}, \ \frac{1}{2};$$

on trouve qu'ils donnent les notes de la gamme naturelle, et par conséquent des nombres de vibration

$$1, \ \frac{9}{8}, \ \frac{5}{4}, \ \frac{4}{3}, \ \frac{3}{2}, \ \frac{5}{3}, \ \frac{15}{8}, \ 2,$$

qui sont en raison inverse de la longueur L. Toutefois, l'expé-

rience montre que cette loi n'est qu'approximative, ce qui tient à des causes perturbatrices que nous ferons connaître.

Enfin, si l'on veut produire les harmoniques divers que peut rendre un tuyau fermé, on le place sur la soufflerie et on y fait arriver l'air avec une rapidité croissante par un robinet qu'on ouvre peu à peu. Si le tuyau est long et étroit, il rend successivement tous les harmoniques, et l'on trouve qu'ils suivent la loi des nombres 1, 3, 5, 7,....

CAS DES TUYAUX OUVERTS. — Lorsqu'un tuyau est ouvert dans l'air par son extrémité opposée à l'embouchure, les vibrations se réfléchissent sans changer de signe, et comme nous l'avons montré (page 469), il y a dans l'intérieur une série de nœuds, le premier à une distance de l'extrémité égale à $\frac{\lambda}{2}$, et tous les autres séparés par un internœud égal à λ (*fig.* 431).

Fig. 431.



Pour que le tuyau parle, il faut encore que les vibrations réfléchies, au moment où elles reviennent à l'embouchure, soient concordantes avec les vibrations de cette embouchure; et comme elles n'ont point changé de signe au moment de la réflexion, il faut que le chemin parcouru pour aller et revenir, c'est-à-dire la double longueur 2L du tuyau, soit égal à un nombre pair de longueurs d'onde ou à $2n\lambda$,

$$L = n\lambda.$$

Si donc on suppose

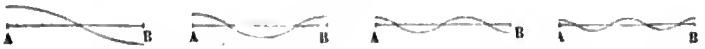
$$n = 1, \quad 2, \quad 3, \quad 4,$$

on a

$$\lambda = \frac{L}{1}, \quad \frac{L}{2}, \quad \frac{L}{3}, \quad \frac{L}{4}, \ldots,$$

et les nœuds sont disposés comme l'indique la *fig.* 432.

Fig. 432.



Le nombre de vibrations N s'obtient en remplaçant λ par $\frac{a}{N}$, ce qui donne en général,

$$N = \frac{na}{L},$$

et dans chacun des modes de division précédents,

$$N = \frac{a}{L}, \quad \frac{2a}{L}, \quad \frac{3a}{L}, \quad \frac{4a}{L};$$

Fig. 433.



par conséquent, les notes que le tuyau peut rendre sont :

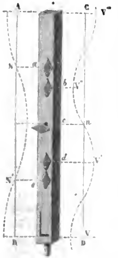
$$ut_1, \quad ut_2, \quad sol_2, \quad ut_3, \ldots.$$

Il résulte de là que le son fondamental $\frac{a}{L}$ est à l'octave du son $\frac{a}{2L}$ qui serait produit par un tuyau fermé de même longueur, ou, en d'autres termes, qu'un tuyau fermé donne la même note fondamentale qu'un tuyau ouvert de longueur double. C'est ce que l'on vérifie avec l'appareil de la *fig.* 433 en faisant glisser dans son milieu une coulisse mi-partie pleine et évidée, qui en fait à volonté ou un tuyau fermé de longueur 1, ou un tuyau ouvert de longueur 2 sans que le son soit changé.

INSTRUMENTS A VENT. — Dans les jeux d'orgue, les divers tuyaux donnent le son fondamental, et il y en a autant que de notes à produire. Mais dans les instruments où l'on souffle par la bouche, il n'y a qu'un seul tuyau auquel on fait rendre les notes de la gamme par divers artifices. Le cor est constitué par un tube de cuivre très-long contourné sur lui-même ; il ne donne point le son fondamental, mais les harmoniques 8, 9, 10,..., 16. On sait qu'ils représentent les notes de la gamme, à l'exception de trois qu'il est nécessaire de modifier très-peu. Cette modification s'obtient en plaçant le poing dans le pavillon, ce qui change un peu la longueur du tuyau. Le trombonne et le cornet à piston ont une longueur que l'on

fait varier soit par une coulisse, soit par des tubes supplémentaires que le jeu des pistons introduit à volonté dans le circuit total. Enfin, tous les autres instruments sont percés de trous latéraux que l'on peut ouvrir ou fermer avec les doigts ou avec des clefs, et dont le rôle est facile à comprendre.

Fig. 434.



En effet, quand on ouvre le tuyau en un point déterminé, on le met en communication avec l'air extérieur et l'on détermine en ce point les mêmes phénomènes qu'à son extrémité ouverte, c'est-à-dire la formation d'un ventre. Par exemple, si le tuyau rend le deuxième harmonique ANN'B (*fig.* 434), on ne change rien au son produit si l'on débouche le trou *c*, puisqu'il y avait déjà un ventre en ce point; mais on le modifie en ouvrant les clefs *e* et *a* qui correspondent à des nœuds. De même lorsque le tuyau rend le troisième harmonique VV'V''V''', on change le son en ouvrant l'un ou l'autre des orifices *a*, *c*, *e*, parce qu'on y développe des ventres qui n'y étaient point, mais on ne fait pas varier la note en débouchant les trous *b* et *d* qui correspondent à des ventres existants.

De là résulte que si un instrument comme la flûte, qui a pour son fondamental un *ré*, porte six trous échelonnés convenablement de l'extrémité à l'embouchure, on produira en les ouvrant successivement le même effet que si l'on coupait successivement le tuyau en ces divers trous, et alors il rendra les sons ascendants *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, ut_2. Après quoi, si l'on rebouche tous ces orifices et qu'on modifie le courant d'air, on fera sortir le premier harmonique $ré_2$, et en recommençant à déboucher successivement les trous, on obtiendra la deuxième gamme commençant à $ré_2$. Pour compléter la série des notes, il n'y a plus qu'à ajouter des clefs intermédiaires qui produiront les dièses et les bémols. Tous les autres instruments à vent sont disposés d'une manière analogue.

VIBRATIONS LONGITUDINALES DES LIQUIDES ET DES SOLIDES. — Les lois de la propagation et de la réflexion du son dans un cylindre limité s'appliquant indifféremment aux cas où ce cylindre est gazeux, liquide ou solide, nous allons retrouver dans les vibrations longitudinales des liquides et des solides toutes les circonstances que les tuyaux sonores nous ont offertes.

LIQUIDES. — Quand on plonge un tuyau à embouchure de flûte dans un liquide quelconque et qu'on y injecte un courant de ce même liquide, il obéit aux mêmes lois que dans l'air et se divise de la même manière en ventres séparés par des nœuds. Il n'y a rien de changé que la vitesse du son qui devient a', et alors les harmoniques successifs sont donnés, si le tuyau est bouché, par

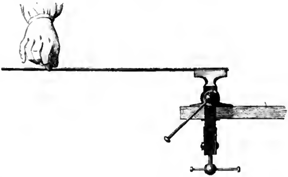
$$N = \frac{(2n-1)a'}{2L},$$

et s'il est ouvert, par

$$N' = \frac{na'}{L}.$$

SOLIDES. — On opère sur des verges rigides prismatiques de métal, de bois et de verre, ou sur des cordes flexibles tendues. Pour les mettre en vibration, il suffit de frotter légèrement dans le sens de la longueur avec les doigts imprégnés de colophane, et si l'on emploie du verre, avec une étoffe mouillée

Fig. 435.



(*fig.* 435). Les sons que l'on produit ainsi sont très-purs, ordi-

nairement fort doux et toujours plus élevés que si les mêmes appareils vibraient transversalement. On détermine les divers harmoniques en touchant légèrement l'un des points où doit se former un nœud. Il peut se présenter trois cas.

1°. La tige est encastrée par un bout :

Ce cas est identique à celui des tuyaux fermés (*fig.* 428, page 473). Les harmoniques sont

$$N = \frac{(2n-1)a''}{2L}.$$

2°. Les deux bouts sont libres :

La division de la tige se fait comme dans les tuyaux ouverts (*fig.* 432, page 475). On a

$$N' = \frac{na''}{L}.$$

3°. Les deux bouts sont fixés :

Dans ce cas, qui est celui des cordes tendues, la réflexion se fait avec changement de signe à chaque extrémité qui devient un nœud, et la corde peut se diviser en 1, 2, 3, 4,..., longueurs d'ondes comme le représente la *fig.* 436.

Fig. 436.



Les harmoniques correspondants sont :

$$\frac{a''}{L},\quad \frac{2a''}{L},\quad \frac{3a''}{L},\quad \frac{4a''}{L},\ldots,\quad \frac{na''}{L}.$$

On voit qu'ils sont les mêmes que dans le second cas.

Nous devons dire, en terminant ce sujet, que l'expérience fait reconnaître certaines perturbations dans les lois précédentes ; les nœuds extrêmes sont toujours plus rapprochés des bouts que la théorie ne l'indique ; mais quand on fait naître des harmoniques élevés, les internœuds qui se trouvent vers le milieu ont exactement la longueur indiquée par les formules précédentes. Les perturbations n'affectent donc que les extrémités.

Les vibrations longitudinales des solides peuvent avoir une

amplitude assez grande. Savart ayant fixé dans un étau une verge de laiton de $1^m,4$ de longueur et de 35 millimètres de diamètre, plaçait vis-à-vis de son extrémité un sphéromètre qu'elle ne touchait pas pendant le repos, mais qu'elle venait frapper périodiquement à chaque oscillation. Ces chocs s'entendaient encore quand la distance du sphéromètre était égale à $0^{mm},6$, et par conséquent l'amplitude des oscillations était au moins double de cette quantité. Il aurait fallu un poids de 1700 kilogrammes pour déterminer cet allongement. Cela montre que, pendant ses vibrations longitudinales, une corde est soumise à des tractions qui s'ajoutent au poids qu'elle porte, et l'on conçoit que les deux actions réunies puissent dépasser la limite d'élasticité. Aussi, lors même que ce poids tenseur est beaucoup trop faible pour lui donner un allongement permanent, la corde s'allonge très-rapidement quand on la fait vibrer et finit presque toujours par se briser. Il en résulte qu'on doit éviter avec le plus grand soin de faire osciller régulièrement les chaînes des ponts suspendus.

CINQUANTE-HUITIÈME LEÇON.

VITESSE DU SON.

Propagation dans un milieu indéfini. — Réflexion du son. — Échos. — Porte-voix. — Vitesse du son. — Mesure directe. — Vitesse théorique du son; gaz, liquides, solides. — Mesure indirecte de la vitesse du son; cas des gaz, cas des liquides, cas des solides.

PROPAGATION DANS UN MILIEU INDÉFINI. — Jusqu'à présent nous n'avons étudié que la propagation des vibrations longitudinales dans un cylindre; mais en généralisant les raisonnements que nous avons faits, il nous sera facile de voir comment des vibrations de direction quelconque se transmettent dans un milieu indéfini.

Nous commencerons par supposer qu'une sphère très-petite placée dans ce milieu, éprouve pendant un temps très-court, avec une vitesse déterminée, un mouvement unique de dilatation ou de contraction; elle le transmettra à la couche qui l'entoure, celle-ci à la suivante, etc., et par suite, une enveloppe sphérique de rayon r concentrique au centre d'ébranlement recevra en tous ses points, après un temps égal à $\frac{r}{a}$, une vitesse v, qu'elle transmettra de même, et ensuite elle rentrera en repos. De plus, si l'épaisseur de toutes les enveloppes est la même, la masse de chacune d'elles sera proportionnelle à sa surface $4\pi r^2$, la force vive du mouvement qu'elle reçoit, à $4\pi r^2 v^2$, et comme celle-ci doit être constante, la vitesse v sera en raison inverse de la distance au centre d'ébranlement.

Supposons maintenant que la sphère centrale, au lieu d'éprouver une dilatation ou une contraction unique, exécute des oscillations complètes en des temps $2T$ et fasse $2N$ vibrations doubles par seconde, nous pourrons répéter les raisonnements que nous avons développés pour le cas d'un cylindre

indéfini et dans chaque direction, la courbe figurative des vitesses en un moment donné sera représentée par une ligne sinusoïdale dont les nœuds seront à des distances égales à $\lambda = aT = \frac{a}{N}$ (*fig.* 437); seulement, ces vitesses variant en raison inverse des distances, les ordonnées de cette courbe

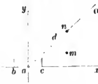
Fig. 437.



décroîtront suivant le même rapport, et l'intensité du son qui est proportionnelle à la force vive mv^2 transmise à une masse constante m, variera en raison inverse du carré de la distance au centre d'ébranlement.

Le phénomène est évidemment plus complexe lorsque les vibrations initiales se font dans une direction seulement; par exemple, lorsqu'elles sont produites par une lame élastique oscillant de c en b (*fig.* 438). Alors il faut distinguer deux cas, selon que le milieu est fluide ou solide. S'il est fluide, Poisson a démontré qu'à partir d'un petite distance du centre d'ébranlement, chaque enveloppe sphérique concentrique reçoit, au même moment, en tous ses points, des vitesses égales et dirigées dans le sens du rayon, c'est-à-dire *longitudinales*, absolument comme cela a lieu lorsque le mouvement d'ébranlement se fait à la fois dans toutes les directions par une sphère qui se dilate ou se contracte.

Fig. 438.



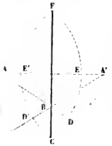
Mais si le milieu est solide, un point tel que d est animé de deux vitesses, l'une longitudinale dn suivant la direction de propagation aO, l'autre transversale dm dirigée perpendiculairement. Toutes deux se propagent en ondes sphériques, mais avec des vitesses inégales, et elles peuvent donner naissance à des sons distincts. L'analyse permet de calculer la vitesse de transmission des vibrations longitudinales et des vi-

brations transversales, et, suivant M. Wertheim, la première est double de la seconde.

La propagation des vibrations longitudinales se conçoit sans difficulté. Il n'est point aussi aisé d'expliquer par des raisonnements simples celle des oscillations transversales. On peut dire néanmoins que les molécules d'un solide étant liées entre elles par des forces, il est impossible de donner à l'une d'elles *d* un déplacement *dm* sans qu'il se communique à celles qui la suivent depuis *d* jusqu'en O. L'expérience fournit d'ailleurs des exemples nombreux de ce genre de mouvement. Une agitation produite en un point de la surface d'un lac détermine des ondes circulaires composées de saillies successives séparées par des sillons concentriques, et pendant qu'elles se propagent en se poursuivant, chaque point de la surface est alternativement soulevé et abaissé; il exécute conséquemment des oscillations verticales qui se transmettent horizontalement. C'est encore ce qui se produit quand on donne une impulsion de haut en bas à l'un des bouts d'une longue corde posée sur le sol; elle se contourne en replis verticaux qui se meuvent jusqu'à l'autre extrémité. Enfin, nous verrons dans la suite que les vibrations de l'éther auxquelles on doit la chaleur et la lumière sont des vibrations transversales.

RÉFLEXION DU SON. — Lorsqu'une onde sonore sphérique partant d'un point A rencontre une surface plane CF (*fig.* 439), l'expérience prouve qu'elle se réfléchit, et le raisonnement suivant va nous faire découvrir les lois de cette réflexion. Un point quelconque B de CF reçoit les vibrations provenant de A après qu'elles ont parcouru l'espace AB, et il les renvoie dans le milieu avec ou sans changement de signe (page 466), absolument comme s'il était un centre d'ébranlement direct. Or, si l'on suppose en A′ un corps symétrique de A et exécutant au même moment les mêmes vibrations que lui avec ou sans changement de signe, il enverra en B des vitesses

Fig. 439.



égales à celles que B reçoit de A. Le même raisonnement s'appliquant à tous les points de CF, on peut dire qu'ils détermineront dans le milieu les mêmes vibrations que celles qui viendraient de A', si A' exécutait les mêmes vibrations que A au signe près, et si CF n'existait pas.

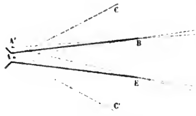
Or, en considérant en particulier le point B, on remarquera que les directions de propagation des vibrations incidentes et réfléchies sont AB et BD', et qu'elles ont des inclinaisons égales sur la surface; on peut donc dire que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. Il ne faut pas croire pour cela qu'on puisse isoler un rayon sonore unique ABD'; ce qu'il y a de vrai dans cette proposition, c'est que l'onde sphérique CEF, qui a pour centre le point A, se transforme par la réflexion en une autre CE'F qui a le même rayon et dont le centre est en A'.

ÉCHOS. — C'est à la réflexion des sons que l'on doit attribuer le phénomène des échos. Tout le monde sait que, par suite de combinaisons le plus souvent fortuites de parois réfléchissantes, un son peut revenir au point de départ plusieurs fois de suite, après des intervalles égaux au temps qu'il met pour aller aux surfaces qui le renvoient et pour en revenir. On peut remarquer qu'il faut au moins $\frac{1}{10}$ de seconde pour prononcer une syllabe; par conséquent, pour qu'il y ait un écho produit par une seule réflexion, il faut que le son mette au moins $\frac{1}{20}$ de seconde pour aller et $\frac{1}{20}$ pour revenir, et comme pendant ce temps il parcourt environ $\frac{340^m}{20}$ ou 17 mètres, il faut que la paroi soit au moins à 17 mètres.

PORTE-VOIX. — Le porte-voix a pour but de remédier à l'affaiblissement que le son éprouve quand la distance augmente. Il peut consister simplement en un tube conique de carton ou de métal dont la *fig.* 440 représente une section. On applique les lèvres dans une embouchure disposée au sommet du cône et l'on parle dans l'instrument en le dirigeant vers le point où l'on veut se faire entendre. Supposons, pour fixer les idées, que le son soit produit en un point unique A, la portion d'onde BAE se propagera comme si l'instrument n'existait pas, mais une deuxième partie comprise dans l'angle CAB sera réfléchie par

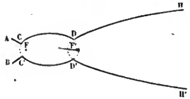
la paroi, et après cette réflexion, elle sera renvoyée dans l'angle BA'E comme si elle partait du point A', symétrique de A, et elle se superposera sensiblement au cône BAE. Le même effet se produisant dans tous les plans diamétraux, on voit en définitive que l'onde CAC' se trouvera condensée dans un cône de moindre ouverture, et qu'au lieu de s'éparpiller dans l'espace, le son sera dirigé vers l'axe de l'appareil. Il est facile de voir que par deux, trois, etc., réflexions, d'autres rayons sonores viendront encore s'ajouter à ceux que nous venons d'examiner.

Fig. 440.



Lambert a imaginé de remplacer le porte-voix conique par une combinaison de surfaces plus rationnellement disposées. Il faisait suivre l'embouchure AB d'un ellipsoïde CDC'D' (*fig.* 441), et celui-ci d'un paraboloïde DHD'H' ayant le même foyer F' que lui. Les sons produits en F se concentraient en F' et, partant de ce point comme d'un centre d'ébranlement, ils arrivaient sur le paraboloïde qui les renvoyait parallèlement à l'axe. Par cette disposition, l'onde sonore devenue cylindrique devait conserver une intensité constante à toute distance. On ajoute habituellement au porte-voix un pavillon semblable à celui du cor, et cette addition, dont l'effet ne s'explique point par la réflexion du son, améliore notablement l'appareil.

Fig. 441.



VITESSE DU SON.

MESURE DIRECTE. — Après avoir montré par quelles séries de mouvements le son se propage dans les milieux, il nous reste

à déterminer quelle est la vitesse de sa transmission. Cette détermination a pu se faire directement dans l'air, l'eau, et des tuyaux de conduite réunis bout à bout.

Les expériences exécutées dans l'air sont extrêmement nombreuses; les plus célèbres furent faites en 1738 par les membres de l'Académie des Sciences. Ils avaient choisi pour stations, l'Observatoire, Montmartre, Fontenay-aux-Roses et Montlhéry. Les observations, qui se faisaient la nuit, commençaient après un signal donné par une fusée qu'on lançait de l'Observatoire. Ensuite on tirait de dix minutes en dix minutes un coup de canon à l'une des stations; on mesurait à toutes les autres le temps qui s'écoulait entre l'arrivée de la lumière et l'arrivée du bruit, et la distance des stations ayant été rigoureusement mesurée d'avance, on calculait la vitesse du son en divisant cette distance par le temps observé. Ces observations furent continuées pendant plusieurs jours avec des conditions atmosphériques très-différentes, et l'on reconnut, 1° que la vitesse du son est indépendante de la pression et de l'état hygrométrique de l'air; 2° qu'elle est constante à toute distance, c'est-à-dire que le son se transmet uniformément; 3° qu'elle augmente avec la température; 4° qu'elle s'ajoute à la vitesse du vent ou s'en retranche suivant que le bruit et le vent marchent dans le même sens ou dans un sens opposé; 5° qu'elle est égale à 333 mètres à la température de zéro.

Depuis cette époque, une nouvelle mesure, faite en 1822 par les membres du Bureau des Longitudes entre Montlhéry et Villejuif, a donné $340^m,8$ à 16 degrés. Les coups de canon tirés de la première station furent tous entendus à la seconde, mais les coups inverses étaient tellement affaiblis, qu'un petit nombre d'entre eux seulement purent être observés. Cette circonstance inexpliquée ne permit point de corriger l'erreur provenant de l'agitation de l'air aussi exactement qu'on l'aurait désiré. Nous devons mentionner encore une observation intéressante de M. Biot. Il fit jouer à l'une des extrémités de l'aqueduc d'Arcueil un air de flûte bien connu qu'il écoutait en se plaçant à l'autre bout, et remarquant que la mesure de l'air n'était point altérée, il en conclut que les sons de hauteur différente se propagent également vite. Enfin, MM. Bravais et Martins en 1844 ont constaté, entre le sommet et la base du

Faulhorn, que la vitesse du son est la même soit qu'il aille en montant, soit qu'il aille en descendant, et qu'elle est de $332^m,37$ à la température de zéro.

C'est par un procédé tout semblable que Colladon et Sturm ont cherché en 1827 quelle est la vitesse du son dans l'eau, entre deux bateaux qu'ils avaient amarrés à une distance connue sur le lac de Genève. Le premier supportait une cloche plongée dans l'eau, et un levier coudé armé à sa base d'un marteau et à son sommet d'une mèche allumée, enflammait un tas de poudre en même temps qu'il frappait la cloche. Au second bateau était fixé un cornet acoustique dont le pavillon plongeait dans l'eau, et le sommet dans l'oreille de l'observateur, qui pouvait ainsi mesurer le temps écoulé entre l'apparition du signal lumineux et l'arrivée du son par l'eau. La vitesse cherchée se trouva égale à 1435 mètres à la température de $8^\circ,1$.

On voit que le son marche quatre fois et demie plus vite dans l'eau que dans l'air; sa transmission est encore plus rapide dans les solides, ainsi que M. Biot l'a constaté pour la fonte de fer. Il opéra sur un assemblage de 376 tuyaux qui formaient une longueur totale de $951^m,25$. Ils étaient réunis par des rondelles de plomb revêtues de futaine goudronnée et serrés par de fortes vis. La longueur totale des rondelles était de $5^m,61$. On fixa dans le dernier tuyau, tout près de son orifice, un anneau de fer de même diamètre que lui, portant à son centre un timbre et un marteau qu'on pouvait laisser tomber à volonté, et qui frappait à la fois le timbre et le tuyau. En se plaçant à l'autre extrémité, on entendit distinctement deux sons pour chaque coup de marteau; le premier transmis par le corps du tuyau avec une vitesse x, le second par l'air avec la vitesse connue a, et ils étaient séparés par un intervalle de temps égal à $2'',5$. On avait donc

$$\frac{951,2}{a} - \frac{951,2}{x} = 2'',5.$$

Ce qui permit de calculer x qui fut trouvé égal à $(10,5)a$.

L'air, l'eau et la fonte de fer sont les seules substances dans lesquelles on ait pu faire ces observations, et l'on n'aurait jamais pu trouver la vitesse du son dans les autres corps si l'on

ne possédait d'abord une formule théorique qui en exprime la valeur, ensuite des procédés d'expérience détournés qui ont permis de vérifier cette formule.

VITESSE THÉORIQUE DU SON. — En désignant par g l'accélération due à la pesanteur, et par ε l'allongement ou la contraction éprouvée par une colonne de 1 mètre, d'une substance quelconque, sous l'influence d'une traction ou d'une pression égale au poids de cette colonne, Laplace a trouvé pour la vitesse du son dans la substance considérée

$$a = \sqrt{\frac{g}{\varepsilon}}. \tag{2}$$

Nous allons voir comment cette formule se transforme dans le cas des gaz, des liquides et des solides.

GAZ. — Supposons que la colonne de gaz considérée ait une longueur l, une section égale à l'unité, une température t, une densité ρ et une pression H. On aura, en désignant par ρ_0 la densité à 0 degré et à 760 millimètres,

$$H = \frac{\rho}{\rho_0}(1+\alpha t)760. \tag{1}$$

Comprimons cette colonne par une hauteur de mercure dH, c'est-à-dire par un poids $P = \varpi dH$, si ϖ est la densité du mercure; elle éprouvera trois effets : 1° sa température augmentera de dt; 2° sa densité croîtra de $d\rho$; 3° sa longueur diminuera de dl.

Comme la section est supposée constante, la densité et la longueur varient en raison inverse, et la contraction de l'unité de longueur $\frac{-dl}{l}$ est égale à $\frac{d\rho}{\rho}$.

L'augmentation de température dt et la contraction correspondante $\frac{d\rho}{\rho}$ sont évidemment proportionnelles, tant qu'elles sont très-petites. Je désignerai par θ ce que devient dt, quand $\frac{d\rho}{\rho}$ est égal à $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$, sauf à déterminer par la suite la valeur

de θ; alors on aura

$$(2)\qquad \frac{\alpha}{1+\alpha t} : \frac{d\rho}{\rho} :: \theta : dt, \quad \frac{\theta d\rho}{\rho} = \frac{\alpha dt}{1+\alpha t}.$$

Cela posé, différentions l'équation (1) et multiplions par ϖ :

$$\varpi d\text{H} = \text{P} = \frac{\varpi 760}{\rho_0}[(1+\alpha t)d\rho + \rho\alpha dt],$$

ou

$$\text{P} = \varpi\frac{\rho}{\rho_0}(1+\alpha t)760\left(\frac{d\rho}{\rho} + \frac{\alpha dt}{1+\alpha t}\right);$$

et en vertu des équations (1) et (2),

$$\text{P} = \varpi\text{H}\left(\frac{d\rho}{\rho} + \theta\frac{d\rho}{\rho}\right) = \varpi\text{H}(1+\theta)\frac{d\rho}{\rho}.$$

Si nous supposons que le poids P soit égal à celui d'une colonne de gaz, dont la section et la longueur soient l'unité, il sera égal à ρ, et $\frac{d\rho}{\rho}$ représentera précisément la contraction ε qui entre dans la formule (α). On aura donc

$$\frac{d\rho}{\rho} = \varepsilon = \frac{\rho}{\varpi\text{H}(1+\theta)},$$

$$a = \sqrt{g\frac{\varpi\text{H}(1+\theta)}{\rho}};$$

enfin si on remplace ρ par sa valeur tirée de l'équation (1),

$$(\beta)\qquad a = \sqrt{\frac{g\varpi.760.(1+\theta)(1+\alpha t)}{\rho_0}}.$$

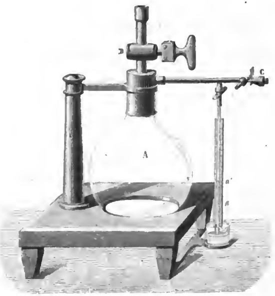
Pour mettre cette formule en nombres, il ne reste plus qu'à trouver θ, c'est-à-dire l'augmentation de température produite par une contraction $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$. On y peut parvenir au moyen de l'expérience de Clément et Desormes que nous avons décrite (page 354).

Soit p la pression extérieure exprimée en hauteur du liquide contenu dans aa' (*fig.* 442) :

1°. On commence par faire un vide partiel dans le ballon. Le liquide monte en a' et la pression est $p - h'$.

2°. On laisse rentrer l'air extérieur; alors celui qui était

Fig. 442.



dans le ballon se comprime et son volume qui était égal à l'unité devient $(1-\delta)$. Sa pression serait $\frac{p-h'}{1-\delta}$ si la température ne s'était point élevée; mais comme elle a augmenté de x, la pression est devenue $\frac{p-h'}{1-\delta}\,\frac{1+\alpha(t+x)}{1+\alpha t}$, et elle est égale à celle de l'atmosphère :

$$\frac{p-h'}{1-\delta}\,\frac{1+\alpha(t+x)}{1+\alpha t}=p. \tag{3}$$

3°. Peu à peu le ballon revient à la température ambiante t; le niveau remonte en a d'une quantité h, et x devenant égal à zéro, l'équation précédente donne :

$$\frac{p-h'}{1-\delta}=p-h. \tag{4}$$

Ces équations (3) et (4) permettent de calculer δ et x, c'est-à-

dire la compression et l'augmentation de température que l'air intérieur a éprouvées. On trouve :

$$\delta = \frac{h'-h}{p-h}, \quad x = \frac{1+\alpha t}{\alpha} \cdot \frac{h}{p-h}.$$

Par conséquent, si la compression δ de l'unité de volume devient égale à $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$, l'augmentation de température x devient θ, et l'on a proportionnellement

$$\delta : \frac{\alpha}{1+\alpha t} :: x : \theta,$$

$$\theta = \frac{\alpha x}{1+\alpha t} \cdot \frac{1}{\delta} = \frac{h}{h'-h}.$$

Clément et Desormes ont trouvé $\theta = 0,38$; mais de nouvelles expériences ont fait admettre $\theta = 0,42$. Si nous acceptons ce nombre, la vitesse du son dans l'air devient, en remplaçant dans l'équation (β) chaque quantité par sa valeur :

$$a = \sqrt{\frac{9,8089 \cdot 13,596 \cdot 760}{0,001293} : 1,42(1+\alpha t)},$$

$$a = 333^{m} \sqrt{1+\alpha t},$$

pour $t = 0$. Cette valeur est précisément celle que l'on a trouvée par l'expérience directe (1).

LIQUIDES. — Soit une colonne liquide de longueur l, de section invariable s et dont le coefficient de compressibilité soit μ. Si l'on augmente la pression de 1 atmosphère, la longueur de-

(1) On donne souvent à l'expression (β) une autre forme, qui n'est point exacte. Avant qu'on se fût occupé du travail mécanique de la chaleur, on interprétait de la manière suivante l'expérience de Clément et Desormes. Si un poids P de gaz est porté de t à $t+1°$ sous pression constante, il absorbe Pc calories et se dilate de $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$. Mais on peut décomposer ce phénomène en deux phases : 1° porter le gaz de t à $t+1$ sans qu'il se dilate; alors il absorbera Pc' calories, c' étant sa capacité à volume constant; 2° le laisser se dilater de $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$; alors sa température baissera de θ, et, pour le ramener à $t+1$, il faudra lui rendre

viendra l', le volume $l's$, et on aura

$$l's = ls(1-\mu),$$

et si la longueur primitive est égale à l'unité,

$$l' = 1-\mu.$$

Conséquemment, la contraction par unité de longueur sera égale à μ pour une pression H, à $\frac{\mu}{H}$ pour 1 mètre de mercure et à $\frac{\mu d}{H\varpi}$ pour une pression de 1 mètre du liquide considéré, en désignant par $\frac{d}{\varpi}$ le rapport de sa densité à celle du mercure. On aura donc

$$\varepsilon = \frac{\mu d}{H\varpi}, \quad a = \sqrt{\frac{g\varpi H}{\mu d}}.$$

Lorsque l'on comprime un liquide, il est probable que sa température s'élève; il faudrait donc, ainsi que nous l'avons fait pour les gaz, tenir compte de cette augmentation dans le calcul ε; mais comme elle est très-faible, on peut la négliger sans erreur sensible.

En appliquant la formule à l'eau, on a trouvé $a = 1429^m$, nombre presque égal à celui qui résulte des expériences de Colladon et Sturm.

SOLIDES. — On sait qu'une règle solide de section s et de longueur l s'allonge, par l'effet d'une traction P, d'une quan-

---

$Pc'\theta$ calories. On doit donc avoir

$$Pc = Pc' + Pc'\theta \quad \text{ou} \quad 1+\theta = \frac{c}{c'},$$

par suite, la vitesse du son doit s'exprimer par

$$(\beta') \qquad a = \sqrt{\frac{g\varpi.760}{\rho_0}(1+\alpha t)\frac{c}{c'}}.$$

Mais ce raisonnement est inexact. Quand un gaz se dilate, il est vrai qu'*habituellement* il se refroidit, mais c'est parce qu'il produit du travail, et s'il arrive qu'on le dilate en le faisant penétrer dans un vase vide, il ne change plus de température (page 435). Les deux capacites sont donc *nécessairement* égales entre elles. Par consequent, l'équation (β) est vraie, mais elle devient fausse si l'on y remplace $1+\theta$ par $\frac{c}{c'}$.

tité e donnée par la formule suivante dans laquelle Q exprime le coefficient d'élasticité (tome I[er], page 134),

$$e = \frac{1}{Q}\,\frac{Pl}{s}.$$

Par conséquent, si la longueur est 1 mètre et si P est égal au poids de la règle, ou à sd, e devient égal à ε, et on a

$$\varepsilon = \frac{d}{Q}, \quad a = \sqrt{\frac{gQ}{d}}.$$

Mais comme la contraction éprouvée par les solides se fait suivant des lois différentes, quand la pression s'exerce dans un seul sens ou dans toutes les directions, on conçoit que la vitesse du son ne sera pas la même quand il se propagera dans un fil rectiligne ou dans un milieu indéfini. La formule précédente ne convient qu'au premier cas, et M. Wertheim a fait voir que la vitesse a_1 dans un milieu indéfini est donnée par la relation

$$a_1 = a\sqrt{\frac{3}{2}}, \quad a_1 = \sqrt{\frac{3}{2}\,\frac{gQ}{d}}.$$

Mesure indirecte de la vitesse du son. — Nous avons montré dans la précédente leçon que si l'on imprime des vibrations longitudinales à une colonne cylindrique de longueur L formée par une substance quelconque, gazeuse, liquide ou solide, elle se divise en concamérations séparées par des nœuds fixes dont les distances sont égales à la longueur d'onde, et qu'elle donne des sons exprimés généralement par la formule

$$N = \frac{n}{2L}\,a,$$

a étant la vitesse du son et n un nombre entier dépendant de l'harmonique produit et des conditions dans lesquelles se trouvent les extrémités du cylindre. n est connu pour chaque harmonique, et, conséquemment, si l'on détermine le nombre de vibrations N, on pourra calculer la valeur de a.

Cette méthode est applicable à tous les corps. Elle n'offrirait aucune difficulté si les nœuds et les ventres se formaient exactement aux endroits précis que la théorie leur assigne.

Malheureusement, il y a toujours des perturbations qui les déplacent; mais l'expérience a montré que ces perturbations ne se manifestent qu'aux extrémités et ne changent point sensiblement la distance des nœuds qui se forment vers le milieu du cylindre quand il rend un harmonique élevé. Cela étant, voici comment on a déduit la vitesse du son des vibrations longitudinales.

CAS DES GAZ. — D. Bernoulli eut le premier l'idée de mesurer la vitesse du son dans l'air au moyen des tuyaux d'orgue; mais il n'a pu s'affranchir des causes d'erreur dont nous venons de parler. Après lui, Dulong a réussi à les éliminer par un artifice ingénieux. Il employait un tuyau cylindrique très-étroit, et il engageait dans l'extrémité opposée à l'embouchure un piston à tige divisée que l'on pouvait enfoncer à volonté et dont on mesurait la course par la division qu'il portait. On commençait par le fixer à l'extrémité du tuyau dans lequel on insufflait un courant d'air assez rapide pour produire un harmonique élevé. Alors il se formait $n+1$ nœuds : le premier à une distance de l'embouchure qui théoriquement devrait être $\frac{\lambda}{2}$, mais qui en réalité était $\frac{\lambda}{2}+x$; le dernier qui devrait se confondre avec la surface du piston, mais qui en différait de y; tous les autres séparés par une longueur d'onde exacte. En résumé, la longueur L du tuyau était égale à $\frac{\lambda}{2}+n\lambda+x+y$. On enfonçait ensuite le piston jusqu'à reproduire le son primitif. Alors les internœuds intérieurs et les perturbations restaient les mêmes, seulement il y avait une concamération de moins, et la nouvelle longueur L' du tuyau étant égale à $\frac{\lambda}{2}+(n-1)\lambda+x+y$, $L-L'$, qui représente la course du piston, mesurait la longueur de l'onde λ, et l'on avait

$$L-L'=\frac{a}{N}.$$

On déterminait N en faisant vibrer une sirène à l'unisson du tuyau et en comptant ses vibrations.

Pour opérer dans des gaz autres que l'air, Dulong plaçait le tuyau horizontalement dans une caisse en bois doublée de plomb. La tige du piston passait dans une boîte à étoupes et l'on mesurait sa course comme précédemment; l'embouchure était en communication avec un réservoir contenant le gaz qu'on voulait étudier; ce gaz faisait parler le tuyau, remplissait la caisse, et les expériences étaient conduites absolument comme dans l'air.

La valeur de a une fois connue, Dulong calcula $(1+\theta)$ par la formule

$$(\beta) \qquad a = \sqrt{\frac{g\varpi 760}{\rho_0}(1+\alpha t)(1+\theta)},$$

θ exprime, comme on le sait, l'augmentation de température produite par une compression égale à $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Vitesse du son dans les gaz à la température de zéro.

	a	$1+\theta$
	m	
Air.................	333,00	1,421
Oxygène............	317,17	1,415
Hydrogène..........	1269,50	1,407
Acide carbonique....	261,60	1,338
Oxyde de carbone....	337,40	1,427
Protoxyde d'azote....	261,90	1,343
Gaz oléfiant.........	314,00	1,240

Au lieu d'éliminer par un procédé expérimental l'erreur occasionnée par les extrémités, M. Wertheim a réussi à la calculer de la manière suivante. Il prit un tuyau cylindrique étroit composé de parties qui pouvaient s'ajouter l'une à l'autre par des raccords à vis (*fig.* 443), de façon que la longueur de-

Fig. 443.



venait successivement L_1, L_2, L_3,...; mais l'embouchure et la

section restant toujours les mêmes, les perturbations x et y étaient constantes, et les sons obtenus, N_1, N_2, $N_3, \ldots$, ceux que donneraient des tuyaux de longueur théorique égale à

$$L_1 + x + y, \quad L_2 + x + y, \quad L_3 + x + y, \ldots.$$

Supposons que l'on prenne les sons fondamentaux; on aura, si le tuyau est ouvert,

$$(1) \qquad a = N_1(L_1 + x + y), \quad a = N_2(L_2 + x + y), \ldots;$$

en éliminant a entre ces équations et la première, on obtient

$$x + y = \frac{N_1 L_1 - N_2 L_2}{N_2 - N_1} = \frac{N_1 L_1 - N_3 L_3}{N_3 - N_1} = \ldots.$$

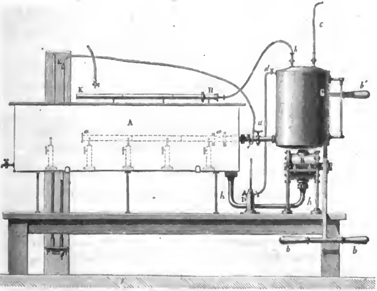
M. Wertheim a trouvé que les valeurs de $x + y$ ainsi calculées sont réellement constantes pour un même tuyau, quand on lui donne des longueurs différentes, ce qui justifie l'hypothèse sur laquelle on s'appuie; et, cette vérification une fois faite, on peut calculer a en combinant deux à deux les équations (1). M. Wertheim n'a opéré que sur l'air, mais à des températures très-différentes; et comme les vitesses a_t et a_0, à t degrés et à zéro, sont liées entre elles par la relation $a_0 = \frac{a_t}{\sqrt{1 + \alpha t}}$, il a fait servir toutes ses mesures à la détermination de a_0. On voit, par le tableau suivant, que tous les résultats concordent entre eux et avec la mesure directe de a_0.

Vitesse du son dans l'air.

t	a_t	a_0
	m	m
0,5	331,98	331,70
2,0	332,74	331,53
4,5	332,75	330,04
8,0	335,43	330,62
8,5	338,05	332,91
12,0	339,46	332,23
12,3	343,01	335,53
16,0	338,68	329,17
26,6	347,82	332,01

CAS DES LIQUIDES. — Quand on veut appliquer la même méthode aux liquides, on rencontre une difficulté très-grande: c'est celle de faire parler les tuyaux. M. Cagniard de Latour avait tenté quelques essais dans cette voie; mais c'est M. Wertheim qui a le premier réussi à faire vibrer des tuyaux à embouchure de flûte en les plongeant dans un liquide et en y injectant un courant de ce même liquide. Les sons qu'il a obtenus avaient le même caractère musical et donnaient les mêmes harmoniques que dans l'air : seulement ils étaient accompagnés souvent de bruits étrangers produits par le choc du liquide sur l'embouchure, mais qui n'ont aucune influence sur les mesures. Dès lors M. Wertheim put déterminer la vitesse du son dans les liquides, absolument comme il l'avait fait dans l'air. Son appareil est représenté *fig.* 444.

Fig. 444.



Le tuyau *aa* est couché horizontalement dans une cuve A, qui est pleine du liquide qu'on veut étudier. Une pompe à

clapets B, qui se manœuvre par le levier *bbb'*, aspire ce liquide par le conduit *hh* et l'accumule dans un réservoir C. Celui-ci est en communication par un tube *c* avec de grands cylindres pleins d'air comprimé, dont l'effet maintient la pression constante; il est, de plus, en rapport avec deux manomètres, l'un à air libre E, l'autre à air comprimé D, qui servent dans les cas des pressions basses ou élevées; enfin il envoie dans le tuyau *aa* un courant de liquide que l'on règle par le robinet *u*, de manière à obtenir le son fondamental ou un harmonique quelconque. L'appareil porte un second tuyau KH qui peut servir à faire des expériences dans l'air. Quand on voulait opérer sur des liquides rares, cet appareil était remplacé par un autre beaucoup moins long.

M. Wertheim trouva de cette façon que la vitesse du son dans l'eau est égale à 1173 mètres, nombre beaucoup plus faible que ceux qui résultent des autres méthodes. Il explique ce résultat en supposant que l'eau, pendant ses vibrations longitudinales, se comprime suivant les mêmes lois qu'un solide. Si cela est, la vitesse 1173 mètres est celle qui convient à un filet liquide, et pour un milieu indéfini on doit avoir

$$a_1 = 1173\sqrt{\frac{3}{2}} = 1437^{\text{m}}.$$

Ce qui est conforme à l'expérience directe.

On voit, en résumé, que la vitesse du son dans l'eau a été obtenue par trois moyens : 1° par des mesures directes qui ont donné 1435 mètres; 2° par la formule théorique $a = \sqrt{\frac{g\varpi H}{d\mu}}$ qui a conduit à 1429 mètres; 3° par l'étude des sons d'un tuyau, ce qui a fourni 1437 mètres. L'identité presque complète de ces résultats peut être considérée comme une démonstration de la formule et comme une justification de la méthode de M. Wertheim. On pourra donc, avec toute confiance, appliquer à tous les autres liquides les deux derniers moyens, qui devront se contrôler mutuellement. M. Wertheim a déterminé, comme il l'avait fait pour l'eau, la vitesse du son a_1 pour les liquides du tableau suivant; puis, au moyen de la formule théorique, il a calculé leur coefficient de compressibilité μ.

D'un autre côté, M. Grassi mesura directement ce coefficient μ, et l'on verra par le tableau que les deux méthodes concordent.

	TEMPÉRATURE.	VITESSE du son.	COMPRESSIBILITÉ CUBIQUE	
			PAR LA VITESSE du son.	PAR LA MESURE directe. (M. Grassi.)
Eau de Seine	15,0°	1437,0	0,0000491	"
Eau de mer	20,0	1453,0	0,0000467	0,0000436
Chlorure de sodium	18,0	1561,0	0,0000349	0,0000321
Sulfate de soude	20,0	1525,0	0,0000393	"
Carbonate de soude	22,2	1594,0	0,0000337	0,0000297
Azotate de soude	20,9	1669,0	0,0000301	0,0000295
Alcool à 36 degrés	20,0	1285,9	0,0000733	"
Alcool absolu	23,0	1159,8	0,0000947	0,0000991
Éther	0,0	1159,0	0,0001002	0,000111

CAS DES SOLIDES. — Il n'y a aucune difficulté à faire vibrer les solides longitudinalement, il suffit de les façonner en tiges assez longues, de les saisir par le milieu et de les frotter avec un drap enduit de colophane. Si l'on mesure, d'une part la longueur L des tiges, de l'autre le nombre N des vibrations qu'elles donnent, on trouvera la vitesse du son par la formule

$$a = NL.$$

D'un autre côté, cette vitesse est exprimée par la formule de Laplace

$$a = \sqrt{\frac{gQ}{d}},$$

et comme on a déterminé (tome I, page 135) les coefficients d'élasticité Q, on pourra voir si les deux procédés de mesure sont concordants. C'est en effet ce que démontrent les résultats suivants, dans lesquels la vitesse du son dans l'air est prise comme unité.

	Vitesse du son d'après	
	les vibrations.	la formule.
Argent recuit	8,057	7,940
Zinc distillé	9,683	9,188
Palladium recuit	»	8,803
Cuivre recuit	11,167	10,847
Platine recuit	8,111	8,045
Fer recuit	15.108	15,472
Acier recuit	15,108	14.716

CINQUANTE-NEUVIÈME LEÇON.

DES VIBRATIONS TRANSVERSALES DES SOLIDES.

Vibrations transversales des cordes. — Sonomètre. — Influence de la rigidité des cordes. — Harmoniques des cordes. — Rapport des vibrations longitudinales et transversales. — Vibrations transversales des verges, des plaques, des timbres, des membranes.

Lorsqu'une corde flexible tendue, ou une verge rigide convenablement encastrée, sont dérangées par une flexion initiale de leur position d'équilibre, elles y reviennent par une série d'oscillations *transversales*. Il en est de même quand une plaque de petite épaisseur est ébranlée perpendiculairement à sa surface. Dans tous les cas, il est évident que la fréquence des vibrations effectuées doit dépendre à la fois de la forme, de l'étendue, de la densité et de l'élasticité des corps. On conçoit dès lors que, pour étudier fructueusement une action si complexe, il faut tout d'abord s'adresser à la théorie mathématique de l'élasticité et se contenter de vérifier les résultats du calcul par l'expérience. C'est ce que nous allons faire, en nous bornant aux cas les plus simples.

VIBRATIONS TRANSVERSALES DES CORDES.

Le nombre des vibrations transversales simples effectuées pendant une seconde par une corde de longueur l et de poids p, tendue par un poids P, est donné par la formule

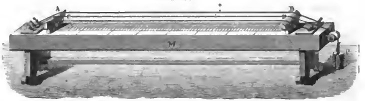
$$n = \sqrt{\frac{gP}{lp}},$$

et comme $p = \pi r^2 ld$ ou $p = sld$, on peut écrire

$$n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi d}} \quad \text{ou} \quad n = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{gP}{sd}}.$$

Pour vérifier cette formule par l'expérience, on emploie le sonomètre. C'est un instrument composé d'une caisse vide en sapin M (*fig.* 445) qui est destinée à la fois à supporter ces

Fig. 445.



cordes et à renforcer leur son. On accroche une de leurs extrémités à une broche en fer, et pour leur donner une tension convenable, on les enroule par l'autre bout sur le contour d'une vis implantée dans la table et qu'on tourne plus ou moins, ou bien on les fait passer sur la gorge d'une poulie et on les charge par un poids P. Elles s'appuient sur deux chevalets A et B, à arêtes vives qui ne changent point leur tension longitudinale, mais qui les fixent transversalement; dès lors elles vibrent comme si leur longueur totale était égale à la distance des points d'appui, distance qui est ordinairement égale à 1 mètre et qui est donnée par une division tracée sur la table. On met ces cordes en vibration soit en les frappant avec un petit marteau de bois garni de peau, soit en les pinçant avec les doigts pour les écarter de leur équilibre, soit enfin en les frottant avec un archet. Voici maintenant quelles sont les lois de leurs vibrations déduites de la formule et comment on les vérifie :

1°. Le nombre des vibrations est en raison inverse de la longueur.

Plaçons sous l'une des cordes un chevalet supplémentaire, et faisons-le glisser de manière que la longueur de la partie vibrante devienne

$$1,\quad \frac{8}{9},\quad \frac{4}{5},\quad \frac{3}{4},\quad \frac{2}{3},\quad \frac{3}{5},\quad \frac{8}{15},\quad \frac{1}{2},$$

elle rendra les notes de la gamme

ut, *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, ut_2;

par conséquent, les nombres de vibrations sont égaux à

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{4}{3},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{5}{3},\quad \frac{15}{8},\quad 2,$$

c'est-à-dire en raison inverse de la longueur.

2°. Le nombre de vibrations est en raison inverse du rayon.

On place successivement en CD quatre cordes de même substance tendues par le même poids P, et dont les rayons varient comme les nombres 4, 3, 2, 1. En les comparant à une autre corde AB dont la tension demeure constante, on trouve qu'elles produisent les notes

$$ut_1,\quad fa_1,\quad ut_2,\quad ut_3;$$

par conséquent, leurs nombres de vibrations sont

$$1,\quad \frac{4}{3},\quad 2,\quad 4,$$

ou

$$\frac{1}{4},\quad \frac{1}{3},\quad \frac{1}{2},\quad 1,$$

c'est-à-dire en raison inverse des rayons.

3°. Le nombre des vibrations est proportionnel à la racine carrée du poids tenseur.

Après avoir mis la corde d'essai CD tendue par un poids que nous prendrons comme égal à l'unité, à l'unisson d'une corde étalon AB, nous la chargerons par d'autres poids 4, 9, 16,..., et en comparant le son qu'elle donne avec celui de la corde fixe, nous verrons que pour les quatre valeurs de P

$$1,\quad 4,\quad 9,\quad 16,$$

elle rend les sons

$$ut_1,\quad ut_2,\quad sol_2,\quad ut_3,$$

qui correspondent aux nombres de vibrations

$$1,\quad 2,\quad 3,\quad 4,$$

proportionnels à la racine carrée de P.

4°. Le nombre des vibrations est en raison inverse de la racine carrée de la densité.

On tendra deux cordes de même section et de nature diffé-

rente avec les mêmes poids P, et on cherchera les longueurs l et l' qu'il faut leur donner pour qu'elles soient à l'unisson ; on trouvera que $\frac{l}{l'}=\sqrt{\frac{d}{d'}}$; et comme les nombres de vibrations sont en raison inverse des longueurs, on aura

$$\frac{n'}{n}=\sqrt{\frac{d}{d'}},$$

ce qui justifie la loi énoncée.

Une fois que l'on connaît la loi des cordes, on peut se servir du sonomètre pour déterminer le nombre de vibrations effectuées pendant une seconde par un son quelconque. Supposons, par exemple, que la longueur initiale de la corde du sonomètre soit égale à 1 mètre et qu'on l'ait tendue jusqu'à la mettre à l'unisson avec le diapason ; alors elle fait 870 vibrations par seconde, mais en l'allongeant ou en la raccourcissant jusqu'à une longueur l, on pourra lui faire rendre le son que l'on veut apprécier, et ce son correspondra à $\frac{870}{l}$ vibrations par seconde. C'est par ce procédé, imaginé par Mersenne, que dans la plupart des cas on évalue les sons.

INFLUENCE DE LA RIGIDITÉ. — Quand les expériences sont faites avec beaucoup de soin, on trouve toujours une divergence notable entre le calcul et l'observation. Elle est d'autant plus grande que le diamètre augmente davantage, et lorsque la longueur décroît, la hauteur du son s'élève moins rapidement que la raison inverse de cette longueur. Cela tient à ce qu'il y a dans ces épreuves de vérification deux causes d'erreur inévitables. D'abord il est évident que les points d'appui ne sont pas absolument fixes ; en second lieu, la théorie suppose que les cordes sont parfaitement flexibles, tandis qu'en réalité celles que l'on étudie ont un certain degré de rigidité. N. Savart a détruit la première cause d'erreur en encastrant les cordes dans des étaux très-lourds garnis de plomb ; alors il ne restait plus que les divergences occasionnées par la rigidité, et il les a étudiées par les expériences suivantes. Il tendait verticalement la corde par un poids P qu'il augmentait progressivement, puis il en fixait une partie entre deux étaux

solidaires l'un de l'autre et séparés par un intervalle invariable de 80 millimètres. La corde avait donc une longueur constante l, une tension variable P, et la formule des vibrations donnait

$$n = \sqrt{\frac{gP}{lp}}.$$

On faisait vibrer cette corde, et en comparant sa note à celle d'un violon accordé sur un diapason connu, on déterminait le nombre N de vibrations qu'elle faisait réellement. N fut toujours plus grand que n, et la différence entre N^2 et n^2 fut trouvée constante,

$$N^2 - n^2 = C.$$

Posons $C = \frac{g}{lp} P_1$: nous pourrons écrire

$$N^2 = \frac{g}{lp} P + \frac{g}{lp} P_1, \quad N = \sqrt{\frac{g}{lp}(P + P_1)}.$$

Ce qui veut dire que la rigidité d'une corde produit le même effet que si sa tension était augmentée d'une quantité constante P_1.

HARMONIQUES DES CORDES. — Jusqu'à présent nous avons supposé que les cordes effectuent des vibrations de totalité, mais l'analyse indique qu'elles peuvent aussi se diviser en un nombre quelconque n de parties égales, séparées par des nœuds qui restent fixes, vibrant comme si elles constituaient autant de cordes distinctes de longueur $\frac{l}{n}$ et donnant les nombres de vibrations $N = \frac{n}{l} \sqrt{\frac{gP}{sd}}$. Si l'on fait successivement n égal à

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \ldots,$$

N devient proportionnellement

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \ldots,$$

et les notes produites sont

$$ut_1, \quad ut_2, \quad sol_2, \quad ut_3, \ldots.$$

Quand elles affectent ces modes de division complexes, les

cordes prennent une forme sinueuse (*fig.* 446), tantôt celle

Fig. 446.



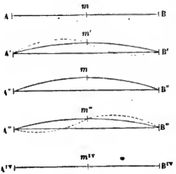
qui est indiquée par la courbe pleine, tantôt celle qui est représentée par la ligne ponctuée. D'où il résulte que les vibrations sont de sens inverse au même moment dans deux concamérations contiguës, et qu'il n'y a aucun changement de densité soit aux nœuds, soit aux ventres.

Pour réaliser l'un quelconque de ces modes de division, il suffit de fixer par une pression légère un des points qui doit être un nœud et d'ébranler avec l'archet une partie qui doit devenir un ventre, la décomposition en parties aliquotes se produit à l'instant, et une fois qu'elle est commencée, on peut cesser de presser le nœud qui a été fixé et continuer le mouvement de l'archet sans que le son change. Par exemple, fixons le point N qui est au quart de la longueur totale; et pour rendre sensible aux yeux la division de la corde, mettons des chevalets de papier aux points N' et N'' qui doivent être des nœuds, et d'autres chevalets semblables au milieu des ventres v', v'', v'''. Aussitôt que nous donnerons un coup d'archet en v, tous les derniers seront chassés au loin par le mouvement de v', v'', v''', mais les premiers resteront à leur place puisque les nœuds N'N'' sont immobiles. On peut encore, comme le faisait Savart, disposer sur une planche noircie une longue corde peu tendue recouverte de fils argentés. Pendant qu'elle vibre, elle se détache en blanc sur le fond, et l'œil saisissant l'enveloppe de ses positions extrêmes, voit les ventres renflés et les nœuds réduits à l'épaisseur de la corde.

Le calcul indique encore un résultat plus curieux, c'est que chacun de ces états vibratoires différents constitués et par les mouvements d'ensemble de la corde entière et par celui de ses parties aliquotes, doivent se produire non-seulement séparément, mais encore simultanément. Par conséquent, tous les sons harmoniques 1, 2, 3, 4,..., doivent être superposés quand la corde résonne. C'est en effet ce que l'oreille saisit avec un peu d'exercice.

On peut se représenter par une construction graphique le mouvement complexe que la corde effectue (*fig.* 447). Supposons, par exemple, qu'elle vibre en totalité, elle prendra à partir de sa position d'équilibre, après des temps égaux à un quart de vibration, les formes AmB, $A'm'B$, ..., $A^{IV}m^{IV}B^{IV}$. Mais pour donner l'harmonique 2, chacune des moitiés vibrera relativement par rapport à la totalité; elle effectuera une demi-vibration pendant chaque quart de l'oscillation totale, et la corde prendra successivement les contours ponctués représentés dans la figure. Le sonomètre noirci de Savart fait voir très-nettement l'enveloppe de ces courbes. On se rendrait compte de la même manière de la production des autres harmoniques 3, 4, 5, ...

Fig. 447.



RAPPORT DES NOMBRES DES VIBRATIONS LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES. — Le nombre des vibrations longitudinales d'une corde, quand elle donne le son fondamental, est $N_1 = \frac{a}{l}$ (page 479), et si on remplace a par sa valeur $\sqrt{\frac{gQ}{d}}$,

$$N_1 = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{gQ}{d}},$$

par conséquent, le rapport des nombres de vibrations transversales et longitudinales est

$$\frac{N}{N_1} = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{gP}{sd}} : \frac{1}{l}\sqrt{\frac{gQ}{d}} = \sqrt{\frac{P}{Qs}}.$$

Or, comme l'allongement e, éprouvé par une corde dont la longueur est l'unité, sous l'influence d'un poids $\frac{P}{s}$, est préci-

sément égal à $\frac{P}{Qs}$, on a

$$\frac{N}{N_1} = \sqrt{e}.$$

On voit que e étant très-petit, la corde rend un son beaucoup plus grave quand elle vibre transversalement que lorsqu'elle oscille longitudinalement.

VIBRATIONS TRANSVERSALES DES VERGES.

Lorsque des verges rigides prismatiques vibrent transversalement, le nombre de leurs vibrations est exprimé par la formule suivante, quels que soient leurs modes d'encastrement et de division en parties vibrantes, pourvu qu'ils soient les mêmes,

$$N = A\frac{e}{l^2}.$$

e est l'épaisseur parallèle aux déplacements, l la longueur de la verge et A un coefficient qui dépend à la fois de la nature de la substance, du mode d'encastrement et du nombre des divisions de la verge. Cette formule montre que ce nombre N est

1°. Indépendant de la largeur des verges;
2°. Proportionnel à leur épaisseur;
3°. En raison inverse du carré de leur longueur.
Toutes ces lois sont vérifiées par l'expérience.

Nous allons maintenant examiner en détail comment ces verges se subdivisent en concamérations séparées par des nœuds, et quels harmoniques elles produisent. Cette question est fort complexe. Il faut commencer par la subdiviser en plusieurs cas, suivant que la verge encastrée ou simplement appuyée aura :

1°. Les deux extrémités appuyées;
2°. Les deux extrémités fixées dans un étau;
3°. Les deux extrémités libres;
4°. Un bout appuyé, l'autre fixé;
5°. Un bout appuyé, l'autre libre;
6°. Un bout fixé, l'autre libre.

1°. *Les deux extrémités appuyées.* — La verge peut vibrer en totalité ou se diviser en concamérations. Dans ce dernier cas, il y a des nœuds équidistants dont les extrêmes occupent les deux bouts (*fig.* 448); les internœuds sont tous égaux entre eux et à $\frac{l}{n-1}$, et chacun d'eux vibrant comme une verge séparée, les sons harmoniques sont représentés par le carré des nombres

$$\frac{1}{l},\quad \frac{2}{l},\quad \frac{3}{l},\quad \frac{4}{l},\ldots,\quad \frac{n-1}{l},$$

quand le nombre total des nœuds est

$$2,\quad 3,\quad 4,\quad 5,\ldots,\quad n.$$

Fig. 448.



2°. *Les deux extrémités fixées.* — Si, au lieu d'appuyer seulement les extrémités sur des supports fixes, on les serre dans des étaux ou qu'on les encastre en les soudant dans des masses métalliques, les phénomènes ne restent pas les mêmes. Les nœuds A' et B', voisins des extrémités, se rapprochent d'elles (*fig.* 448). Dans le cas où ces nœuds sont au moins au nombre de 5, M. Lissajous a trouvé que les distances AA' et BB' sont $\frac{5l}{2(2n-1)}$ et que tous les autres internœuds sont égaux entre eux et à $\frac{2l}{2n-1} = \mathrm{D}$. De plus, les harmoniques produits sont réciproques aux carrés de D ou proportionnels aux carrés de

$$\frac{3}{2l},\quad \frac{5}{2l},\quad \frac{7}{2l},\quad \frac{9}{2l},\ldots,\quad \frac{2n-1}{2l},$$

quand le nombre total des nœuds est

$$2,\quad 3,\quad 4,\quad 5,\ldots,\quad n.$$

3°. *Les deux extrémités libres.* — On réalise ce cas en appuyant la règle sur des supports de liége en des points où doi-

vent se produire des nœuds. Il y a deux ventres aux deux extrémités; mais les concamérations du milieu restent les mêmes que dans le cas précédent. Le seul changement qui se fasse est que les nœuds A et B, qui étaient aux extrémités, s'en éloignent pour venir se placer en α et β. M. Lissajous a trouvé

$$A\alpha = B\beta = \frac{2l}{2n-1}(0,330), \quad AA' = BB' = \frac{5l}{2(2n-1)},$$

$$A'A'' = A''A''' = \ldots = D = \frac{2l}{2n-1}.$$

Les sons harmoniques sont encore réciproques aux carrés de $\frac{2l}{2n-1}$ et sont les mêmes que précédemment.

4°. *Un bout appuyé* B, *l'autre fixé* A. — Puisque les deux bouts étant appuyés, la verge se divise en internœuds égaux entre eux, il est évident que dans le cas qui nous occupe maintenant, le nœud B', qui avoisine l'extrémité appuyée B, sera dans les mêmes conditions que ceux du milieu et que les vibrations se feront comme si la verge était doublée et que les deux bouts fussent fixés. Alors le nombre des nœuds serait $2n-1$, la longueur $2l$, et en remplaçant dans les équations qui conviennent au deuxième cas n par $2n-1$, l par $2l$, on aura

$$AA' = \frac{5l}{4n-3}, \quad A'A'' = A''A''' = \ldots = D = \frac{4l}{4n-3}.$$

L'expérience et le calcul prouvent en outre que le nombre n des nœuds, y compris ceux des extrémités, étant

$$2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 6, \ldots,$$

les sons se représentent par la série des carrés de $\frac{1}{D}$, ou par les carrés de

$$\frac{5}{4l}, \quad \frac{9}{4l}, \quad \frac{13}{4l}, \ldots, \quad \frac{4n-3}{4l}.$$

5°. *Un bout appuyé* B, *l'autre libre* A. — La verge peut se remplacer de même par une autre de longueur double $2l$, libre à ses deux bouts et ayant $2n-1$ nœuds. Ce cas ne diffé-

rera du précédent que parce que le nœud A quittera l'extrémité pour se placer en α. On aura

$$A\alpha = \frac{4l}{4n-3}(0,330), \quad AA' = \frac{5l}{4n-3},$$

$$A'A''' = A''A''' = \ldots = D = \frac{4l}{4n-3};$$

et le nombre des nœuds pouvant être

$$1, \ 2, \ 3, \ 4, \ldots, \ n,$$

les harmoniques seront exprimés par le carré de

$$\frac{1}{4l}, \ \frac{5}{4l}, \ \frac{9}{4l}, \ldots, \ \frac{4n-3}{4l}.$$

6°. *Un bout fixé* B, *l'autre libre* A. — Il y aura un ventre en A, un nœud en α et un autre en B. La verge présentera à ses deux bouts les caractères qui répondent aux cas où ils sont fixés et libres,

$$A\alpha = \frac{2l}{2n-1}(0,330), \quad AA' = BB' = \frac{5l}{2(2n-1)},$$

$$A'A'' = \ldots = D = \frac{2l}{2n-1}.$$

Le nombre des nœuds étant

$$1, \ 2, \ 3, \ 4, \ldots, \ n,$$

les sons produits sont représentés par le carré de

$$\frac{1}{2l}, \ \frac{3}{2l}, \ \frac{5}{2l}, \ldots, \ \frac{2n-1}{2l}.$$

En résumé, la règle, suivant son mode d'encastrement, donne trois séries d'harmoniques représentés, savoir :

$$1^{\text{er}} \text{ cas}, \ \frac{(n-1)^2}{l^2}, \ldots; \quad 2^{\text{e}}, 3^{\text{e}} \text{ et } 6^{\text{e}} \text{ cas}, \ \frac{(2n-1)^2}{4l^2}, \ldots;$$

$$4^{\text{e}} \text{ et } 5^{\text{e}} \text{ cas}, \ \frac{(4n-3)^2}{16l^2}, \ldots.$$

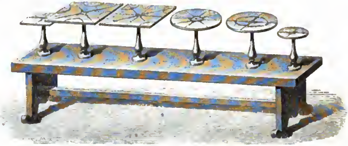
Toutefois, ces conclusions ne s'appliquent point exactement quand le nombre de nœuds est moindre que 4 ou 5. Par

exemple, dans le 6e cas, le son fondamental et l'harmonique qui le suit devraient être dans le rapport des nombres 1 et 9, tandis que, d'après Chladni, ils sont proportionnels à 4 et à 25.

VIBRATIONS TRANSVERSALES DES PLAQUES.

Les plaques que l'on a étudiées sont en général taillées dans des tôles métalliques peu épaisses ou dans des lames de verre. Il est nécessaire qu'elles soient parfaitement homogènes, afin que les inégalités de l'élasticité ne compliquent pas les lois des vibrations. On les fixe par des vis de pression et on appuie en outre les doigts ou les pointes d'un compas garni de peau sur les parties que l'on veut rendre immobiles; puis on les ébranle par un archet sur un des points de leur contour (*fig.* 449).

Fig. 449.



Jamais ces plaques ne vibrent en totalité dans toutes leurs parties à la fois. Elles se divisent en concamérations séparées par des lignes de repos : c'est ce que l'on reconnaît en semant sur leur surface du sable fin auquel la plaque communique son mouvement et qui vient se rassembler sur les lignes nodales qu'il dessine avec une grande netteté. Savart remplaçait ce sable par de la poudre de tournesol qui contient une gomme soluble; et quand les figures nodales étaient obtenues, il appliquait sur la surface une feuille de papier humecté qu'il enlevait ensuite; elle ramenait avec elle la poudre qui devenait adhérente par la dessiccation et conservait le dessin des figures.

Les lignes nodales marquent la séparation des parties qui, au même moment, possèdent des vitesses de sens contraire.

Il en résulte que le nombre des concamérations doit nécessairement être pair. Les sons produits paraissent varier à l'infini à partir d'une note fondamentale. Plusieurs figures différentes peuvent correspondre à un même son ; mais une même figure donne toujours la même note.

On ne connaît, à propos de ces phénomènes, qu'une seule loi : c'est que pour deux plaques de figure semblable qui éprouvent un même mode de division, les nombres de vibrations sont proportionnels aux épaisseurs et en raison inverse des surfaces :

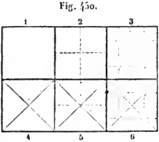
$$\frac{N}{N'} = \frac{s'}{s} \frac{e}{e'}.$$

Cette loi est la même que pour les verges. Elle conduit comme conséquence à cet autre énoncé : « Des plaques semblables entre elles dans toutes leurs dimensions donnent des nombres de vibrations inversement proportionnels à leurs dimensions homologues quand elles éprouvent le même mode de division. »

On a cherché s'il existe quelque rapport entre les modes de division d'une plaque et le son qui leur correspond ; mais on n'a pu découvrir aucune loi. Savart a multiplié les expériences pour savoir au moins quelles sont les diverses figures que la même plaque peut offrir. Il a trouvé qu'elles étaient en nombre infini, et il n'a réussi qu'à les classer méthodiquement.

Par exemple, une plaque carrée donne deux espèces de lignes nodales. Les unes parallèles aux côtés, les autres parallèles aux diagonales (*fig.* 450), et il y a ensuite des cas qui paraissent être une combinaison des deux systèmes, ainsi la figure 5 résulte de la superposition de 2 et de 4, et la figure 6 de 3 et de 4. Le mode de division n° 2 correspond à la note la plus grave, le n° 4 produit la quinte.

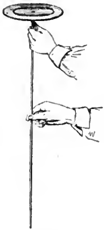
Fig. 450.



Les plaques circulaires offrent deux systèmes de lignes no-

dales. Le premier constitué par des diamètres qui divisent la surface en un nombre pair de secteurs égaux : on les obtient en fixant sur la circonférence deux sommets d'un polygone régulier inscrit de $2n$ côtés, et en frottant avec l'archet le milieu de l'arc que ces sommets comprennent. Le deuxième système consiste en circonférences concentriques. On les produit en fixant avec les doigts trois points de l'une de ces circonférences et en attaquant la lame soit sur son contour avec un archet, soit à son centre, en y fixant une tige que l'on fait vibrer longitudinalement (*fig.* 451), ou bien en y perçant un trou dans lequel on fait passer une mèche de crins enduits de colophane. Ces deux systèmes de figures peuvent se superposer.

Fig. 451.



Les timbres, cloches, tam-tams et cymbales n'étant que des plaques courbes, leurs vibrations se font à peu près comme si elles étaient planes. Leur son le plus grave est produit quand elles se divisent en quatre parties égales séparées par deux lignes nodales rectangulaires. On le démontre en plaçant dans leur intérieur un liquide qui est projeté vis-à-vis des ventres et reste immobile au contact des nœuds. Ces instruments sont remarquables par le nombre des harmoniques superposés qu'ils font entendre.

Enfin les membranes flexibles formées par des peaux que l'on tend sur les tambours et les timbales, ou par des feuilles de papier collées sur des cadres, ont la propriété de donner des sons quand on les agite et de se diviser en concamérations plus ou moins compliquées que l'on constate avec du sable. Savart a reconnu qu'elles entrent en vibration par communication toutes les fois que l'on produit un son dans le voisinage, et quel que soit ce son.

SOIXANTIÈME LEÇON.

DE LA COMPOSITION DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES.

Formule générale du mouvement vibratoire. — Interférence des vibrations de même période. — Interférence des vibrations de périodes inégales. — Composition de deux vibrations rectangulaires. — Kaléidophône. — Superposition des vibrations longitudinales et transversales. — Étude optique des mouvements vibratoires. — Communication des vibrations.

FORMULE GÉNÉRALE DU MOUVEMENT VIBRATOIRE. — Quand une corde, une verge, une plaque ou même une tranche d'air sont en vibration, on peut admettre que la force qui ramène les molécules à leur position d'équilibre est, à chaque instant, proportionnelle à leur écart. Partant de là, on arrive aisément à la formule suivante qui exprime leur vitesse à un temps t,

$$v = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{\Theta}.$$

Θ est le temps d'une vibration double; α est la vitesse maximum et se nomme l'*amplitude*. On peut voir que cette formule correspond à un mouvement oscillatoire, car si on donne successivement à t les valeurs

$$0,\quad \frac{\Theta}{4},\quad \frac{2\Theta}{4},\quad \frac{3\Theta}{4},\quad \frac{4\Theta}{4},\ldots,$$

v devient

$$0,\quad \alpha,\quad 0,\quad -\alpha,\quad 0,\ldots.$$

Si on suppose que la formule précédente exprime la vitesse d'une tranche d'air située à l'origine d'un tuyau indéfini, cette vitesse se communiquera de proche en proche, arrivera à une distance x après un temps égal à $\frac{x}{a}$, et l'état vibratoire de chaque tranche sera donné par la même formule en y rem-

plaçant t par $t - \frac{x}{a}$,

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \frac{x}{a\Theta}\right),$$

et si on pose $a\Theta = l$,

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \frac{x}{l}\right).$$

En discutant cette formule, on retrouve toutes les conditions du mouvement vibratoire dans un cylindre indéfini. 1°. Si t est constant et que l'on fasse croître x d'une manière continue, la vitesse v pourra se représenter par les ordonnées de la courbe sinusoïdale (*fig.* 418) et prendra des valeurs égales en tous les points distants d'une quantité $l = a\Theta$; l est donc la longueur de l'onde double. 2°. Lorsque le temps croîtra d'une fraction $m\Theta$ de Θ, la vitesse en un point quelconque variera comme si sa distance à l'origine X diminuait de ml. Par conséquent, la courbe se meut avec une vitesse uniforme égale à l et toutes les tranches effectuent une vibration double, pendant chaque intervalle de temps égal à Θ.

INTERFÉRENCE DES VIBRATIONS DE MÊME PÉRIODE. — Nous allons, au moyen de la même formule, étudier l'état vibratoire dans un cylindre lorsqu'il est terminé par un plan et qu'il se fait une réflexion sur ce plan; alors la vitesse de vibration de chaque tranche intérieure est égale à la somme de celles que lui donnent le rayon direct et le rayon réfléchi. Désignons par L la longueur totale du tuyau, par $L - x$ la distance de l'embouchure à une tranche quelconque, la vitesse directe sera

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \frac{L - x}{l}\right);$$

le rayon réfléchi aura parcouru une distance $L + x$, et si nous supposons que sa vitesse ait changé de signe sur le plan final, elle sera

$$v' = -\alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \frac{L + x}{l}\right);$$

$v + v'$ sera par conséquent la vitesse définitive de la tranche

considérée ; désignons-la par V et nous aurons, en développant les sinus,

$$V = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{\Theta} \left(\cos 2\pi \frac{L-x}{l} - \cos 2\pi \frac{L+x}{l} \right)$$

$$- \alpha \cos 2\pi \frac{t}{\Theta} \left(\sin 2\pi \frac{L-x}{l} - \sin 2\pi \frac{L+x}{l} \right);$$

les parenthèses étant indépendantes du temps, posons :

$$(1)\quad \begin{cases} \alpha \left(\cos 2\pi \frac{L-x}{l} - \cos 2\pi \frac{L+x}{l} \right) = A \cos \varphi, \\ \alpha \left(\sin 2\pi \frac{L-x}{l} - \sin 2\pi \frac{L+x}{l} \right) = A \sin \varphi, \end{cases}$$

et nous aurons

$$(2)\qquad V = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \varphi \right).$$

Les deux équations de condition (1) permettent de calculer φ et A. On trouve

$$\operatorname{tang} \varphi = \cot 2\pi \frac{L}{l}, \qquad A^2 = 4\alpha^2 \sin^2 2\pi \frac{x}{l}.$$

La formule (2) montre que chaque tranche effectue une vibration double dans un temps Θ, et les équations (3) que l'amplitude est variable avec la distance x et que la phase φ est indépendante de la position de la tranche. Or, pour que le tuyau parle, il faut qu'à l'embouchure les vibrations directes et réfléchies soient concordantes; il faut donc que $\cot 2\pi \frac{L}{l}$ soit nulle, ou que $2\pi \frac{L}{l} = (2n-1)\frac{\pi}{2}$; et, en remplaçant l par $\frac{2a}{}$ a étant la vitesse de transmission et N le nombre de vibrations simples du son rendu par le tuyau, on trouve

$$N = \frac{(2n-1)a}{2L},$$

ce qui est la condition déjà trouvée précédemment à laquelle doivent satisfaire les tuyaux fermés. Enfin, l'amplitude étant

donnée par la formule

$$A = 4\alpha^2 \sin^2 2\pi \frac{x}{l},$$

elle sera nulle quand la distance x de la tranche au fond du tuyau sera

$$x = m\frac{l}{2}.$$

Ce qui veut dire qu'il y aura des nœuds fixes de demi en demi-longueur d'onde double, à partir du fond du tuyau, et c'est encore ce que nous avons démontré précédemment.

On trouverait de la même manière les conditions de vibration d'un tuyau ouvert. Il suffirait de reproduire le calcul précédent en changeant le signe de la vitesse réfléchie v'. Cette discussion montre que la formule générale des vibrations permet de résoudre par le calcul les questions que précédemment nous avons traitées par le raisonnement direct; elle va maintenant nous servir pour prévoir des phénomènes dont nous n'avons point encore occupé le lecteur.

Lorsque deux mouvements vibratoires de périodicité égale et se propageant dans la même direction se superposent en un même point, ils peuvent se renforcer ou se détruire suivant qu'ils se trouvent ou non dans la même phase.

Soient v et v' les vitesses des deux mouvements

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \frac{x}{l}\right),$$

$$v' = \alpha' \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \frac{x'}{l}\right),$$

on obtiendra aisément

$$v + v' = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \varphi\right),$$

$$A^2 = \alpha^2 + \alpha'^2 + 2\alpha\alpha' \cos 2\pi \left(\frac{x - x'}{l}\right),$$

$$\tang \varphi = \frac{\alpha \sin 2\pi \frac{x}{l} + \alpha' \sin 2\pi \frac{x'}{l}}{\alpha \cos 2\pi \frac{x}{l} + \alpha' \cos 2\pi \frac{x'}{l}}.$$

Si l'on suppose que $\alpha = \alpha'$, ou que les amplitudes des mouve-

ments soient égales,

$$A^2 = 2\alpha^2\left(1 + \cos 2\pi \frac{x - x'}{l}\right) = 4\alpha^2 \cos^2\pi \frac{x - x'}{l}.$$

Par conséquent, les vitesses s'ajouteront si la différence de route $x - x'$ est nulle ou égale à un multiple pair de la demi-longueur d'onde $\frac{l}{2}$, et elle s'annuleront si elle en est un multiple impair.

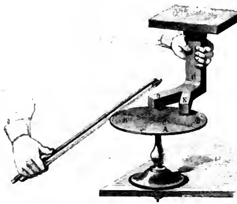
Au contraire, lorsque α sera égale à $-\alpha'$, c'est-à-dire lorsque les origines du mouvement auront à chaque instant des vitesses égales et opposées,

$$A^2 = 2\alpha^2\left(1 - \cos 2\pi \frac{x - x'}{l}\right) = 4\alpha^2\left(\sin^2\pi \frac{x - x'}{l}\right).$$

Alors le mouvement s'annulera si la différence des chemins parcourus $x - x'$ est, ou bien nulle, ou bien égale à un multiple pair de $\frac{l}{2}$.

On peut vérifier ces prévisions par deux expériences concluantes. La première consiste à placer au-dessus d'une plaque vibrante AA'BB' (*fig.* 452) un tuyau bifurqué DEC capable de

Fig. 452.

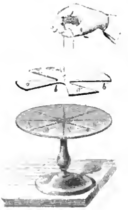


rendre le même son qu'elle. Ce tuyau résonne lorsque ses

deux branches sont placées au-dessus de deux concamérations A, A′ qui, au même moment, ont la même phase de vibration. Au contraire, il ne rend aucun son lorsque les extrémités D et E sont toutes deux placées au-dessus de deux plages contiguës A′ et B′ dont les vibrations sont égales et contraires.

La deuxième expérience est due à M. Lissajous (*fig.* 453). Quand on fait vibrer une plaque de manière qu'elle se divise en $2n$ concamérations A, B, A′, B′,..., il est évident que l'oreille étant placée au-dessus reçoit des mouvements inverses qui proviennent de chaque groupe de concamérations contiguës A et B, A′ et B′, etc., et qui, par conséquent, se détruisent en partie. Mais on renforce très-notablement le son lorsqu'on superpose à la plaque un carton formé par n secteurs égaux a, a',..., qui laisse passer les vibrations concordantes émises par les plages B, B′,..., et qui intercepte les mouvements contraires envoyés par les concamérations A, A′,.... En faisant tourner ce carton, on entendra successivement des renforcements et des affaiblissements lorsque les secteurs couvriront ou croiseront les concamérations.

Fig. 453.



INTERFÉRENCE DES VIBRATIONS DE PÉRIODES INÉGALES. — Tartini a observé le premier que deux notes différentes produites à la fois et soutenues pendant quelque temps déterminent en général, par leur superposition, un troisième son plus grave qu'elles et qu'on nomme *son résultant*. L'expérience réussit très-bien avec des tuyaux d'orgue. Quelquefois, lorsque les deux notes sont graves et peu différentes en hauteur, on entend des alternatives de renforcements et d'affaiblissements que l'on appelle *battements* et qui ont été découverts par Sauveur. Il est facile de voir que le son résultant et les battements ne sont que deux cas particuliers d'un phénomène qui peut s'expliquer par les interférences des deux vibrations superposées

Supposons, par exemple, que les deux notes soient ut_2 et sol_2 qui correspondent à des nombres de vibrations proportionnels à 2 et et à 3; nous pouvons représenter par des points équidistants tracés sur une ligne horizontale, les moments où les vitesses vibratoires sont maxima, et il est clair que si elles sont concordantes au commencement, elles s'ajoutent de nouveau et par conséquent produisent un renforcement du son après chaque groupe de deux vibrations de ut_2 et de trois vibrations de sol_2,

ut_2........... . . . .

sol_2.......... . . . .

Coïncidences... | | | | | |

La série de ces coïncidences formera des coups de force distincts si elles sont éloignées l'une de l'autre, et un son résultant lorsqu'elles seront assez rapprochées.

Soit en général $\frac{b}{a}$ le rapport réduit à sa plus simple expression des deux sons composants. Lorsque le premier aura exécuté a vibrations, le second en aura fait b, et la note résultante une. Les trois notes, la résultante et les composantes, seront donc dans le rapport des trois nombres 1, a et b, et feront pendant une seconde n, an et bn vibrations. On voit qu'en général le son résultant est plus grave que ses composants, à moins que l'un d'eux a et b ne soit égal à 1.

Si on étudie en particulier la série des harmoniques 1, 2, 3, 4,..., et qu'on cherche le son résultant de la superposition de deux quelconques d'entre eux, on voit d'abord que, s'ils sont premiers et désignés par a et b, ils donneront la note fondamentale 1. S'ils ont un facteur commun n, ils seront représentés par an, bn et produiront le son n; ainsi, 2 et 4 donneront 2; 3 et 6, 3; 4 et 6, 2.... Par conséquent, si on superpose tous ces harmoniques, les notes résultantes seront confondues avec l'un d'eux, et le plus souvent avec la note fondamentale 1. C'est pour cette raison sans doute qu'ils forment une consonnance si parfaite.

Sauveur a proposé de faire servir la théorie des battements à la mesure des nombres absolus de vibrations de deux sons

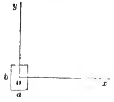
lorsqu'ils donnent pendant une seconde un nombre de battements qu'on puisse compter, et lorsqu'on connaît leur rapport $\frac{b}{a}$ qui peut toujours se déterminer par le sonomètre. Alors, s'il y a n battements par seconde, il y a n coïncidences, et par conséquent na et nb vibrations.

Sheibler a depuis cette époque étendu notablement l'emploi des battements à l'art d'accorder les orgues (1).

VIBRATIONS COMPOSÉES. — Il est rare que les vibrations des solides soient aussi simples que nous l'avons supposé jusqu'à présent. Par exemple, quand une corde oscille transversalement, chacun de ses points ne décrit pas une ligne droite, mais une courbe elliptique dont le plan est normal à la longueur de cette corde; et même, il arrive généralement que les vibrations longitudinales et transversales se produisent simultanément, de façon que les molécules parcourent des trajectoires très-complexes.

Considérons, par exemple, une verge libre à l'une de ses extrémités, et supposons qu'elle ait pour section un rectangle dont les deux dimensions soient a et b (*fig.* 454). Il peut se faire qu'elle éprouve des déplacements parallèles à ox; alors le nombre des vibrations sera $\frac{ka}{l^2}$; il peut se faire qu'elle oscille dans le sens oy et elle fera $\frac{kb}{l^2}$ vibrations; il peut se faire enfin qu'elle prenne simultanément ces deux mouvements; alors chacun de ses points décrira une courbe dont la forme dépendra à la fois des dimensions a et b, et de la phase relative des vibrations simples qui déterminent le mouvement composé.

Fig. 454.



Pour éclaircir ces vues générales par un exemple simple, considérons le cas où les dimensions a et b sont égales; les deux mouvements dirigés suivant ox et oy seront de même période, mais ils pourront avoir des phases différentes et nous

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, tome XXVI, page 37.

les représenterons par

$$v = \frac{dx}{dt} = a \sin 2\pi \frac{t}{\Theta},$$

$$v' = \frac{dy}{dt} = a' \sin 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \varphi\right).$$

En intégrant et choisissant convenablement l'origine du temps et l'unité d'amplitude,

$$x = \cos 2\pi \frac{t}{\Theta},$$

$$y = \alpha \cos 2\pi \left(\frac{t}{\Theta} - \varphi\right).$$

x et y représentent, au temps t, les distances de la molécule O à l'origine des axes; et, si nous éliminons t entre les équations précédentes, nous aurons celle de la trajectoire décrite par le point O. Nous trouvons ainsi :

$$y = \alpha \cos 2\pi \frac{t}{\Theta} \cos 2\pi\varphi + \alpha \sin 2\pi \frac{t}{\Theta} \sin 2\pi\varphi,$$

$$\frac{y}{\alpha} = x \cos 2\pi\varphi + \sqrt{1 - x^2} \sin 2\pi\varphi,$$

$$(1) \qquad \frac{y^2}{\alpha^2} + x^2 - 2xy \cos 2\pi\varphi = \sin^2 2\pi\varphi,$$

ce qui est l'équation d'une ellipse. Par une discussion que nous ne ferons pas, on détermine aisément le sens du mouvement sur cette courbe; et en donnant à la différence de phase φ des valeurs croissantes et égales à o, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, ..., de l, on trouve les diverses positions de l'ellipse représentées *Pl. III*, 1re série.

Le même problème peut être traité dans le cas général où la section de la règle a des dimensions quelconques a et b; seulement l'équation de la trajectoire est plus complexe. Lorsque les deux notes composantes sont à l'octave, à la quinte de l'octave, à la quinte ou à la quarte, on trouve les courbes dessinées dans les séries 2, 3, 4 et 5 de la *Pl. III*.

M. Wheatstone a imaginé de rendre ces courbes sensibles aux yeux, en fixant sur l'extrémité libre de la verge une petite

sphère étamée. Comme celle-ci présente toujours un point brillant qui participe aux mouvements de l'appareil, il dessine leur trajectoire par une ligne qui paraît continue à cause de la persistance des impressions et qui, suivant les cas, présente l'une ou l'autre des formes de la *Pl. III*. M. Wheatstone a donné à son appareil le nom de *kaléidophône*.

VIBRATIONS LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES SUPERPOSÉES. — Quand une verge est frottée dans le sens de sa longueur, nous avons admis qu'elle exécute exclusivement des vibrations longitudinales; mais Savart a montré que celles-ci sont généralement accompagnées de vibrations transversales qui se superposent à elles. Supposons une verge prismatique fixée en son milieu et rendant longitudinalement le son fondamental; il ne devrait point y avoir de nœuds entre le milieu et l'extrémité: cependant, en projetant du sable sur la surface, on le voit se rassembler en un nombre souvent considérable de lignes nodales qui ont un caractère particulier. Le sable s'y accumule en glissant rapidement vers chacune d'elles et en s'éloignant des milieux de chaque internœud, comme l'indique le sens des flèches (*fig.* 455). En outre, et c'est là ce qui est le plus

Fig. 455.



singulier, les nœuds ne se correspondent point sur les deux faces et sont généralement croisés. Les mêmes phénomènes se produisent avec une corde chargée de chevalets ou d'anneaux de papier, lesquels viennent rapidement se rassembler sur les nœuds. Si, pour une verge prismatique, on cherche la position occupée par les lignes nodales, on les trouve distribuées comme l'indique la *fig.* 456, et sur un cylindre elles

Fig. 456.



figurent des lignes hélicoïdales très-complexes. Nous exami-

nerons en particulier le cas où les verges sont très-plates, et nous ne considérerons que ce qui se passe sur les faces larges opposées.

Supposons, avec Savart, que les internœuds soient produits par la superposition de vibrations transversales et longitudinales de même période, voici théoriquement les lois que le phénomène doit présenter : 1° il ne doit pas changer avec la largeur des lames, puisque les deux modes de vibrations sont indépendants de cette largeur; 2° e étant l'épaisseur, l la longueur d'un internœud et L celle de la verge totale, le son longitudinal est représenté par $\frac{a}{L}$ et il doit être égal au son transversal qui est $\frac{Ae}{l^2}$, il faut donc que

$$\frac{a}{L}=\frac{Ae}{l^2} \quad \text{ou} \quad l=\sqrt{\frac{A}{a}eL},$$

c'est-à-dire que les internœuds soient en raison composée de l'épaisseur et de la longueur de la verge. L'expérience vérifie cette prévision.

Si, au lieu de faire vibrer une verge rigide, on opère sur une corde tendue, les mêmes phénomènes se produisent, et comme alors le nombre des vibrations transversales est exprimé par $\frac{k}{l}\sqrt{P}$, il faut que l'on ait

$$\frac{a}{L}=\frac{k}{l}\sqrt{P} \quad \text{ou} \quad l=\frac{k}{a}L\sqrt{P},$$

c'est-à-dire que les internœuds doivent être proportionnels à la longueur totale L et à la racine carrée du poids tenseur P. Ici encore les mesures confirment la théorie.

Mais Savart a soumis son hypothèse à une épreuve bien autrement décisive. Après avoir reconnu la position des nœuds, il fixa l'un d'eux sur la surface supérieure, le suivant sur la surface opposée, et, faisant vibrer la lame transversalement avec un archet, il reproduisit, à fort peu près, le son qu'elle donne quand elle est ébranlée longitudinalement.

Pour expliquer ensuite la formation des nœuds, leur alternance sur les deux faces et la nature particulière du mouve-

ment imprimé au sable, Savart fit appel à des considérations vagues que nous ne reproduirons pas et auxquelles nous substituerons une explication qui découle des lois de la composition des mouvements rectangulaires. En effet, chaque molécule effectuant deux vibrations de même période, l'une longitudinale, l'autre transversale, elle décrira une des ellipses représentées 1re série, *Pl. III*. Si l'on considère une première section où la différence de phase soit nulle, cette ellipse sera réduite à une ligne inclinée n° 1, et à mesure qu'on s'éloignera de cette section, les trajectoires des molécules pourront être représentées par les diverses ellipses de la 1re série. Or il est clair que la face supérieure de la lame aura un mouvement tangentiel *toujours* dirigé de droite à gauche du n° 1 au n° 5, *toujours* dirigé de gauche à droite du n° 5 au n° 9, et que, par conséquent, le sable s'éloignera du n° 5 pour se réunir au n° 1 et au n° 9 qui seront des nœuds. Il est évident aussi que l'inverse aura lieu sur la face inférieure où le mouvement tangentiel se fera toujours de gauche à droite du n° 1 au n° 5, et toujours de droite à gauche du n° 9 au n° 5. Conséquemment, le nœud sera au n° 5 et opposé à un ventre de la face supérieure.

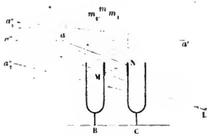
Enfin, si l'on étudie les verges prismatiques, les molécules vibreront à la fois dans trois sens rectangulaires et décriront des trajectoires qui ne seront plus planes, mais il en résultera, comme précédemment, un mouvement tangentiel imprimé aux surfaces, et ce mouvement transportera le sable sur des lignes nodales compliquées que nous avons représentées *fig.* 456. En général, il est permis de conclure de tous ces faits que les molécules des corps solides n'effectuent presque jamais de vibrations linéaires simples, mais des oscillations extrêmement complexes.

ÉTUDE OPTIQUE DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES. — M. Lissajous a donné une méthode aussi simple que féconde pour rendre sensible aux yeux la trajectoire des vibrations complexes produites par deux mouvements qui se superposent (*fig.* 457).

Supposons d'abord deux diapasons égaux B, C, fixés parallèlement, et portant en regard l'un de l'autre, au sommet des deux branches voisines, deux miroirs M, N. Un point lumi-

neux a formera dans le miroir N une image a', et cette image à son tour pourra être considérée comme un point lumineux

Fig. 457.



envoyant sur le second miroir M des rayons qui s'y réfléchiront comme s'ils venaient de a'', symétrique de a'. On fixe en L une lunette visant a''. Si maintenant on fait vibrer le diapason B, la branche mM parcourra l'angle m_1Mm_2. Quand elle occupera la position m_1M, le symétrique de a' se placera en a''_1; quand elle se trouvera en m_2M, il sera en a''_2, et par la lunette L on verra le point lumineux parcourir l'arc $a''_1\ a''_2$ avec une rapidité assez grande pour qu'il paraisse une ligne brillante.

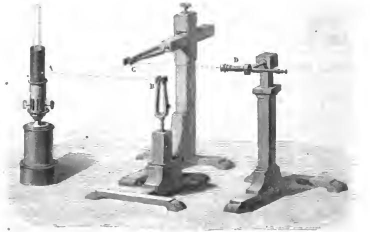
Si l'on fait vibrer en même temps les deux diapasons B et C, il pourra arriver, 1° que le miroir N reste à chaque instant parallèle à M, c'est-à-dire que les deux vibrations aient la même phase et la même amplitude : dans ce cas, l'image a'' ne s'allongera pas; 2° que le miroir N vibre à chaque instant en sens contraire de M, alors la différence de phase sera égale à une demi-longueur d'onde et le déplacement de l'image a'' sera la somme de ceux qu'elle éprouverait par le mouvement de chaque miroir; 3° enfin il peut arriver que les deux diapasons oscillent avec des amplitudes égales et avec une différence de phase quelconque, et l'image subira une élongation, mais plus petite que dans le deuxième cas. Ainsi, lorsqu'à l'origine du mouvement les deux diapasons à l'unisson auront été mis fortuitement dans un état déterminé de phase, cet état se maintiendra indéfiniment et l'image sera ou un point, ou une ligne dont la longueur dépendra uniquement de cette phase, pour une amplitude vibratoire égale.

Mais si l'on ajoute au diapason C un contre-poids même

très-petit, ses vibrations deviendront un peu moins rapides que celles de l'autre djapason B; alors à partir d'un moment où les deux miroirs seront parallèles, M prendra l'avance, la différence de phase, d'abord nulle, ira en augmentant, elle deviendra $\frac{l}{2}$, puis l, etc., et par conséquent l'image, d'abord réduite à un point, s'allongera, puis se raccourcira, etc.; et comme il y aura aussi des battements quand les vibrations seront concordantes, les alternatives de raccourcissement et d'allongement coïncideront avec celles des affaiblissements et des renforcements du son. On conçoit que les diapasons ne seront parfaitement d'accord que lorsque ces alternatives auront disparu.

Plaçons maintenant les deux diapasons dans des plans rectangulaires (*fig.* 458) et supposons encore qu'ils soient rigou-

Fig. 458.



reusement d'accord. Le premier miroir B reçoit directement la lumière venue d'un point A, la renvoie sur le second miroir C, qui à son tour la réfléchit dans la lunette D. Il est clair que les vibrations de B dilatent l'image verticalement, et celles de C horizontalement; d'où il suit que cette image est dans le même cas qu'une molécule vibrant à la fois, synchronique-

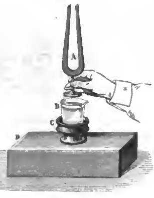
ment, dans deux directions rectangulaires; qu'elle décrira généralement une ellipse (page 523), et qu'elle offrira l'une des neuf formes particulières représentées 1re série, *Pl. III*, suivant qu'à l'origine les deux diapasons auront une différence de marche égale aux nombres écrits au-dessous de chaque figure.

Mais si ces deux diapasons ne sont pas rigoureusement à l'unisson, leur différence de phase croîtra progressivement et la courbe observée passera successivement de la première figure (nº 1) à la dernière (nº 9). C'est, en effet, ce que montre l'expérience et ce qui constitue un spectacle extrêmement curieux. On entend en même temps des battements qui coïncident avec les périodes d'oscillations de la figure.

Enfin on peut étudier de la même manière les cas où les diapasons forment un accord déterminé, mais quelconque. M. Lissajous a calculé l'équation générale des courbes que l'on doit obtenir. Nous nous contenterons de les représenter par les *figures* de la *Pl. III*.

COMMUNICATION DES VIBRATIONS. — On peut tirer une conséquence extrêmement importante de l'étude que nous avons faite des vibrations composées, c'est qu'un corps sonore peut effectuer une infinie variété d'oscillations, pendant lesquelles ses molécules décrivent des trajectoires de toute espèce; et l'on peut admettre qu'il n'y a point de son qui ne puisse y déterminer des oscillations synchrones et s'y propager. C'est en vertu de cette propriété que *tous* les corps élastiques transmettent *tous* les sons.

Fig. 459.



On constate cette transmission par de nombreuses expériences et en particulier par la suivante (*fig.* 459). D est une caisse en bois qui peut rendre le même son que le diapason A, et le renforcer quand on appuie, sur un point quelconque de sa surface, la queue de ce diapason. On place au-dessus,

1° un godet en bois C; 2° du mercure dans le godet; 3° un verre B sur le mercure; 4° de l'eau dans le verre. Si l'on vient ensuite à toucher la surface de l'eau avec le diapason, le renforcement du son se produit aussi bien que si l'on touchait la boîte elle-même. Il faut donc que les vibrations se communiquent à travers tous les corps interposés, eau, verre, mercure et bois.

La première condition de ces communications, c'est que les mouvements soient synchrones, et cela est facile à concevoir; car si ces vibrations, exécutées par une molécule, n'étaient pas de même période que le mouvement qui lui arrive, il y aurait concordance à certains moments, discordance en d'autres et ces vibrations s'éteindraient.

On peut donner beaucoup de preuves de ce principe. Fixons d'abord deux cordes à l'unisson sur un sonomètre; divisons l'une d'elles, par un chevalet, en deux parties, dont la première, que nous attaquerons avec l'archet, soit le quart de la corde totale. On sait que la deuxième partie vibrera synchroniquement et se divisera en trois internœuds égaux. Aussitôt, l'autre corde qui est disposée du côté de la première, se met à vibrer par communication, et se divise également en quatre parties égales, séparées par trois nœuds, ce que l'on constate par des chevalets de papier.

C'est pour cette raison que si l'on place dans une salle un violon ou un instrument à cordes quelconque, il rend de lui-même les sons que l'on produit dans le voisinage, quand ils sont ceux que l'une de ses cordes rendrait si on la faisait vibrer directement; tandis qu'il demeure muet lorsque les notes que l'on détermine loin de lui sont en désaccord avec celles qu'il peut donner. Tout le monde sait que des carreaux de vitre, des verres et en général des corps élastiques quelconques, entrent en vibration quand on ébranle l'air par les sons qu'ils peuvent rendre.

Mais souvent il arrive que les milieux qui transmettent les vibrations exercent une influence sur elles, et changent leur période; par exemple, dans l'expérience représentée *fig.* 451, le son est plus aigu si la plaque est dans l'air que lorsqu'elle est plongée dans l'eau. En même temps, les lignes nodales circulaires qui se forment sur la surface s'étalent dans l'eau et se resserrent dans l'air.

Quand une série de corps transmettent des vibrations, il se fait évidemment à chaque solution de continuité des phénomènes très-complexes, qu'il est impossible d'étudier théoriquement. On ne peut énoncer sur ce point qu'une seule loi qui paraît générale; c'est que les vibrations communiquées ont la même direction que celles qui les déterminent. C'est ce que Savart a démontré par beaucoup d'expériences, et en particulier par la suivante (*fig.* 460). Une planchette en bois

Fig. 460.



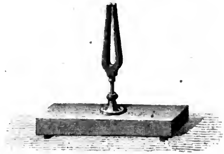
mince et fixée par un bout se continue à l'autre par une corde tendue. Si l'on ébranle celle-ci par un archet perpendiculairement à la lame, elle la fait vibrer transversalement; lorsque l'archet est parallèle à la surface, le sable glisse sur la planchette et indique par ses mouvements que les oscillations sont devenues tangentielles.

La quantité de mouvement communiquée à un milieu, à l'air par exemple, et transmise à l'oreille, dépend évidemment de l'étendue plus ou moins grande des surfaces qui ébranlent directement ce milieu. Une corde mince encastrée dans des étaux de plomb ne donne presque point de son; mais elle en produit qui sont très-intenses si on la fixe contre une table par l'intermédiaire de chevalets élastiques. De même, un diapason ébranlé ne se fait point entendre quand il est tenu entre les doigts, mais il acquiert une grande sonorité aussitôt qu'on le fixe sur un tuyau sonore (*fig.* 361), sur la caisse d'un violon ou en général sur un corps élastique de surface large. Cela s'explique naturellement par les lois de la mécanique. Tant que ces corps vibrants sont isolés dans l'air, ils n'en ébranlent qu'un petit nombre de points; tandis qu'étant en contact avec de grandes surfaces élastiques, ils les font vibrer par communication, et ces surfaces, devenant à leur tour des corps sonores plus étendus, ébranlent une masse d'air plus considérable et y déterminent un son plus intense.

Mais ce que l'on gagne en force, on le perd en durée du son.

Un diapason ou une corde conservent pendant longtemps leur

Fig. 461.



état vibratoire lorsqu'ils sont isolés dans l'air, et ils reviennent rapidement au repos quand ils sont en contact avec la table d'un violon ou d'une basse. Sous ce rapport, il ne faut point confondre ce mode de renforcement avec celui qu doit au porte-voix. Cet instrument ne fait que condenser dans une direction donnée l'onde sonore, qui, sans son action, s'étalerait dans l'espace; il dirige ce mouvement sans augmenter la perte de force vive et sans diminuer la durée du son.

On comprend maintenant que tous les instruments à cordes seraient presque muets s'ils n'étaient munis d'une *table d'harmonie* ou d'une *caisse* par laquelle ils puissent recevoir et transmettre à l'air ambiant la force vive développée dans les cordes. C'est dans la caisse d'un violon que résident toutes ses qualités. Elles dépendent de sa forme, de l'élasticité des bois, de l'épaisseur des tables, de la manière dont elles sont réunies par un pilier qu'on nomme l'*âme*, de la facilité avec laquelle la masse d'air intérieure renforce tous les sons de l'instrument, et en général d'une foule de conditions que la pratique est parvenue à réaliser, sans que la théorie puisse les formuler ni les prescrire sûrement.

FIN DU DEUXIÈME VOLUME.

Fig. 389.



Fig. 386.

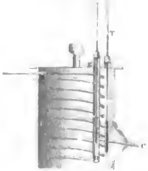
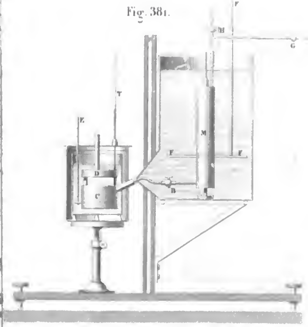


Fig. 381.



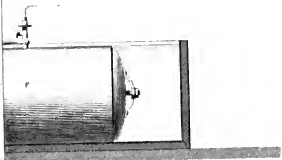




Fig. 397.

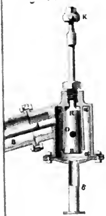


Fig. 398.

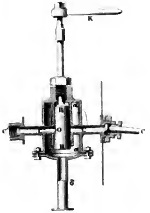


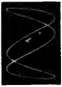
Fig. 399.





LISSAJOUS.

ULAIRES.

	N°	N° 8.	N° 9.
Série, (1 : 1). **UNISSON.**			
e de phase........	c	$\frac{7}{8}$	1
Série, (1 : 2). **OCTAVE.**			
e de phase........		$\frac{7}{8}$	1
Série, (1 : 3). **TE DE L'OCTAVE.**			
e de phase........		$\frac{7}{8}$	1
Série, (2 : 3). **QUINTE.**			
ce de phase........		$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{2}$
Série, (3 : 4). **QUARTE.**			
ce de phase........		$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{3}$

Paris. — Imprimerie de MALLET-BACHELIER, rue de Seine-Saint-Germain, 10, près l'Institut.